

文章编号:1000-6893(2007)03-0729-06

# 直角切口柔性铰链平行四杆机构的屈曲分析

宗光华, 余志伟, 毕树生, 于靖军

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100083)

## Buckling Analysis of the Parallel Four-bar Mechanism Right-angle-notch Flexure Hinges

ZONG Guang-hua, YU Zhi-wei, BI Shu-sheng, YU Jing-jun

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of  
Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**摘要:** 介绍了研究柔性铰链机构屈曲特性的重要意义。利用材料力学弯曲变形理论的挠曲线近似微分方程建立了计算直角切口柔性铰链平行四杆机构屈曲临界力的数学模型。在简单可靠的实验装置上测试了实际样件的屈曲临界力, 并利用商用有限元软件 ANSYS 8.0 对相应的四杆机构模型进行了非线性屈曲分析。最终结果表明: 理论值、实验值以及仿真值都十分接近, 但仍存在一定的误差, 通过原因分析, 证实了存在这种误差的合理性, 从而验证了所建数学模型具有较高的参考价值, 可以作为柔性铰链平行四杆机构屈曲优化设计的指导理论。

**关键词:** 屈曲; 临界力; 柔性铰链; 柔性机构; 有限元

**中图分类号:** TH113.2<sup>+</sup>5 **文献标识码:** A

**Abstract:** The importance of the study on buckling performance was presented. The mathematical model, used to calculate the buckling critical force of compliant parallel four-bar mechanism with right-angle-notch flexure hinges, was established with the approximative differential equations of the flexible curve based on the bending theory in strength of materials. The buckling critical force of the sample was tested on the simple and reliable experimental equipment. Meanwhile, the nonlinear buckling analysis was carried out using the finite element model (FEM) method. The values of the buckling critical forces obtained from the calculation of the mathematical model above, from the experimentation and from the simulation all met well except the slight errors among them, which indicates the correctness of the mathematical model. Moreover, the sources of error were traced and validated the error's existence. In summary, the mathematical model proposed above has high value for reference in buckling optimization design of compliant parallel four-bar mechanism.

**Key words:** buckling; critical force; flexure hinge; compliant mechanism; FEM

柔性铰链是经过一体化设计和加工并利用材料弹性变形来实现预期运动的具有一定形状的特殊运动副, 大多数微/纳米操作定位平台都是使用柔性铰链作为弹性活动关节联接而成的柔性机构。由于柔性铰链机构具有无间隙、无摩擦、无污染、免润滑和高分辨率等一系列优点, 故常用于环境条件比较恶劣的航空航天领域。但是柔性铰链是柔性机构中最薄弱的环节, 其所受压应力的大小是确定该机构工作负载的一个重要指标。传统方法基本上是通过应力校核来确定柔性铰链的工作负载, 但在机构屈曲时, 其最大应力不一定很高, 有时甚至低于材料的比例极限, 可见这种形式

的失效, 并非强度不足, 而是稳定性不足。如图 1 所示, 机构局部屈曲(即铰链处屈曲)将引起整个机构的屈曲, 在这种情况下, 就只能按铰链及其机构屈曲时的临界力来计算柔性机构的最大负载。

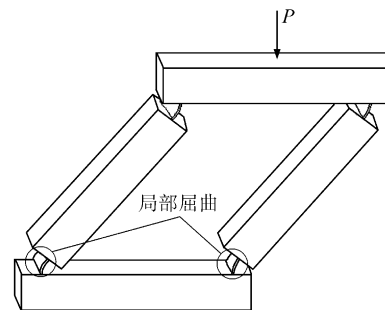


图 1 柔性机构屈曲

Fig. 1 Buckling of compliant mechanism

收稿日期: 2006-03-17; 修订日期: 2006-05-19

基金项目: 国家自然科学基金(50475002, 50405007)

通讯作者: 宗光华 E-mail: ghzong@buaa.edu.cn

文献[1]也提出了研究柔性铰链自身屈曲的重要性,但并没有综合考虑连杆(可看做刚杆)长度对屈曲的影响。直角切口型柔性铰链是众多柔性铰链中比较典型和常用且截面最简单的一种,对由其构成的平行四杆机构进行屈曲分析将为进一步研究其他柔性铰链平行四杆机构的稳定性奠定一定的理论基础。

