

文章编号: 1001-4322(2003)09-0855-04

# 未被俘获电子对多光子非线性 Compton 散射能量转换效率的影响\*

郝东山

(驻马店师范高等专科学校 物理系, 河南 驻马店 463000)

**摘 要:** 应用单粒子理论和电子与光子非弹性碰撞模型,研究了未被俘获电子对多光子非线性 Compton 散射能量转换效率的影响。结果表明,未被俘获电子使该散射的频谱展宽随入射电子速度和与电子同时作用的光子数的增大而增大,随电子与光子非弹性碰撞成分的增大而减小,从而使能量转换效率近乎与电子入射速度成正比降低。用低能电子入射,能有效地减小这种损失。

**关键词:** 多光子非线性 Compton 散射; 能量转换效率; 俘获电子; 超强激光场

**中图分类号:** TN241 **文献标识码:** A

近几年来,人们对超强激光场中电子与光子的相互作用进行了深入的研究<sup>[1~4]</sup>,近期,我们也曾对超强激光场中多光子非线性 Compton 散射进行了深入细致的理论分析<sup>[5~8]</sup>。然而,在该光场中还存在着一种重要的非线性效应,即边带不稳定性。正是由于这种不稳定性的出现,会使光场受到强烈的调制,频带展宽,严重地影响电子与光子间的能量转换效率的提高<sup>[9]</sup>,这是一个需要解决的问题。以往曾有人对电磁波泵自由电子激光边带不稳定性进行了研究<sup>[10]</sup>,但在超强激光场中,未被俘获电子对多光子非线性 Compton 散射能量转换效率的影响目前尚未涉及。本文对该问题进行了一些有益的探索。

## 1 基本方程

设超强激光场和 Wiggler 场的形式分别为

$$\begin{cases} E(x, t) = (mc^2/e) a(z, t) [\cos[kz - \omega_0 t + \phi(z, t)] e_x - \sin[kz - \omega_0 t + \phi(z, t)] e_y] \\ E_W(x, t) = -(mc^2/e) a_W(z, t) [\cos(k_W z + \omega_W t) e_x + \sin(k_W z + \omega_W t) e_y] \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $e$  和  $m$  分别为电子的电量和静止质量;  $c$  为真空中的光速;  $\omega_0, k, a$  分别为入射光场的频率、波数和无量纲幅值;  $\omega_W, k_W, a_W$  分别为 Wiggler 场的频率、波数和无量纲幅值;  $\phi(z, t)$  为光场的相移。

应用单粒子理论和电子与光子非弹性碰撞模型,在以速度  $v_p$  运动的有质动力势坐标系(物理量用“ $'$ ”表示)中分析电子与光子的相互作用。在超强激光场振幅  $a_0$  为缓变常数的情况下,由 Lorentz 变换可知,当电子的能量满足  $\gamma_j > \gamma_+ = [1 + (a_W + a_0)^2]^{1/2}$  时,电子仅受到有质动力势阱的调制,但不做周期性振荡运动;而当电子的能量满足  $\gamma_+ > \gamma_j > \gamma_- = [1 + (a_W - a_0)^2]^{1/2}$  时,电子被有质动力势阱俘获,并做周期性振荡运动。

假设激光场中有被俘获和未被俘获的电子,被俘获电子均落入势阱底部附近,未被俘获电子为单能量分布,  $\gamma_j = \gamma_u > \gamma_+$ , 且  $\gamma_u \gg \gamma_+$ 。于是可把超强激光场的振幅和相移分别描述为

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{kc^2}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial z} \right) a = ck_p a_0 \sin(\omega_0 t + \phi) + ck_p a_0 \sin(\omega_u t + \phi_u) \quad (2)$$

$$a \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{kc^2}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial z} \right) = ck_p a_0 \cos(\omega_0 t + \phi) + ck_p a_0 \cos(\omega_u t + \phi_u) \quad (3)$$

电子轨道方程为

$$\frac{d^2 t'}{dt'^2} + \frac{2}{Bt} \frac{a}{a_0} \sin(\omega_0 t + \phi) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d^2 u'}{dt'^2} + \frac{2}{Bu} \frac{a}{a_0} \sin(\omega_u t + \phi_u) = 0 \quad (5)$$

\* 收稿日期:2003-03-06; 修订日期:2003-07-21

基金项目:河南省教育厅自然科学基金基础研究计划项目(20011400006)

作者简介:郝东山(1948-),男,河南西平县人,副教授,主要从事激光物理研究,在国内外公开刊物上发表论文 40 余篇。

式中:下标  $t, u$  分别表示与被俘获和未被俘获电子相关的物理量;  $\dots u = \frac{2}{0} d u / 2 \dots$  表示统计平均值;  $j = k_p z_j(t), k_p = p [k_p - v_p / c^2]_0$ ;  $B_t = c^2 k_p a_w a_0 / \dots$ ;  $B_u = c^2 k_p a_0 / u^2$ 。

