

文章编号:1000-6893(2007)04-0813-08

一种新的响应面模型及其在轴流压气机叶型气动优化中的应用

宁方飞, 刘晓嘉

(北京航空航天大学 航空发动机气动热力重点实验室, 北京 100083)

A New Response Surface Model and Its Applications in the Aerodynamic Optimization of Axial Compressor Blade Profile

NING Fang-fei, LIU Xiao-jia

(National Key Laboratory of Aircraft Engine, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

摘要: 提出了一种轴流压气机二维叶型的参数化定义方法,该方法使用轴流压气机叶型定义中的常用参数,几何意义明确、不容易产生非合理叶型,利用若干例子说明了该方法在重现轴流压气机二维叶型时的逼近精度。给出了一种新的响应面构造模型,该模型首先认为每个样本其临域内的目标分布函数为正态分布,然后用所有样本的分布函数的线性组合构成整个设计变量空间中的响应面。建立了以该响应面模型为基础的轴流压气机叶型的气动数值优化平台,利用该平台完成了 2 个轴流压气机二维叶型的气动数值优化。

关键词: 计算流体力学; 最优化; 响应面模型; 参数化方法; 压气机

中图分类号: V231.3 **文献标识码:** A

Abstract: A parametric method for the axial compressor 2D blade profiles is proposed. The method uses parameters commonly used to define the blade profile geometries. This ensures the parametric method has clear geometrical meaning and can prevent generating unreasonable blade profile. Several illustrations are presented to show the fitting precision of the parametric method. A novel response surface model is proposed. The model regards the objective distribution function in the vicinity of a sample, being able to be represented by normal school, and then the response surface function in whole design space can be generated by linear combination of distribution functions of all samples. Based on the proposed response surface model, a numerical aerodynamic optimization platform for the axial compressor 2D blade profiles is developed. Aerodynamic optimizations of two compressor blade profiles are presented using the developed platform.

Key words: CFD; optimization; response surface model; parametric method; compressor

经过近 20 年的发展,计算流体力学(CFD)在叶轮机气动研究及设计领域已日渐普及,人们可以利用它在叶轮机械的设计过程中对设计方案进行细致的分析和筛选。然而,虽然 CFD 可以提供详细的流场数据,并对设计方案作出评估,但其本身却并不能够自动指出应如何修改气动几何参数,从而获得更高的气动性能,叶轮机械的设计过程还要在设计人员的经验指导下完成。这种对设计经验的严重依赖使得设计过程需要耗费大量的人力及计算资源,设计成本高,并且获得的设计方案在相关约束条件下是否达到最优也不确定。近年来,随着优化理论及工程优化方法的日趋完善,以及数值优化在飞行器外形设计中的成功应

用^[1-3],在叶轮机械业界,对利用数值优化方法替代人工设计的研究和工程应用也在持续升温^[4-6]。

为叙述方便,以下称“叶型”,是指 S1 回转面上的准二维叶型。一个优化问题可以归结为在自变量域内寻求目标函数极值的问题,对应到压气机叶型的优化,就是以压气机叶型为自变量、以叶型的气动性能为目标函数、进而求其极值的问题。其中有 3 个关键技术直接影响到寻优结果和计算效率,即叶型的参数化表达方法、寻优方法的效率和适应性以及 CFD 程序的计算效率及精度。本文介绍的工作是针对上述前两个关键技术所作的尝试:提出了一种轴流压气机叶型的参数化方法;另外,给出了一种新的响应面构造模型,并利用它与模拟退火算法相结合,构成轴流压气机叶型的优化平台。利用两个算例检验了所提出方法的实际应用效果。

收稿日期:2006-05-26; 修订日期:2007-05-30
通讯作者:宁方飞 E-mail: fangfei.ning@buaa.edu.cn

1 轴流压气机叶型的参数化方法

一个好的叶型参数化表达方法,应在使用尽量少的参数的同时,能够覆盖较大的叶型范围,并可防止非合理叶型的出现。参数越少,对寻优方法就越有利;参数化方法能够覆盖的叶型范围越大,获得更好的优化结果的可能性就越大。另外,如果参数化方法容易产生非合理叶型(例如叶型的最大/最小厚度过小而满足不了强度要求,叶型型面出现多个拐点等),在优化目标中就需要添加额外的约束而使目标函数复杂化,或者造成 CFD 模拟的不收敛问题。

提出的轴流压气机叶型的参数化方法共使用了 12 个参量来完全定义一个叶型,它们分别是:叶片安装角 λ_1 , 稠度 t , 最大厚度 T_m , 最大厚度圆心与前缘沿弦线方向的距离 L_m , 前缘半径 r_n , 前缘扩张角 δ_1 , 前缘几何构造角 λ_1 , 尾缘半径 r_n , 尾缘扩张角 δ_2 , 尾缘几何构造角 λ_2 , 吸力面最大挠度 H_s , 吸力面最大挠度位置与前缘沿弦线方向的距离 L_s , 参见图 1。根据这些几何参量,首先可以得到吸力面/压力面与前/尾缘的切点坐标、吸力面最大挠度位置坐标。然后对吸力面可以采用两段三次样条曲线分别连接前缘切点至最大挠度点、最大挠度点至尾缘切点,这两条样条曲线分别在前、尾缘处满足由相应扩张角所定义的斜率条件,并在最大挠度点处满足一阶导数连续条件,进而完全确定了样条曲线。这样,就获得了吸力面的型面曲线。下一步,根据最大厚度及其位置参量可以确定压力面最大厚度位置处的坐标,采用两段三次样条曲线分别连接前缘切点至最大厚度点、最大厚度点至尾缘切点,并施加相应导数条件可完全确定压力面型面曲线。