## 1 屈曲临界力计算公式

### 1.1 建立机构屈曲数学模型

根据材料力学弯曲变形理论,可知挠曲线的近似微分方程为

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (1)$$

式中: $x$ 为挠曲线上任意点的横坐标; $v$ 为挠曲线上横坐标为 $x$ 的点的纵坐标,也称挠度; $M$ 为作用在挠曲线上的横坐标为 $x$ 的梁截面上的弯矩; $E$ 为材料的杨氏模量; $I$ 为直角切口柔性铰链截面惯性矩。

假设直角切口柔性铰链平行四杆机构在力 $2P$ 作用下处于临界屈曲状态,则可利用材料力学弯曲变形理论建立其数学模型(如图2所示)。将机构横梁从其中间截面切开,代以各杆件内力(轴力 $F_1$ 、剪力 $F_2$ 和弯矩 $m$ ),在各铰链坐标系 $o_i x_i y_i$ 中,设距原点 $o_i$ 为 $x_i$ 的任意截面的挠度为 $v_i$ ,在上支点 $o_{1i}$ 处的端截面转角为 $\theta$ (也是刚杆的转角,且 $\theta > 0$ ),而铰链上支点 $o_{1i}$ 的挠度为 $\lambda_0 l \sin \theta$ (这里的 $\lambda_0$ 被定义为铰链的屈曲临界挠度常数),则由式(1)可得各铰链 $i$ 相对于其坐标系 $o_i x_i y_i$ 的挠曲线的近似微分方程为

$$\frac{d^2 v_1}{dx_1^2} = -\frac{(P-F_2)(\lambda_0 l \sin \theta + v_1)}{EI} - \frac{F_1(l-x_1)}{EI} + \frac{m - (P-F_2)[a + (L+l)\sin \theta] - F_1(L+l)\cos \theta}{EI} \quad (2)$$

$$\frac{d^2 v_2}{dx_2^2} = -\frac{[(P-F_2)\cos \theta - F_1 \sin \theta](\lambda_0 l \sin \theta - v_2)}{EI} - \frac{[(P-F_2)\sin \theta + F_1 \cos \theta](l-x_2)}{EI} + \frac{m - (P-F_2)a}{EI} \quad (3)$$

$$\frac{d^2 v_3}{dx_3^2} = -\frac{(P+F_2)(\lambda_0 l \sin \theta + v_3)}{EI} + \frac{F_1(l-x_3)}{EI} - \frac{m + (P+F_2)[a - (L+l)\sin \theta] + F_1(L+l)\cos \theta}{EI} \quad (4)$$

$$\frac{d^2 v_4}{dx_4^2} = \frac{[(P+F_2)\cos \theta + F_1 \sin \theta](\lambda_0 l \sin \theta - v_4)}{EI} - \frac{[(P+F_2)\sin \theta - F_1 \cos \theta](l-x_4)}{EI} + \frac{(P+F_2)a - m}{EI} \quad (5)$$

式中: $I = \frac{1}{12}bh^3$ ( $b$ 为铰链宽度, $h$ 为铰链厚度)。

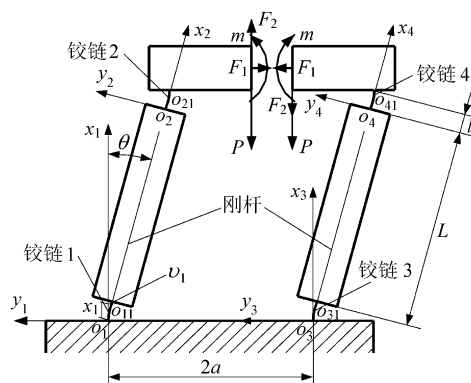


图2 柔性机构屈曲模型

Fig. 2 Buckling model of compliant mechanism

由 $\frac{d^2 v_1}{dx_1^2} = \frac{d^2 v_3}{dx_3^2}$  ( $x_1 = x_3 = l$ 时)可以推导出

$$m = Pa + F_1(L+l)\cos \theta - F_2(L+l)\sin \theta \quad (6)$$

由 $\frac{d^2 v_2}{dx_2^2} = \frac{d^2 v_4}{dx_4^2}$  ( $x_2 = x_4 = l$ 时)可以推导出

$$m = Pa \quad (7)$$

代入式(6)可得

$$F_1 = F_2 \tan \theta \quad (8)$$

引用记号

$$k_1^2 = \frac{P-F_2}{EI}, \quad k_2^2 = \frac{(P-F_2)\cos \theta - F_1 \sin \theta}{EI}$$

