

文章编号: 100124322(2004)1121463205

填充等离子体的介质同轴波导中的切伦科夫辐射^x

吴坚强

(电子科技大学 物理电子学院, 四川 成都 610054)

摘 要: 利用自洽线性场理论, 导出了薄环形相对论电子注通过填充等离子体的介质同轴波导中的注波相互作用色散方程, 得到了注波相互作用产生切伦科夫辐射的同步条件和波增长率。分析了填充等离子体后的波与电子注之间的能量交换及等离子体密度对色散特性、波增长率和注波能量交换的影响。分析结果表明: 切伦科夫辐射是由沿介质同轴波导传播的慢波与沿薄环形相对论电子注传播的负能空间电荷波耦合所致, 且其耦合强度与电子注的密度成正比; 输出频率和波增长率随着填充等离子体密度的增大而提高; 保持一定的输出频率, 增大电子注的束流可得到高的微波输出功率。

关键词: 薄环形电子注; 等离子体; 介质同轴波导; 切伦科夫辐射; 色散特性
中图分类号: TH752.5 **文献标识码:** A

在高功率相对论微波器件中填充适当密度的背景等离子体可有效地提高器件的注波相互作用效率、工作频率和输出功率^[1~4]。目前有关这方面的实验研究主要集中在两种高功率微波器件中, 一种是介质切伦科夫脉塞^[2], 另一种是相对论返波管^[3]。具有代表性的实验有: 1987 年, 俄罗斯的研究小组用 0.9kA, 0.4MV 相对论电子注, 由等离子体切伦科夫脉塞产生了 0.1GW 的微波, 效率为 20%^[1]; 美国加州大学 Davis 分校利用等离子体切伦科夫脉塞作放大器, 得到了输出功率达 GW 水平的微波, 效率大于 10%; 而最具影响的实验是美国马里兰州的研究小组将等离子体注入相对论返波管中, 得到了输出功率 600MW, 效率达 40% 的微波输出, 效率比未充等离子体的同类器件提高了近 8 倍^[3]。而后发展起来的 PASTRON (plasma-assisted slow-wave oscillator) 则大大推进了此类器件的实用化进程^[4]。

一系列实验结果的取得, 推动了理论研究的深入发展^[5~8]。本文将利用线性自洽场理论^[9], 对环形相对论电子注通过填充等离子体的介质同轴波导产生注波相互作用而激励形成的切伦科夫辐射进行分析讨论。分析结果可为此类等离子体介质切伦科夫脉塞的工程设计提供一定的理论参考。

1 分析模型

新型慢波系统结构如图 1 所示, 同轴圆柱波导的内、外半径分别为 a 和 b ; 紧靠内导体放置环形介质筒, 其内半径为 a , 外半径为 d , 相对介电常数为 ϵ_r ; 在介质筒和外导体之间的空间内填充平衡密度为 n_{p0} 的等离子体。薄环形相对论电子注沿系统的对称轴 z 方向穿过填充有等离子体的注波相互作用区。

对于薄环形相对论电子注, 文献[10]已作过详细讨论。在柱坐标系 (r, θ, z) 中, 其平衡电子密度可用函数表示为

$$n_0(r) = n_{b0} \frac{R_b}{R_b - R_b} (r - R_b) \quad (1)$$

式中: n_{b0} 为电子注的平衡密度, R_b 和 R_b 分别为电子注的半径和厚度, 它们满足条件 $R_b \ll R_b \ll n_1$ 。设系统具有角向对称, 且所有的扰动量可表示为