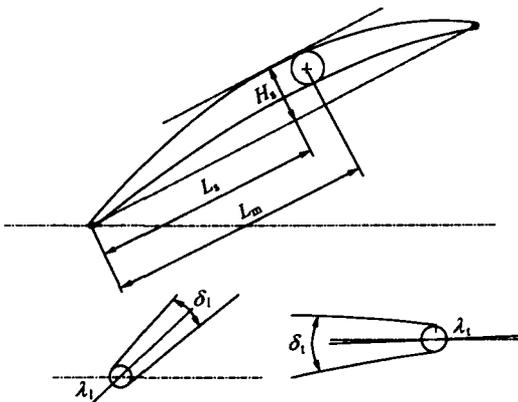


图 1 轴流压气机二维叶型参数化方法使用的参数

Fig. 1 Geometrical parameters used in the parametric method for axial compressor blade profile

实际上,在叶型的优化过程中,12 个参量中有一部分是可以事先确定的。例如,为满足强度要求,叶片的前、尾缘半径及最大厚度可以事先给定;另外,根据来流方向及设计攻角条件可以确定前缘几何构造角。注意到以上参数化方法中使用的参数都是在轴流压气机叶型定义中的常用参数,几何意义明确,工程使用方便,并且只要这些参数的取值在合理的范围内,则生成的叶型就一定是合理的,这对叶型的数值优化是十分有利的。

图 2 给出了利用这种叶型的参数化方法拟合的几种可控扩散叶型(CDA),图中虚线为原始叶型,实线为拟树叶型。由图可见,此方法可以很好地重现这些叶型。

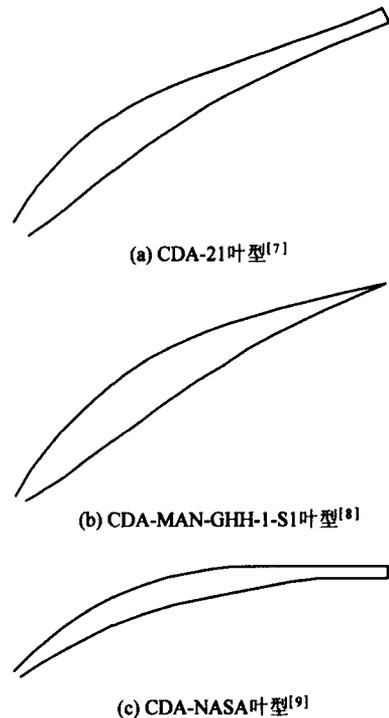


图 2 利用参数化方法拟合的几种 CDA 叶型

Fig. 2 Illustrations of several controlled diffusion airfoils fitted using the parametric method

2 优化策略及响应面构造模型

采用了基于响应面方法^[10]的数值优化策略。整个优化过程可见流程图 3。流程中包括 3 个主要模块:用户界面模块、初始样本集生成模块以及叶型优化模块。

在叶型优化模块中,对响应面函数的寻优方法采用了模拟退火算法,参见文献^[11],这里不再赘述。而对于响应面的构造,提出了一种新的模型,下面进行介绍。

响应面是一种拟合方法,它根据给定的一组

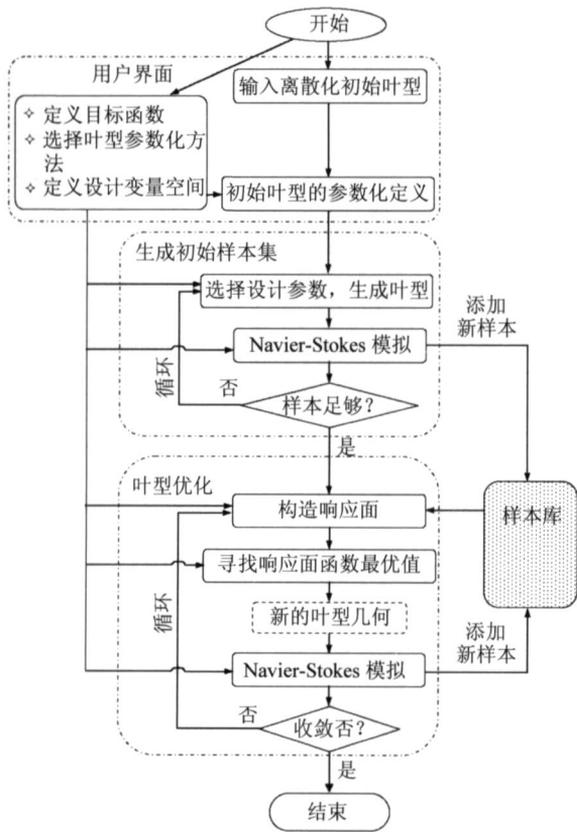


图 3 轴流压气机叶型数值优化流程图

Fig. 3 Flow chart of numerical optimization procedure of axial compressor blade profile