则式(2)、式(3)的通解分别为

$$v_1 = A_1 \sin k_1 x_1 + B_1 \cos k_1 x_1 - \lambda_0 l \sin \theta - \frac{F_1(l-x_1)}{P-F_2} + \frac{m}{P-F_2} - [a + (L+l) \sin \theta] - \frac{F_1(L+l)\cos \theta}{P-F_2} \quad (9)$$

$$v_2 = A_2 \sin k_2 x_2 + B_2 \cos k_2 x_2 + \lambda_0 l \sin \theta - \frac{[(P-F_2)\sin \theta + F_1 \cos \theta](l-x_2)}{(P-F_2)\cos \theta - F_1 \sin \theta} + \frac{m - (P-F_2)a}{(P-F_2)\cos \theta - F_1 \sin \theta} \quad (10)$$

其一阶导数分别为

$$\frac{dv_1}{dx_1} = A_1 k_1 \cos k_1 x_1 - B_1 k_1 \sin k_1 x_1 + \frac{F_1}{P-F_2} \quad (11)$$

$$\frac{dv_2}{dx_2} = A_2 k_2 \cos k_2 x_2 - B_2 k_2 \sin k_2 x_2 + \frac{(P - F_2) \sin \theta + F_1 \cos \theta}{(P - F_2) \cos \theta - F_1 \sin \theta} \quad (12)$$

各铰链下支点  $o_i$  的边界条件为

$$x_i = 0 \text{ 时, } v_i = 0, \quad \frac{dv_i}{dx_i} = 0$$

代入式(9)~式(12)并注意到  $m = Pa$ , 可得

$$B_1 = [F_1 l + F_1 (L + l) \cos \theta + (P - F_2) \cdot (L + l + \lambda_0 l) \sin \theta - F_2 a] / (P - F_2) \quad (13)$$

$$B_2 = \{ [(P - F_2) \sin \theta + F_1 \cos \theta] l - F_2 a - [(P - F_2) \cos \theta - F_1 \sin \theta] \lambda_0 l \sin \theta \} / [(P - F_2) \cos \theta - F_1 \sin \theta] \quad (14)$$

$$A_1 = -F_1 / [k_1 (P - F_2)] \quad (15)$$

$$A_2 = -\frac{[(P - F_2) \sin \theta + F_1 \cos \theta]}{k_2 [(P - F_2) \cos \theta - F_1 \sin \theta]} \quad (16)$$

而各铰链上支点  $o_{ii}$  的边界条件为

$$x_1 = x_2 = l \text{ 时, } \frac{dv_2}{dx_2} = \tan \theta = -\frac{dv_1}{dx_1}$$

再与式(13)~式(16)一起代入式(11)、式(12)并注意到  $F_1 = F_2 \tan \theta$ , 可解得

$$[k_1 \sin k_1 l (a + \lambda_0 l \sin \theta - l \tan \theta) - \tan \theta \cos k_1 l] \cdot F_2 = P k_1 (L + l + \lambda_0 l) \sin \theta \sin k_1 l - P \tan \theta \quad (17)$$

$$[\sin \theta + \sin \theta \tan^2 \theta + k_2 \sin k_2 l (a - \lambda_0 l \sin \theta \cos \theta - \lambda_0 l \sin^2 \theta \tan \theta)] F_2 = P \sin \theta \cos k_2 l + k_2 \sin k_2 l (Pl \sin \theta - P \lambda_0 l \sin \theta \cos \theta) \quad (18)$$

联立式(17)、式(18)并消去  $F_2$  和  $P \sin \theta$ , 可得

$$[\sin \theta + \sin \theta \tan^2 \theta + k_2 \sin k_2 l (a - \lambda_0 l \sin \theta \cos \theta - \lambda_0 l \sin^2 \theta \tan \theta)] [k_1 (L + l + \lambda_0 l) \sin k_1 l - 1 / \cos \theta] = [-\cos k_2 l - k_2 \sin k_2 l (l - \lambda_0 l \cos \theta)] [\tan \theta \cos k_1 l - k_1 \sin k_1 l (a + \lambda_0 l \sin \theta - l \tan \theta)] \quad (19)$$