$$F(r, z, t) = f(r) e^{j(\omega t - kz)} \quad (2)$$

式中: ω 和 k 分别为角频率和纵向波数。在忽略扰动场的横向导数对电子的作用下, 利用线性理论, 可得此电子注上的扰动电流和扰动电荷密度为

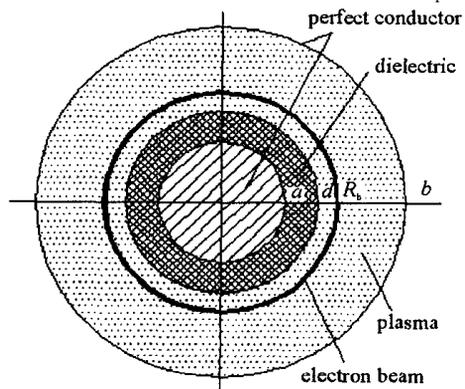


Fig. 1 Sketch of beam-wave interaction slow-wave structure
图 1 注波相互作用慢波系统结构示意图

X 收稿日期: 2003208211; 修订日期: 2004207215

基金项目: 国家 863 计划项目资助课题

作者简介: 吴坚强 (1961—), 男, 教授, 博导, 主要从事高功率微波源的机理研究。

$$J = -j \frac{\omega_0^2}{\omega_b^2} R_b (r - R_b) \left\{ \left[1 + j \frac{v_0}{r(-kv_0)} \right] E_r e_r + E e + \frac{2}{\omega_0^2 (-kv_0)^2} E_z e_z \right\} \quad (3)$$

$$-j \omega_0^2 \frac{2}{\omega_b^2} R_b (r - R_b) \left[\frac{k}{\omega_0^2 (-kv_0)^2} E_z + j \frac{1}{r(-kv_0)} E_r \right] \quad (4)$$

式中: ω_b 为电子注角频率, $\frac{\omega_b^2}{\omega_0^2} = n_{b0} e^2 / (\epsilon_0 m_0 \omega_0)$; ϵ_0 为自由空间介电常数; e 和 m_0 分别为电子的电荷和静止质量; v_0 为电子注的平衡速度; $\gamma_0 = (1 - v_0^2/c^2)^{-1/2}$ 为相对论因子, c 为光速; E_r , E , E_z 分别为扰动电场的径向、角向和轴向分量; e_r , e 和 e_z 分别为径向、角向和轴向单位矢量。等离子体中电子产生的扰动电流密度为

$$J_p = -j \omega_0^2 \frac{2}{\omega_p^2} E \quad (5)$$

式中: ω_p 为等离子体的角频率, $\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} = n_{p0} e^2 / (m_0 \epsilon_0)$, E 为扰动电场矢量。将式(3)~(5)代入扰动电场满足的波方程

$$\nabla^2 E - \nabla (\nabla \cdot E) + \frac{\omega^2}{c^2} E = j \mu_0 J \quad (6)$$

式中 μ_0 为自由空间磁导率, 可得薄环形相对论电子注在等离子体空间中产生的跳变条件:

$$\lim_{r \rightarrow R_b} \frac{5}{5r} \frac{E_z}{R_b} \Big|_{R_b^-}^{R_b^+} = - \frac{\frac{\omega_b^2}{\omega_0^2} p^2 R_b}{\omega_0^2 \left(1 - \frac{\omega_b^2}{\omega_0^2} \right)^2 (-kv_0)^2} \frac{E_z(R_b)}{R_b} \quad (7)$$

其中:

$$p^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_b^2}{\omega_0^2} \right) \quad (8)$$

2 色散方程

为了使电子与电场产生有效相互作用,并使电子在纵向群聚而将能量交给场,则其电场必须具有纵向电场分量。我们在此就只讨论电子与 TM 模的相互作用,若考虑角向对称,就可只讨论电子与 $TM_{0,n}$ 模的相互作用。为了分区求解扰动电场满足的波方程(6),可将纵向扰动电场的解表示为

$$E_z = \begin{cases} AJ_0(qr) + BY_0(qr) & (a < r < d) \\ CI_0(pr) + DK_0(pr) & (d < r < R_b) \\ EI_0(pr) + FK_0(pr) & (R_b < r < b) \end{cases} \quad (9)$$