设计变量到目标函数的映射(或称一组样本)预估出目标函数的“形状”,从而寻优过程是针对响应面函数,而不是真实目标函数来进行。通常构造响应面的方法是采用一组基函数的线性或非线性组合来代表响应面函数,例如目前得到广泛应用的多项式方法和人工神经网络(BP网络及径向基函数网络),前者使用了幂函数的线性组合,后者则使用了激活函数的非线性组合。在一般情况下,用于构造响应面的样本数量越多,样本在设计变量空间中的分布越均匀,则响应面对真实目标函数的逼近程度就越好。当然,前提是用于构造响应面的基函数能够反映目标函数在设计变量空间中的形状。

对于给定的一组数量有限的样本,事实上仍不可能确切获知在整个设计变量空间内目标函数的形状;或者在样本所没有“探测”到的区域内,目标函数是何种形式的并不清楚。从这个角度来讲,对于提供的每个样本,其影响域范围不应覆盖整个设计变量空间,而应只对其邻域的响应面结构作出预估。而常用的多项式方法和BP网络方法则是“全局”性的方法,即每个样本都会对整个设计变量空间内的响应面起作用,以作者对这两种方法的使用经验,其结果是优化过程容易陷入

响应面反复变化的不收敛状态、或者优化过程容易陷入局部极值区域,并且当真实目标函数在设计变量空间中的形状与这类响应面的基函数形状相差较大时,将得不到最优解。

根据以上分析,不妨将提供的每单个样本都视为目标函数的一个极值,并利用一个分布函数模拟在样本的邻域内的目标函数,最后用所有样本的如上分布函数的线性叠加来代表实际的目标函数。这样可获得下面的响应面构造模型。

采用如下分布函数构造每个样本周围邻域的目标函数结构:

$$f_i(\bar{x}) = \exp\left[-\sum_{l=1}^L \left(\frac{X_l - X_{i,l}}{l}\right)^2\right] \quad (1)$$

式中: \bar{x} 为设计变量; L 为设计变量数;下标“ i ”表示第 i 个样本,下标“ l ”表示第 l 个设计变量; l 为事先定义的常量,它的作用相当于定义了样本在每个设计变量方向上影响域的大小。

接下来,响应面函数用所有样本的分布函数的线性叠加来表达,有

$$F(\bar{x}) = \sum_{i=1}^N C_i \cdot f_i(\bar{x}) = \sum_{i=1}^N C_i \cdot \exp\left[-\sum_{l=1}^L \left(\frac{X_l - X_{i,l}}{l}\right)^2\right] \quad (2)$$

式中: N 为样本数; C_i 为待定系数。将每个样本代入上式,可得如下关于待定系数 C_i 的线性方程组

$$\begin{bmatrix} f_1(\bar{x}_1) & f_2(\bar{x}_1) & \dots & f_N(\bar{x}_1) \\ f_1(\bar{x}_2) & f_2(\bar{x}_2) & \dots & f_N(\bar{x}_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_1(\bar{x}_N) & f_2(\bar{x}_N) & \dots & f_N(\bar{x}_N) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ C_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(\bar{x}_1) \\ F(\bar{x}_2) \\ \dots \\ F(\bar{x}_N) \end{bmatrix}$$