因  $\theta$  角较小, 可取

$$\cos \theta \approx 1, \quad \sin \theta \approx \tan \theta \approx 0$$

从而有

$$k_2^2 = \frac{(P - F_2) - F_2 \tan \theta \sin \theta}{EI} \approx \frac{P - F_2}{EI} = k_1^2$$

令  $k_1 \approx k_2 = k, L = \lambda l$  ( $\lambda$  被定义为刚杆长度与柔性铰链长度之间的比值, 称为长度比), 代入式(19)并省略各相对小项可得

$$(\lambda + 2\lambda_0) k l \sin kl = 1 + \cos kl \quad (20)$$

### 1.2 确定屈曲临界挠度常数 $\lambda_0$

当  $\lambda = 0$  (即刚杆长度为零) 时, 其屈曲临界力计算简图如图 3 所示, 其中  $v_0$  为左边支链上支点

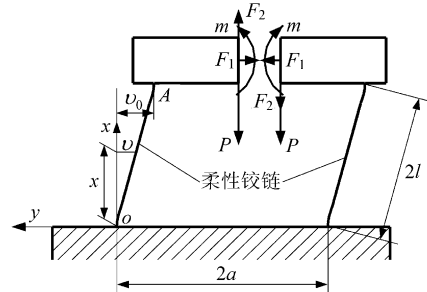


图 3 刚杆长度为零时的屈曲模型

Fig. 3 Buckling model of compliant mechanism without rigid bar

的挠度。将左边断面所受的力和弯矩向 A 点简化, 然后可以得出左边支链(柔性铰链)的挠曲线微分方程

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} = -\frac{(P - F_2)(v_0 + v)}{EI} + \frac{m - (P - F_2)a - F_1(l - x)}{EI} \quad (21)$$

参照 1.1 节的推导方法并结合右边支链的挠曲线微分方程, 可以得到

$$m = Pa, \quad F_1 = \frac{v_0}{l} F_2$$

代入式(21), 得

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{(P - F_2)v}{EI} + \frac{F_2(a + \frac{v_0 x}{l}) - P v_0}{EI} \quad (22)$$

因挠度  $v_0$  很小, 故  $v_0 x / l$  与  $a$  相比较小, 完全可以省略, 所以有

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{(P - F_2)v}{EI} + \frac{F_2 a - P v_0}{EI} \quad (23)$$

引用记号  $k^2 = \frac{P - F_2}{EI}$ , 则式(23)的通解为

$$v = A \sin kx + B \cos kx + \frac{F_2 a - P v_0}{P - F_2} \quad (24)$$

由此可求出  $v$  的一阶导数为

$$\frac{dv}{dx} = A k \cos kx - B k \sin kx \quad (25)$$

左支链的边界条件是

$$x = 0 \text{ 时, } v = 0, \quad \frac{dv}{dx} = 0$$

$$x = 2l \text{ 时, } \frac{dv}{dx} = 0$$

代入式(24)和式(25), 得到

$$\left. \begin{aligned} B + \frac{F_2 a - P v_0}{P - F_2} &= 0 \\ Ak &= 0 \\ Ak \cos 2kl - Bk \sin 2kl &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

显然,  $k \neq 0, B \neq 0$ , 故可由式(26)解得  $\sin 2kl = 0$ , 其非零最小解为  $2kl = \pi$ , 即  $kl = \pi/2$ , 代入式(20)可得屈曲临界挠度常数

$$\lambda_0 = \frac{1 + \cos kl}{2kl \sin kl} = \frac{1}{\pi} \quad (27)$$

由 1.1 节定义可知,  $\lambda_0$  对应长度为  $l$  的柔性铰链, 而对于图 3 长度为  $2l$  的柔性铰链, 根据其屈曲模型的反对称性, 其屈曲临界挠度常数应该等于  $2\lambda_0$ , 即对于一端固定, 另一端自由且仅受轴向力并作横向平动的压杆, 其弹性转动中心<sup>[2]</sup>离自由端的距离为整个压杆长度的  $2/\pi$  倍。