其中:

$$q^2 = \frac{\omega^2}{c^2} r - k^2 \quad (10)$$

J_0 和 Y_0 分别为零阶第一类贝塞尔函数和第二类贝塞尔函数; I_0 和 K_0 分别为零阶第一类虚宗量贝塞尔函数和第二类虚宗量贝塞尔函数; A, B, C, D, E 和 F 为待定系数。利用边界条件和跳变条件(式(7)),消去待定系数,就可得到薄环形相对论电子注通过填充等离子体的介质同轴波导的注波相互作用色散方程

$$\left[\frac{\left(1 - \frac{\omega_b^2}{\omega_0^2} \right)^2}{p} B(qa, qd) C(pb, pd) + \frac{1}{q} A(qa, qd) D(pb, pd) \right] (-kv_0)^2 = \frac{\frac{\omega_b^2}{\omega_0^2} p R_b}{\omega_0^2 \left(1 - \frac{\omega_b^2}{\omega_0^2} \right)^2} D(pb, pR_b) \quad (11)$$

其中,

$$= pR_b \left[\frac{\left(1 - \frac{\omega_b^2}{\omega_0^2} \right)^2}{p} B(qa, qd) C(pR_b, pd) + \frac{1}{q} A(qa, qd) D(pR_b, pd) \right] \quad (12)$$

这里已定义

$$A(x, y) = J_0(x) Y_1(y) - J_1(y) Y_0(x) \quad (13)$$

$$B(x, y) = J_0(x) Y_0(y) - J_0(y) Y_0(x) \quad (14)$$

$$C(x, y) = I_0(x) K_1(y) + I_1(y) K_0(x) \quad (15)$$

$$D(x, y) = I_0(x) K_0(y) - I_0(y) K_0(x) \quad (16)$$

式中: J_1 和 Y_1 分别为一阶第一类贝塞尔函数和第二类贝塞尔函数; I_1 和 K_1 分别为一阶第一类虚宗量贝塞尔函数和第二类虚宗量贝塞尔函数。

在注波相互作用色散方程(11)中,若令 $\omega_b = 0$ (即无电子注),则可得

$$\begin{cases} F_1 = \frac{\left(1 - \frac{\omega_b^2}{\omega_0^2} \right)^2}{p} B(qa, qd) C(pb, pd) + \frac{1}{q} A(qa, qd) D(pb, pd) = 0 \\ F_2 = -kv_0 = 0 \end{cases} \quad (17)$$

方程(17)中的第一方程就是沿填充等离子体的介质同轴波导传播的 TM_{0n} 模的色散方程,而第二方程就是沿电子注传播的负能空间电荷波的色散方程。方程(11)清楚地表明:在填充等离子体的介质同轴波导这一新型慢波系统中,注波相互作用激励产生的切伦科夫辐射来源于沿慢波系统传播的电磁波导模与沿电子注传播的负能空间电荷波的耦合,且其耦合强度与电子注的平衡密度成正比,因此色散方程(11)也就是两个相互作用电磁波模式的耦合方程。当满足方程(17)时,注波相互作用就可激励产生切伦科夫辐射,电子将能量交给波,使波得到增长,因此方程(17)也就是激励产生切伦科夫辐射的同步条件。

图 2 给出了由方程(17)中的第一方程计算出的 TM_{01} 模的色散曲线。由图可见,当介质同轴波导中填充等离子体(即 $\rho_p \neq 0$)时,其色散曲线上移,达到更高的频率,并且随着等离子体密度的提高其上移幅度增大。在适当的电子注平衡速度下,在图 2 中通过作直线 $\omega = kv_0$,可找到与无电子注存在的介质同轴波导中 TM_{01} 模色散曲线的交点,该点满足方程(17),是可有效激励产生切伦科夫辐射的同步点。图 2 中标出的 A, B, C 三点分别为对应于电子注平衡速度 $v_0/c = 0.9$ 的无等离子体填充和不同等离子体密度填充下的在慢波系统中可有效激励产生切伦科夫辐射的同步点。