求得系数 C_i 后,就可以根据式(2)获得响应面函数的确切定义。

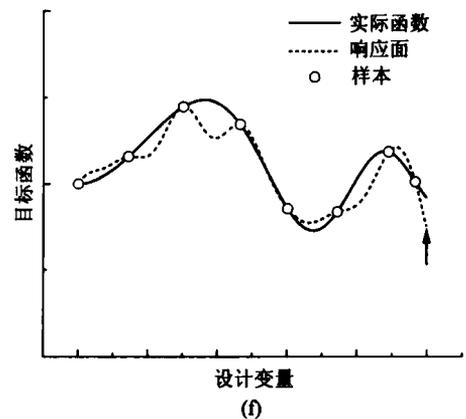
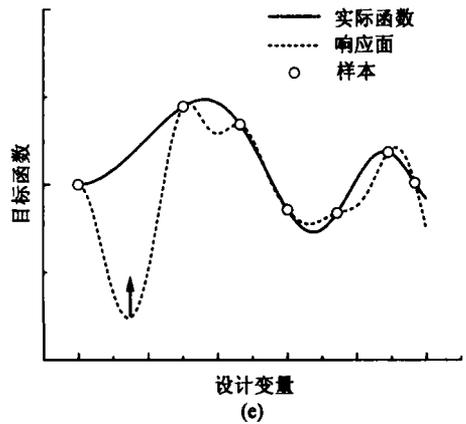
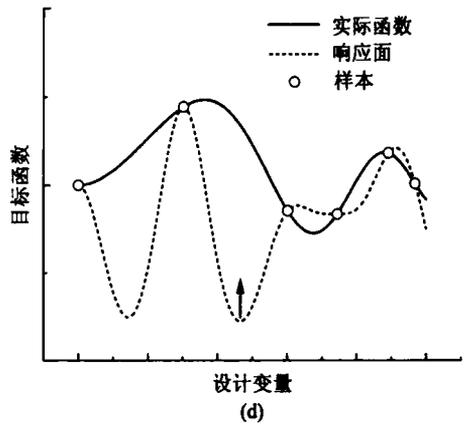
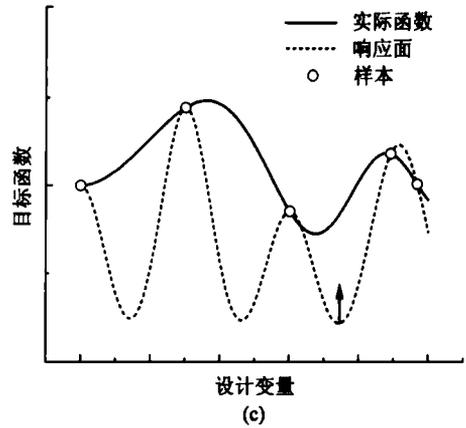
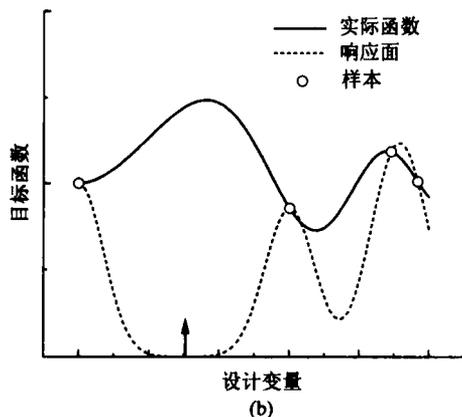
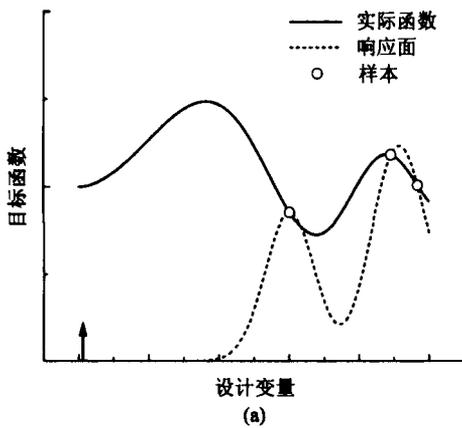
在此响应面模型中,需要人工事先定义的系数是式(1)中的 l 值。对于每个设计变量, l 的值可以不同。设设计变量的取值域为 $[0, 1]$,一般地,当目标函数关于某个设计变量是单极值函数时,关于此设计变量的 l 值可以取的较大,例如 $l = 1 \sim 2$;而当目标函数关于某设计变量有多个极值时, l 值需要取的较小,例如 $l = 0.1 \sim 0.5$ 。但实际上,由于事先并不知道目标函数关于某个设计变量的极值个数,所以在实际应用中, l 的取

值需要数值实验来确定。

以上响应面构造模型的优点在于：它可以逼近任意形状的目标函数；每添加一个新样本，响应面可以只在该样本附近的设计变量空间中改变响应面形状，一方面有利于提高优化过程的收敛速度，另一方面可使新增样本尽量去“探测”没有样本的“空白”区域。为说明本文提出的响应面构造模型的有效性，采用这种响应面模型寻找如下单变量函数的最小值

$$y = 1 + \exp(-1.9x) \sin(10x^2), 0 \leq x \leq 1$$

寻优过程为：首先随机生成3个样本，依据这3个样本，构造响应面函数，并寻找响应面的最小值点（采用模拟退火算法）；计算此最小值点处实际的目标函数值，得到一个新样本，将此样本加入样本库，构造新的响应面函数，并寻找新的响应面的最小值点；重复上述步骤，直至响应面的最小值点不再发生变化，这时响应面的最小值点即目标函数的最小值点。在这个例子中，获得目标函数的最小值点只需要8步，参见图4。从图中显示的优化收敛过程可以看出，初始样本数可以很少，由本文提出的响应面模型的特点，生成的响应面倾向于在空白区域（即没有样本的区域）大的位置出现极值，这样整个样本集的分布就可以更均匀，有利于全局最优点的寻找。



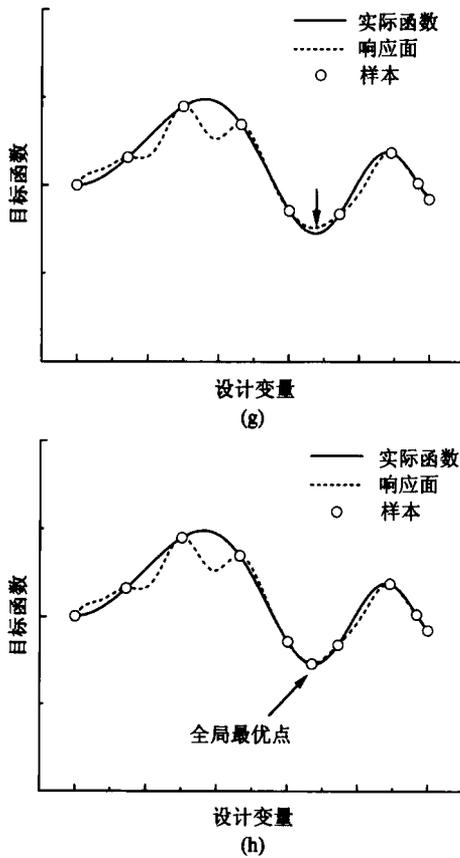


图 4 采用响应面模型的寻优过程示例

Fig. 4 An illustration to find global optimum using the proposed response surface model