### 1.3 屈曲临界力计算公式

将式(27)代入式(20), 则有

$$(\lambda + 2/\pi)kl \sin kl = 1 + \cos kl \quad (28)$$

上式为一超越方程, 可用图解法求解(如图 4 所示)。当求出  $kl$  后, 则可求得四杆机构左支链的屈曲临界力为

$$P'_{cr\pm} = k^2 EI$$

因左右两支链的屈曲模态完全一样, 故可认为两支链的屈曲临界力基本相同。因此整个柔性铰链四杆机构的屈曲临界力为

$$P_{cr} = 2P'_{cr\pm} = 2k^2 EI \quad (29)$$

而按照材料力学关于计算屈曲临界力的欧拉公式的定义有

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\gamma l)^2} \quad (30)$$

代入式(29), 则可求出欧拉长度系数为

$$\gamma = \frac{\pi}{\sqrt{2}kl} \quad (31)$$

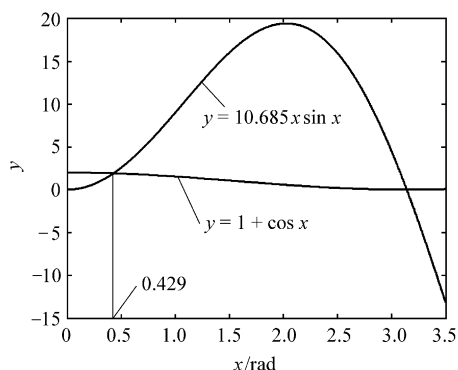


图 4 超越方程图解法

Fig. 4 Graphic method

最后根据式(28)、式(30)及式(31)即可求出整个直角切口柔性铰链平行四杆机构的屈曲临界力。

### 1.4 小结

根据前面推导过程, 可以得出如下结论:

(1)  $0 < \lambda < +\infty, l > 0$  时(即铰链长度和刚杆长度均不为零), 四杆机构的屈曲临界力  $P_{cr}$  按式(28)、式(30)及式(31)计算。

(2)  $\lambda = 0, l > 0$  时(即刚杆长度为零),  $\gamma = \sqrt{2}$ ; 或者取  $\gamma = \sqrt{2}/2$ , 但式(30)、式(31)中的铰链长度  $l$  同时应改为  $2l$ 。

(3)  $\lambda = +\infty, L > 0$  时(即铰链长度为零),  $\gamma = \sqrt{2}/2$ , 同时式(28)中的铰链长度  $l$  应改为  $L/2$  (取刚杆长度的一半), 式(30)、式(31)中的铰链长度  $l$  应改为刚杆长度  $L$ , 而铰链的截面抗弯刚度  $EI$  也应改为刚杆的截面抗弯刚度  $EI'$ 。

(4) 就四杆机构的单根支链而言, 无论是铰链长度为零或刚杆长度为零, 其欧拉长度系数均为 1(由 1.2 节知, 当刚杆长度为零时,  $\pi/(k \cdot 2l) = 1$ ), 相当于两端铰支的压杆屈曲情况, 只不过这里的“铰支”限制的是端截面的转动自由度。

(5) 屈曲临界力  $P_{cr}$  将随着铰链长度  $l$ 、刚杆长度  $L$  (或长度比  $\lambda$ ) 的增加而减小, 随着铰链(或刚杆)截面抗弯刚度  $EI$  (或  $EI'$ ) 的增加而增加, 而与四杆机构横梁的跨度  $a$  无关。

(6) 文中推导的屈曲临界力计算公式可以推广到由  $n$  根平行支链构成的多  $(n+2)$  杆机构的情况, 只须将式(31)改为  $\gamma = \pi/\sqrt{n} \cdot kl$  即可。

## 2 算例与验证

### 2.1 样件设计与加工

样件是使用铝合金(LY12-CZ)板在瑞士夏米尔公司的高精度慢走丝线切割机床 ROBOFIL 380(使用直径为 0.1 mm 的镀锌电极丝)上经过一体化加工而成的, 通过在  $30 \times$  工具显微镜上实际测量, 其直角切口柔性铰链部位各尺寸参数如表 1 所示, 材料的杨氏模量取  $E = 71 \text{ GPa}$ , 泊松比取  $\mu = 0.31$ 。

表 1 铰链和刚杆尺寸参数(单位: mm)