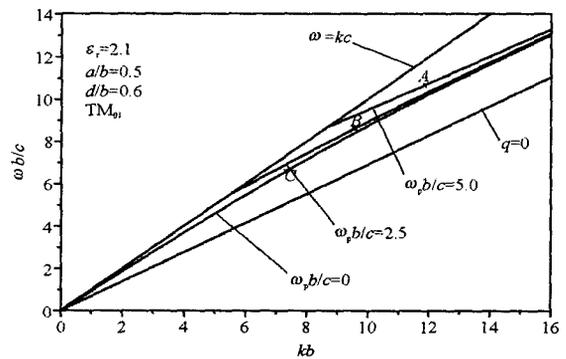


Fig. 2 No2beam dispersion curves

图 2 无电子注慢波系统的色散曲线

由此可见,当具有适当平衡速度的电子注注入填充不同密度等离子体的介质同轴波导时,可得到不同输出频率的切伦科夫辐射,且输出频率随着填充等离子体密度的增大而提高;若要得到相同的输出频率,则在填充较高密度等离子体的慢波系统中可采用较高电子束流的电子注,从而得到较高的微波输出功率。另外,从图 2 还可看到,为了在慢波系统中有效地激励产生切伦科夫辐射,电子注的平衡速度必须在 $1 > v_0/c > 1/\sqrt{\epsilon_r}$ 的范围内,并且靠近 1,由此可确定出系统的工作电压。

3 波增长率和能量交换

设由方程(17)解得的工作频率为 ω_r ,令 $\omega = \omega_r + \Omega$,其中 $\Omega \ll \omega_r$,则由方程(11)就可求得薄环形相对论电子注激励产生微波的时间增长率 G 为

$$G = \frac{\sqrt{3}}{2} \left[\frac{\frac{2}{b} \frac{p}{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} \frac{R_b}{2} \frac{D(pb, pR_b)}{5} \Big|_{\omega_r}}{\frac{5F_1}{5}} \right]^{1/3} \tag{18}$$

式中:

$$\begin{aligned} \frac{5F_1}{5} = & \frac{1}{c^2} \frac{1}{qp^2} \left\{ C(pb, pd) \left[\frac{2q}{p} \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2} \right)^2 + \left(\frac{kc - p}{2} \right)^2 B(qa, qd) + pa_r \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2} \right) A(qd, qa) + pd_r \left(\frac{v_0^2}{c^2} \right)^2 A(qa, qa) \right] + \right. \\ & D(pb, pd) \left[pd \frac{p}{q} \frac{v_0^2}{c^2} + \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2} \right) \left(\frac{p}{q} \right)^2 B(qa, qd) - 2 \left(\frac{p}{q} \right)^2 \frac{v_0^2}{c^2} A(qa, qa) - pa \left(\frac{p}{q} \right)^2 \frac{v_0^2}{c^2} E(qa, qa) \right] - \\ & \left. pb \left[\frac{p}{q} \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2} \right) B(qa, qd) F(pb, pd) + \frac{v_0^2}{c^2} A(qa, qa) C(pd, pb) \right] \right\} \tag{19} \end{aligned}$$

其中已定义

$$E(x, y) = J_1(x) Y_1(y) - J_1(y) Y_1(x) \tag{20}$$

$$F(x, y) = I_1(x) K_1(y) - I_1(y) K_1(x) \tag{21}$$

图 3 给出了由方程(18)计算的对应于图 2 中同步点 A, B, C 的波增长率,即电子注平衡速度 $v_0/c = 0.9$ 的波增长率, I_b 为电子注的束流。由图 3 可见:在一定的电子束流下,在介质同轴波导中填充等离子体后可得到更高的波增长率,且波增长率随着等离子体密度的增大而提高。

在注波相互作用慢波系统中填充等离子体后,等离子体将对注波相互作用过程中的能量交换产生影响。等离子体中的电子将从所激励产生的微波中吸收电磁能量,动能增加。用 W_{plasma} 表