3 数值模拟方法

所采用的数值模拟程序为自行开发的多块结构化三维 CFD 程序。它利用有限体积方法对 Navier-Stokes 方程进行空间离散,对流通量采用 AUSMD/V 方法计算,黏性通量采用通常的中心差分格式。对于隐式时间离散的控制方程组,采用 GMRES 算法求解。湍流模型为由作者改进的 Spalart-Allmaras 方程模型。另外,为模拟转捩流动,采用了 AGS 转捩模型。具体数值方法及模型参见文献[12-14]。为说明 CFD 程序的计算精度,图 5 给出了对某平面叶栅在不同雷诺数工况下的计算结果与实验结果比较。叶栅主要几何参数为:叶片弦长 100 mm,安装角 28.4°,叶栅稠度 1.63。在计算中采用了 H-O-H 型网格(在叶片周围采用 O 型网格,上下游为 H 型网格),网格总数为 5 500。流动条件为:来流湍流度 5.6%,实验修正来流攻角为 -1.8°,来流马赫数分别为 0.700 和 0.775,叶片弦长雷诺数分别为 5.5×10^5 和 1.9×10^5 。在高雷诺数工况下,叶片吸力面边界层从前缘至尾

缘始终保持附着;而在低雷诺数工况下,在吸力面上存在分离泡。由图 5 可见,计算结果与实验吻合得很好。在低雷诺数工况下吸力面分离泡也很好地捕捉到了,这一点从图 5 (b) 中叶片吸力面等熵马赫数分布形态可以看出。

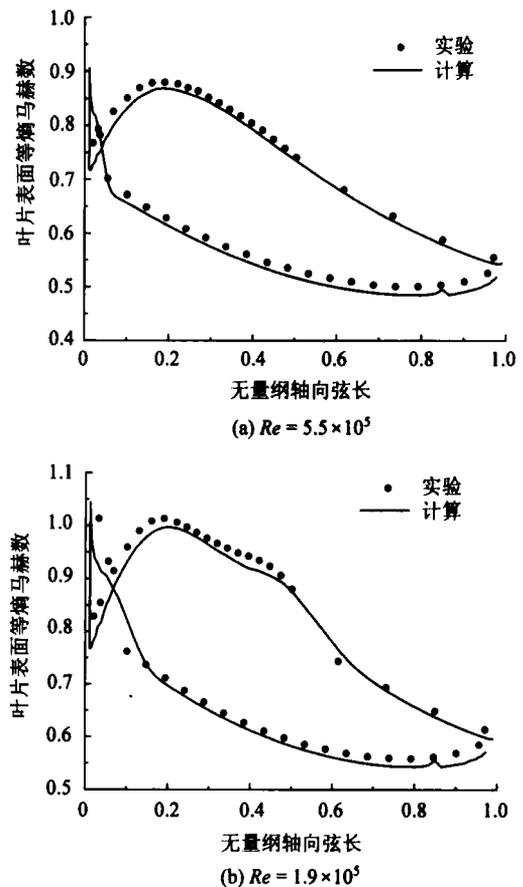


图 5 某平面叶栅在不同雷诺数工况下的叶片表面等熵马赫数分布

Fig. 5 Blade surface isentropic Mach number distributions of a compressor cascade at different Reynolds numbers

4 轴流压气机叶型的数值优化

本节介绍利用上述建立的数值优化平台对两个轴流压气机叶型(一个静子叶中叶型、一个转子叶中叶型)所进行的优化。这两个叶型是在某项目中经过一定的比较和改进后的设计结果,本节介绍的工作,是期望通过优化能够进一步提高其气动性能。对这两个叶型的优化都是在回转面上进行的,并且考虑了沿轴向叶型回转面半径的变化。采用三维 CFD 程序模拟这种准二维流动时,可以将流片的上下表面视为无黏物面来处理。

目标函数定义为

$$\text{目标函数} = \text{优化目标} + \text{罚函数}$$

其中优化目标以总压恢复系数定义,罚函数则取为出口绝对气流角与原始叶型的绝对出口气流角之差的绝对值。因此总的优化目标为:在保证叶型的出口气流角不变的前提下,叶型损失达最小。

采用第2节介绍的叶型参数化方法定义叶型,在优化过程中可变的设计变量及其可变范围见表1。其他在叶型参数化方法中使用到的几何参量(安装角、叶型前尾缘半径、最大厚度、前缘几何构造角、稠度)保持不变:安装角一般由多级环境和叶片积叠规律所确定;叶型前尾缘半径和最大厚度一般由叶片的强度要求所确定;前缘几何构造角由来流速度方向以及设计攻角确定;而稠度涉及叶型弦长及叶片数的变化,这里暂未予考虑。