Table 1 The dimension of hinge and rigid bar (Unit: mm)

分类	长度	宽度	厚度
铰链	4.98	10.03	0.21
刚杆	50.04	10.03	9.99

### 2.2 理论计算

由表 1 数据可得长度比

$$\lambda = L/l = 50.04/4.98 \approx 10.048$$

代入式(28)可得

$$10.685kl \sin kl = 1 + \cos kl \quad (32)$$

上式为一超越方程,可用图解法求解。以  $x = kl$  为横坐标,作曲线  $y = 10.685x \sin x$  和余弦曲线  $y = 1 + \cos x$ (如图 4 所示),其第 1 个交点的横坐标为

$$x = kl \approx 0.429$$

显然是式(32)的最小解,代入式(31),可得欧拉长度系数

$$\gamma = \pi/\sqrt{2} \cdot kl \approx 5.179$$

再代入式(30),即可求出直角切口柔性铰链四杆机构的屈曲临界力为

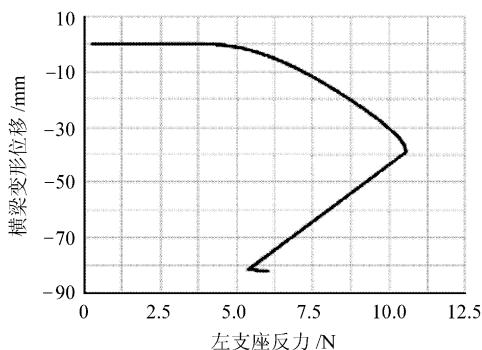
$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(5.179l)^2} \approx 8.154 \text{ N}$$

### 2.3 有限元仿真

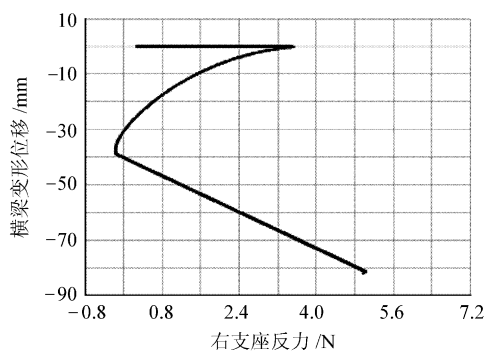
利用商用有限元软件 ANSYS 8.0 进行机构非线性屈曲分析<sup>[3]</sup>。分析中使用按表 1 实测数据所建立的 8 段直线来模拟直角切口柔性铰链四杆机构,并采用梁单元 BEAM3 对其进行网格划分。在时间历程后处理程序 POST26 中查看横梁随加载载荷(或支座反力)变化的变形位移情况,当载荷增加到刚好超过某一固定值时,横梁将产生较大位移,如果载荷增加的太大则机构会发生塌陷或断裂,这个固定值就是如图 5(a)、图 5(b)中所示两曲线的拐点所对应的载荷之和,也就是四杆机构的屈曲临界力,即

$$P_{cr} = 4.64 \text{ N} + 3.53 \text{ N} \approx 8.17 \text{ N}$$

与 2.2 节中的理论计算值的误差仅为 0.2%。



(a) 横梁变形位移-左支座反力关系曲线



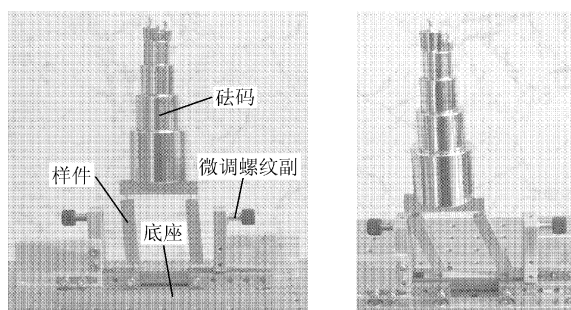
(b) 横梁变形位移-右支座反力关系曲线

图 5 有限元屈曲分析结果

Fig. 5 Buckling analysis results by FEM

### 2.4 实验

为了使加载准确可靠,专门制作了简单可靠的加载实验装置(如图 6 所示),该装置主要由底座、两个微调螺纹副以及两套砝码组成。通过逐渐加载的方法,可以测得机构在发生屈曲以前所承受的最大载荷(如图 6(a)所示,此时若再增加少量载荷,机构则将产生较大的变形位移而发生屈曲失效,如图 6(b)所示),即机构的屈曲临界力为  $P_{cr} = 0.822 \text{ kg} \times 9.8 \text{ N/kg} \approx 8.056 \text{ N}$ ,与 2.2 节中的理论计算结果相比较,误差较小,仅为 1.2%。