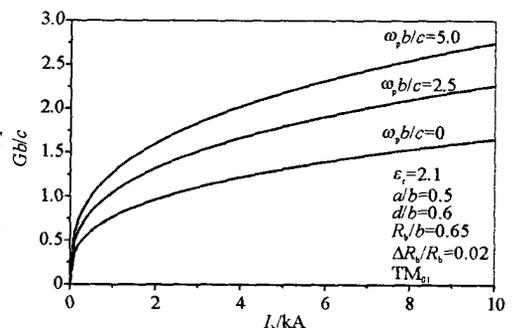


Fig. 3 Wave growth rates versus the beam current

图 3 波增长率与电子束流的关系

设等离子体中电子增加的动能,用 W_{EM} 表示电磁能量,则等离子体中电子增加的动能与电磁能量的比值为

$$\alpha = \frac{W_{plasma}}{W_{EM}} = \frac{\int_a^b \frac{1}{2} \epsilon_0 |E_c|^2 r dr}{\int_a^b [\frac{1}{2} \epsilon_0 (|E_c|^2 + |E_r|^2) + \frac{1}{2} \mu_0 |B_\theta|^2] r dr} \quad (22)$$

式中 B_θ 为扰动磁场的角向分量,且有

$$\epsilon(r) = \begin{cases} r, & (a < r < b) \\ 1 - \frac{r^2}{b^2}, & (d < r < b) \end{cases} \quad (23)$$

等离子体中电子增加的动能和微波增加的电磁能量均来源于电子注减少的能量,在不计能量损耗的条件下,若用 W_{beam} 表示电子注减少的能量,即有

$$W_{beam} = W_{plasma} + W_{EM} \quad (24)$$

若用 η 表示电磁能量与电子注减少的能量的比值,即有

$$\eta = W_{EM} / W_{beam} = 1 / (1 + \alpha) \quad (25)$$

图 4 给出了 α 和 η 值随等离子体密度的变化。由图 4 可见,随着等离子体密度的增加, α 值增加, η 值减少,表明等离子体将对注波能量交换产生一定的影响,但 α 值远大于 η 值。在选定的计算参量下,得到的最大 α 值不超过 0.08,这表明虽然等离子体中的电子将吸收电磁能量而使其动能得到一定的增加,但不会对微波电磁能量的增加产生大的影响。

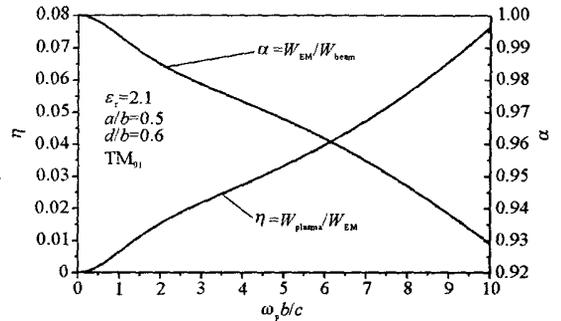


Fig. 4 Energy ratio versus the plasma density

图 4 能量比值与等离子体密度的关系

4 结束语

本文利用自洽线性场理论,对薄环形相对论电子注通过填充等离子体的介质同轴波导中的注波相互作用产生的切伦科夫辐射进行了详细的分析,导出了其注波相互作用的色散方程,由此得到了激励产生切伦科夫辐射的同步条件和波增长率,并分析讨论了填充等离子体下的注波之间的能量交换。由注波相互作用色散方程可得出:在填充等离子体的介质同轴波导这一新型慢波系统中注波相互作用激励产生的切伦科夫辐射来源于沿慢波系统传播的电磁波导模与沿电子注传播的负能空间电荷波的耦合,且其耦合强度与电子注的密度成正比。计算分析表明:当具有适当平衡速度的电子注注入填充不同密度等离子体的介质同轴波导时,可得到不同输出频率和不同波增长率的切伦科夫辐射,且输出频率和波增长率随着填充等离子体密度的增大而提高;若要得到相同的输出频率,可采用较高电子束流的电子注,从而也可得到较高的微波输出功率;虽然等离子体中的电子将吸收电磁能量而使其动能得到一定的增加,但不会对微波电磁能量的增加产生大的影响。

致谢: 本文的研究工作为作者在美国亚利桑那州立大学 (Arizona State University) 作高级访问学者期间所作,在此对 George Pan 教授提供的帮助表示衷心感谢!