表1 可变的叶型设计变量及变化范围

Table 1 List of variable design parameters of blade profile and their variation extensions

| 设计变量 | 变化范围(相对于原始叶型对应参数) |
|-------------|-------------------|
| 尾缘几何构造角/(°) | ±10 |
| 前缘扩张角/(°) | ±5 |
| 尾缘扩张角/(°) | ±5 |
| 吸力面最大挠度 | ±20%原始最大挠度 |
| 吸力面最大挠度弦向位置 | ±10%弦长 |
| 最大厚度弦向位置 | ±10%弦长 |

在开始叶型的优化之前,需要一个初始样本集。这里取20个初始样本。样本中的设计变量值基本上是采用随机方法挑选,但同时用如下方法来使初始样本集覆盖尽可能大的区域:

设已生成了 k 个样本,则利用如下过程生成第 $k+1$ 个样本:

随机挑选设计变量。

如果 $\min |\bar{x}_{k+1} - \bar{x}_i| > \epsilon$ ($i=1, 2, \dots, k$), 则接受设计变量值并生成新样本;否则转到第步。

\bar{x} 为设计变量; $|\cdot|$ 为 L_2 -范数; ϵ 为事先定义的常数,用它可以控制各样本的设计变量之间在变量空间中的最小距离,其值可以通过数值实验获得。

4.1 静子叶中叶型优化结果

该静子原始叶中叶型的主要几何参数为:弦长24 mm,叶片弯角 46.7° ,最大厚度弦长比7.2%,最大厚度相对位置49%,叶型安装角

28.6° ,当地稠度1.32;主要气动参数为:来流马赫数0.7,设计攻角 0° ,扩散因子0.53。图6给出了静子叶型的优化收敛史,两条曲线分别代表响应面的最优值和响应面最优值处利用CFD求得的实际目标函数值的演化史,当两者的值相等时认为获得了优化结果,可见经过15步之后就得到了最终的优化叶型。图7为两种叶型以及它们的表面等熵马赫数分布。由图可见,优化叶型吸力面的最大挠度有所减小,叶片负荷前移。图8为吸力面边界层形状因子分布,优化叶型仍然没有完全消除分离,但可使分离点有效后移。图9进一步验证了这一点,从图中可以看出优化叶型的尾迹宽度要明显小于原始叶型。原始叶型和优化叶型的出口气流角分别为 18.46° 和 18.49° ,几乎没有变化,而损失系数从0.032降至0.026,在满足约束的前提下损失降低了近20%。

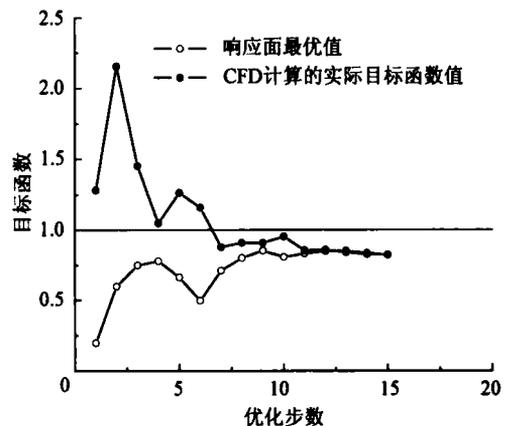


图6 静子叶型优化收敛史

Fig. 6 Optimization history of the stator blade profile

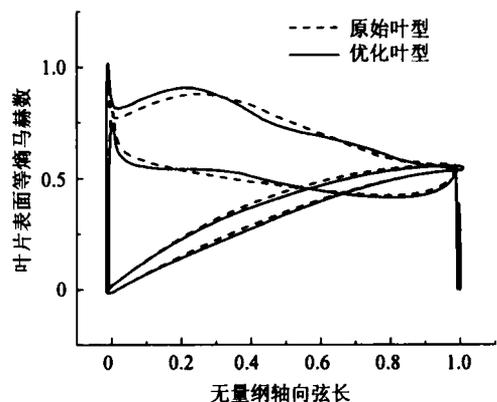


图7 优化前后静子叶型及表面等熵马赫数分布

Fig. 7 Comparison of the original and optimized stator blade profiles and the blade surface isentropic Mach number distributions

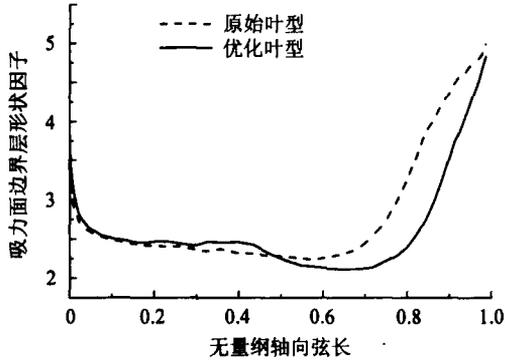


图 8 优化前后静子叶型吸力面边界层形状因子分布

Fig. 8 Shape factor distributions of boundary layers along the suction surfaces of original and optimized stator blade profiles