(a) 屈曲前最大载荷

(b) 屈曲倾侧失效

图 6 屈曲临界力测试实验

Fig. 6 Experiment of buckling critical force

### 3 误差分析

尽管理论计算值、有限元仿真值与实验值都十分接近,但仍然存在一定误差。经仔细分析,存在这种误差的主要原因为:

(1) 在直角切口柔性铰链的左右两侧距表面十几微米的深度内出现了线切割的软化层和线切割加工表面的变质层,且变质层一般存在麻点状蚀坑、显微裂纹,甚至空洞。这些表面缺陷都会使屈曲临界力实验值偏小。

(2) 经线切割加工后,试件表面会吸附或镀膜一层游离的碳灰和金属颗粒,致使用于理论计



算的各尺寸的测量值与实验使用值不一致,即铰链厚度偏大,铰链长度  $l$  偏小。这种表面缺陷会使屈曲临界力理论计算值比实验值偏大。

(3) 在有限元屈曲分析中,尽管刚杆模型的截面惯性矩非常大,但在仿真计算中仍然会有一些变形,其分析结果会稍有不同。

(4) 有限元屈曲分析结果会因单元网格划分的好坏而有所不同。

(5) 因砝码加载施加的是一种体积分布力,而不是一种集中力,且其作用点(砝码组重心)也并不位于机构横梁的中间位置,故会使实验值偏小。

(6) 理论计算模型中未考虑刚杆微小变形对屈曲临界力的影响,致使理论计算值比实验值偏大。

(7) 实验值中没有把机构横梁和两刚杆的自重计算进去,也是使实验值偏小的主要原因之一。

(8) 实验样件材料的实际杨氏模量与理论计算和有限元仿真中所使用的数值( $E=71$  GPa)会有一些偏差,也将引起实验值与理论值和仿真值之间的误差。

#### 4 结论

推导了计算直角切口柔性铰链四杆机构屈曲临界力的欧拉公式,从而给其他柔性铰链四杆机构稳定性的分析提供了理论指导。通过仿真和实验,证明了所建数学模型的正确性。另外,值得提出的是,一般情况下,应该对柔性铰链四杆机构同时进行屈曲分析(屈曲安全系数取  $2\sim 5$ )和强度分析(强度安全系数取  $1\sim 2$ ),取两个分析结果中较小的一个工作载荷作为柔性铰链四杆机构的最大工作载荷。

#### 参 考 文 献

- [1] Guerinot A E, Magleby S P, Howell L L, et al. Compliant joint design principles for high compressive load situations

[J]. Transactions of the ASME, 2005, 127: 774-781.

- [2] Smith S T. Flexures elements of elastic mechanisms[M]. Gordon and Breach Science Publishers, 2000: 153-177.

- [3] 李军,薛明德. 蜂窝夹芯旋转壳的屈曲分析[J]. 航空学报, 2006, 27(1): 50-54.

Li J, Xue M D. Buckling analysis of rotationally periodic sandwich laminated shells[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006, 27(1): 50-54. (in Chinese)

#### 作者简介:



宗光华(1943—) 男,教授,博士生导师。主要研究方向:机器人机构学、全柔性机构、自主移动机器人技术、机器人视觉等。

Tel:010-82317749

E-mail:ghzong@buaa.edu.cn



余志伟(1975—) 男,博士研究生。主要研究方向:先进机器人技术、全柔性机构。

Tel:010-82338019

E-mail:zhiwei\_yu005@163.com



毕树生(1966—) 男,教授,博士生导师。主要研究方向:微操作机器人系统、机器人机构学、机器人运动学、全柔性机构等。

E-mail:ssbi@buaa.edu.cn



于靖军(1974—) 男,副教授,硕士生导师。主要研究方向:机器人机构学、机器人运动学等。

Tel:010-82338019

E-mail:yujj02@yahoo.com.cn

(责任编辑:蔡 斐)