参考文献:

- [1] Kuzelev M V, Rukhadze A A, Strelkov P S, et al. Relativistic high-current plasma microwave electronics: advantages, progress, and outlook[J]. *Sov J Plasma Phys*, 1987, **13**(1): 793—800.
- [2] Eusebio P G, Amnon F, William G M. Coaxial configuration of the dielectric Cherenkov maser[J]. *IEEE Trans on Plasma Science*, 1990, **18**(6): 831—836.
- [3] Carmel Y, Minami K, Weiran L, et al. High-power microwave generation by excitation of a plasma-filled rippled boundary resonator[J]. *IEEE Trans on Plasma Science*, 1990, **18**(3): 497—506.
- [4] Goebel D M, Butler J M, Schumacher R W, et al. High-power microwave source based on an unmagnetized backward-wave oscillator[J]. *IEEE Trans on Plasma Science*, 1994, **22**(5): 547—553.
- [5] Kosai H, Garate E, Fisher A. Plasma-filled dielectric Cherenkov maser[A]. *Proc of SPIE[C]*. 1990, **1226**: 191—198.
- [6] Peter W, Garate E. Stimulated Cherenkov emission in dielectric-lined waveguide[J]. *Phys Rev A*, 1992, **45**(12): 8833—8841.
- [7] Choyal Y, Maheshwari K P. Excitation of electromagnetic waves by relativistic electron beam in plasma filled rippled wall waveguide[J]. *Phys Plasmas*, 1994, **1**(1): 171—175.
- [8] Carmel Y, Minami K, Kehs R A, et al. Demonstration of efficiency enhancement in a high-power backward-wave oscillator by plasma injection[J]. *Phys Rev*

Lett, 1989, **62**(20): 2389—2392.

- [9] 吴坚强,刘盛纲,莫元龙. 未磁化等离子体介质切伦科夫辐射的线性理论[J]. 物理学报,1997,**46**(2):324~331. (Wu J Q, Liu S G, Mo YL. Linear theory of unmagnetized plasma filled dielectric Cherenkov maser. *Acta Physica Sinica*, 1997, **46**(2):324—331)
- [10] Wu J Q. Cherenkov radiation excited by a thin annular relativistic electron beam in a slow wave structure consisting of an annular plasma filled cylindrical waveguide with a dielectric lining [J]. *International Journal of Electronics*, 1998, **84**(5): 539—548.

Cherenkov radiation in a plasma filled, dielectric coaxial waveguide

WU Jianqiang

(School of Physical Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract: Using the self-consistent linear field theory, Cherenkov radiation excited by the beam-wave interaction of a thin annular relativistic electron beam in a plasma filled, dielectric coaxial cylindrical waveguide was analyzed. The dispersion equation of the interaction, the synchronized condition and the wave growth rate were derived. The energy exchange between the wave and the electron beam in the presence of background plasma was discussed, and the effects of plasma density on the dispersion characteristics, the wave growth rate and the beam-wave energy exchange were calculated and discussed. It was clear that the Cherenkov radiation is result of the coupling between the slow TM mode propagated along the waveguide and the negative-energy space-charge mode propagated along the beam, and the coupling strength is proportional to the beam density. It was theoretically demonstrated that due to the background plasma, the plasma filled coaxial cylindrical Cherenkov maser could operate at higher frequency, get higher wave growth rate, or have higher beam current at the same operating frequency, leading to higher microwave output power.

Key words: Thin annular electron beam; Plasma; Dielectric coaxial waveguide; Cherenkov radiation; Dispersion characteristics