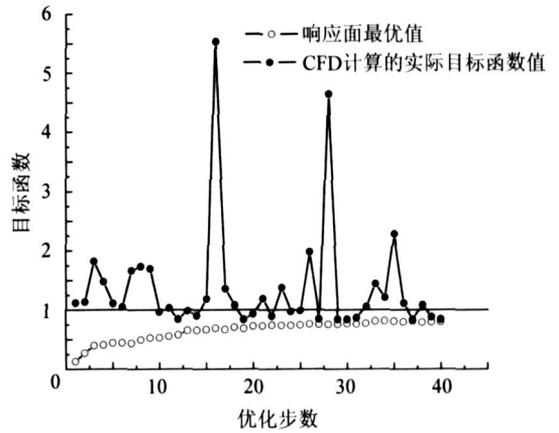


图 10 转子叶型优化收敛史

Fig. 10 History of the optimization process of the rotor blade profile

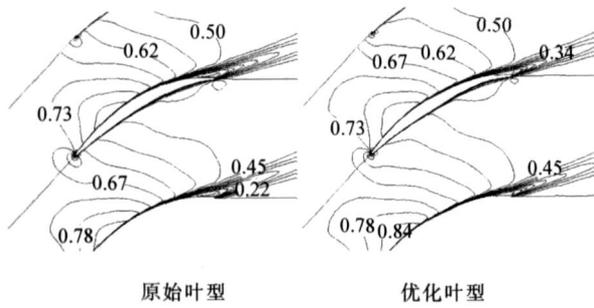


图 9 静子叶型流场马赫数分布

Fig. 9 Mach number distributions of original and optimized stator flow fields

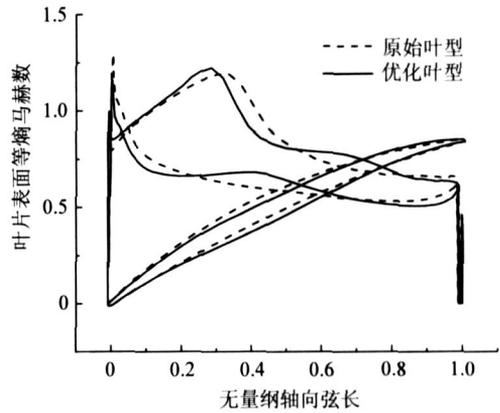


图 11 优化前后转子叶型及表面等熵马赫数分布

Fig. 11 Comparison of the original and optimized rotor blade profiles and the blade surface isentropic Mach number distributions

4.2 转子叶中叶型优化结果

该转子原始叶中叶型的主要几何参数为:弦长 38 mm, 叶片弯角 38.7°, 最大厚度弦长比 7.0%, 最大厚度相对位置 50%, 叶型安装角 40.2°, 当地稠度 1.53; 主要气动参数为:来流相对马赫数 0.89, 设计攻角 -1.0°, 扩散因子 0.56。优化过程在第 40 步收敛, 参见图 10。从图 11 的叶片表面等熵马赫数分布可以看出, 在叶片吸力面上出现了局部超音区, 优化叶型的负荷略有前移。图 12 为叶型吸力面边界层的动量厚度分布。由图可见, 优化叶型对改善吸力面边界层的效果明显, 边界层在离开物面时的厚度明显降低。图 13 为原始叶型和优化叶型的马赫数等值线分布。相对于原始叶型, 优化叶型的吸力面分离只在很靠近尾缘处发生, 并且尾迹的宽度也明显减小。同样地, 在优化前后叶型的绝对出口气流角基本保持不变 (原始和优化叶型分别为 50.49° 和 50.29°), 总压损失系数由 0.086 降至 0.072, 降低了约 16%。

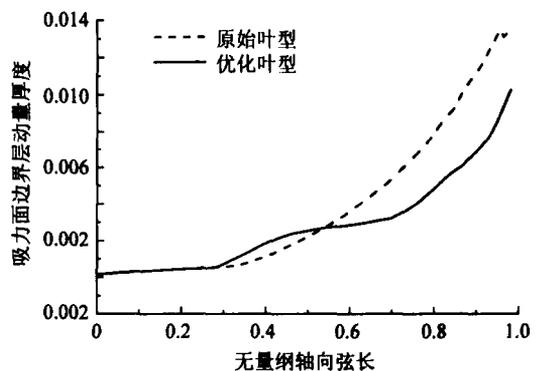


图 12 优化前后转子叶型吸力面动量厚度分布

Fig. 12 Momentum thickness distributions of boundary layers along the suction surfaces of the original and optimized stator blade profiles

5 结论

(1) 提出了一种轴流压气机叶型的参数化方法。通过在轴流压气机叶型的数值优化中的应用, 表明该参数化方法在使用较少的自由参数的同时, 能够覆盖较大范围的叶型几何。特别地,

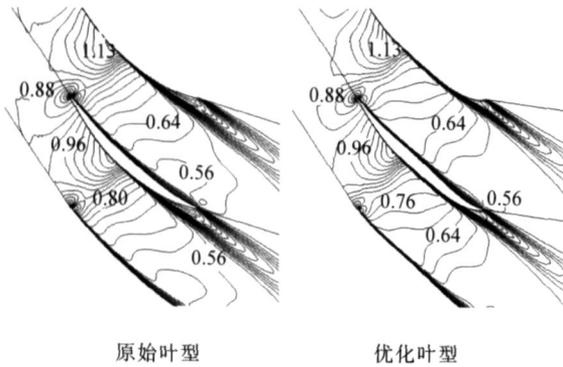


图 13 转子叶型流场马赫数分布

Fig. 13 Mach number distributions of original and optimized rotor flow fields

这种参数化方法具有很好的防止出现非合理叶型的能力。要使叶型的参数化方法能够自动防止非合理叶型的出现,一个最直接的方法是尽量采用可直接定义叶型几何本身的参量,并且使用的叶型拟合曲线阶数不应过高,或者采用具有保凸性的曲线。几何意义明确的参量可以较容易、直观地给定其上下限,使其在规定的变化范围内不容易导致非合理叶型的出现。而低阶曲线及保凸性好的曲线则不容易使叶型出现不应有的拐点。

(2) 给出了一种新的响应面构造模型。该模型在构造响应面时,每个样本的贡献主要只局限于其邻域。这使得这种响应面模型具有以下特点:

该模型不需要很多初始样本,在优化过程中,新加样本倾向于定位在样本密度低的设计变量空间,由此响应面可以被“有效”更新。

理论上,该响应面模型可以逼近任意形状的目标函数。

根据使用经验,该模型对目标函数的计算误差具有较好的包容性:对于一个样本,目标函数的求解存在误差,将只影响其附近的响应面函数值,而不会对整个空间中的响应面造成大的影响。

通过对两个轴流压气机叶型的数值优化,表明基于此响应面模型所建立的优化策略有较好的实际应用效果。这也是对目前众多优化方法的一个补充和新的尝试。

参 考 文 献

- [1] Jameson A, Martinelli L, Alonso J J, et al. Simulation based aerodynamic design [C]. IEEE Aerospace Conference. Big Sky, MO, 2000.
- [2] 朱自强,付鸿雁,吁日新,等.翼型和机翼的多目标优化设计研究[J].中国科学(E辑),2003,33(11):999-1006.
Zhu Z Q, Fu H Y, Yu R X, et al. Multi-objective optimization design of airfoil and wing[J]. Science in China, Series E, 2003, 33(11):999-1006. (in Chinese)

- [3] 熊俊涛,乔志德,韩忠华.基于响应面法的跨声速机翼气动优化设计[J].航空学报,2006,27(3):399-402.
Xiong J T, Qiao Z D, Han Z H. Optimum aerodynamic design of transonic wing based on response surface methodology[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006, 27(3):399-402. (in Chinese)
- [4] Pierret S, van den Braembussche R A. Turbomachinery blade design using a Navier-Stokes solver and artificial neural network[R]. ASME Paper 98-GT-4, 1998.
- [5] Eyi S, Lee K D. Turbomachinery blade design via optimization[R]. AIAA Paper 2000-0740, 2000.
- [6] Köller U, Reinhard M, Bernhard K, et al. Development of advanced compressor airfoils for heavy-duty gas turbines, part I: design and optimization[R]. ASME Paper 99-GT-95, 1999.
- [7] Saha U K, Roy B. Experimental investigations on tandem compressor cascade performance at low speeds[J]. Experimental Thermal and Fluid Science, 1997, 14:263-276.
- [8] Steinert W, Eisenberg B, Starke H. Design and testing of a controlled diffusion airfoil cascade for industrial axial flow compressor application[R]. ASME 90-GT-140, 1990.
- [9] Ho Y K, Walker G J, Stow P. Boundary layer and Navier-Stokes analysis of a NASA controlled-diffusion compressor blade[R]. ASME 90-GT-236, 1990.
- [10] Shyy W, Papila N, Vaidyanathan R, et al. Global design optimization for aerodynamics and rocket propulsion components[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2001, 37: 59-118.
- [11] Tsallis C, Stariolo D A. Generalized simulated annealing [J]. Physica A, 1996, 233:395-406.
- [12] 宁方飞.考虑真实几何复杂性的跨音压气机内部流动的数值模拟[D].北京:北京航空航天大学,2002.
Ning F F. Numerical investigations of flows in transonic compressors with real geometrical complexities[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2002. (in Chinese)
- [13] Ning F F, Xu L P. Numerical investigation of transonic compressor rotor flow using an implicit 3D flow solver with one-equation Spalart-Allmaras turbulence model[R]. ASME Paper 2001-GT-0359, 2001.
- [14] Abu-Ghannam B J, Shaw R. Natural transition of boundary layers - the effect of turbulence, pressure gradient, and flow history[J]. Journal of Mechanical Engineering and Science, 1980, 22(5):213-228.

作者简介:

宁方飞(1974-)男,博士,副教授。主要研究方向:叶轮机气动力学、计算流体力学。

Tel: 010-82316418

E-mail: fangfei.ning@buaa.edu.cn

刘晓嘉(1981-)女,博士研究生。主要研究方向:叶轮机气动力学。

Tel: 010-82316418

E-mail: lewxj0706@163.com

(责任编辑:刘振国)