应用微扰理论,对落入势阱底部附近的电子,均可取  $t + \dots = 0$ 。对于速度为  $u c$  的未被俘获的电子,  $u^{(0)} = u^{(0)}(0) + u c k_p t, u = (R + i L) \exp(i u^{(0)} + i^{(0)}) + (R + i L)^* \exp(-i u^{(0)} - i^{(0)})$ , 其中,  $R, L$  为缓变函数。对(2)~(5)式线性化,可得

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{d^2}{dt^2} t = 0 \\ & \left( \frac{d^2}{dt^2} + i 2 u c k_p \frac{d}{dt} - u^2 c^2 k_p^2 \right) (R + i L) = 0 \\ & \left( \frac{d^2}{dt^2} - i 2 u c k_p \frac{d}{dt} - u^2 c^2 k_p^2 \right) (R - i L) = 0 \\ & \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{c^2 k}{0} \frac{\partial}{\partial z} \right) A = c k_p (t + \dots) + c k_p R \\ & \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{c^2 k}{0} \frac{\partial}{\partial z} \right)^* = c k_p A + c k_p L \end{aligned} \right. \quad (6)$$

其中  $A = a / a_0$ 。式(6)是描述微扰量演化的完备线性方程组,可用于研究超强激光场的边带不稳定性。

### 2 色散方程

设所有的扰动量均正比于因子  $\exp[-i(\dots)t + i(k)z]$ , 其中  $\text{Im}(\dots) > 0$  对应于产生不稳定性。若把 Wiggler 场的影响看作小量时,则由式(6)得到如下色散方程

$$1 - \frac{c^2 k_p^2}{(\dots - c k)^2} = 2 c k_p [(\dots)^2 + u^2 c^2 k_p^2] \quad (7)$$

由此可见,该式是对被俘获电子所引起的边带不稳定性修正。

### 3 未被俘获电子对多光子非线性 Compton 散射能量转换效率的影响

把式(7)换到实验室坐标系中,利用

$$\left\{ \begin{aligned} \dots & = p (\dots - v_p k) \\ k & = p [k - (v_p / c^2) \dots] \\ k_p & = p [k_p - (v_p / c^2) \dots] \end{aligned} \right. \quad (8)$$

将式(8)代入式(7),略去  $(k)^2, (\dots)^2, k_p^2$  项,且令  $p^n = 1 (n = 2, 3, 4, \dots)$ , 经运算后可得

$$\frac{1}{k c - 2 B u^2 v_p^3} = \frac{1}{2} p^n - \frac{v_p k_p}{\dots} \quad (9)$$

其中  $B = 4 + 2 v_p + \dots / k_p c^2 + v_p^2 / k_p c, p = v_p / c, \dots$  为散射光子的频率。

为量度多光子非线性 Compton 散射时电子在激光束上的非弹性,我们引入无量纲参量

$$\dots = \dots / p - f / (\dots - 1) \quad (10)$$

由入射光子与散射光子频率关系  $\dots = \dots (1 - f \cos \theta) / \dots, \dots = \dots (1 + p \cos \theta) / \dots$  和

$$p_{e\mu}^{(0)} + n k_{p\mu}^{(0)} = p_{e\mu} + K_{p\mu}, (n k_{p\mu}^{(0)})^2 = 0, K_{p\mu}^2 = 0, (p_{p\mu}^{(0)})^2 = - m^2 c^2, p_{e\mu}^2 = - m^2 c^2 \quad (11)$$

$$\left\{ \begin{aligned} n p_{e\mu}^{(0)} k_{p\mu}^{(0)} & = n p_e^{(0)} \cdot k_p^{(0)} - n_p^{(0)} e^{(0)} / c^2 \\ p_{e\mu}^{(0)} K_{p\mu} & = p_e^{(0)} \cdot K_p - e^{(0)} / c^2 \\ n k_{p\mu}^{(0)} K_{p\mu} & = n k_p^{(0)} \cdot K_p - n_p^{(0)} p / c^2 \end{aligned} \right. \quad (12)$$

可得到实验室坐标系中多光子非线性 Compton 散射光子频率的表达式为

$$\dots = \frac{n \dots (1 + p \cos \theta) (1 - f \cos \theta)}{2 + n h \dots (1 + p \cos \theta) (1 - \dots) / 2 m c^2} \quad (13)$$

在式(10)~(13)中,  $v_p = [1 - (v_p/c)^2]^{-1/2}$ ,  $v_f = [1 - (v_f/c)^2]^{-1/2}$ ,  $v_p$  和  $v_f$  分别表示电子与光子发生多光子非线性 Compton 散射前后的速度;  $\theta_p$  为碰撞前电子与  $n$  光子集团运动方向之间的夹角,  $\theta_1$  为电子静止坐标系中电子运动方向与散射光子运动方向之间的夹角,  $\theta$  为电子静止坐标系中的散射角;  $p_0^{(0)}$ ,  $nk_p^{(0)}$  分别为一个电子与  $n$  光子集团碰撞前的普通动量,  $p_e$ ,  $K_p$  分别为它们碰撞后一个电子和放出的一个高频光子的普通动量;  $p_{e0}^{(0)}$  和  $nk_{p0}^{(0)}$ ,  $p_{e0}$  和  $K_{p0}$  分别为它们发生多光子非线性 Compton 散射前后的四维动量;  $\epsilon^{(0)}$  和  $p^{(0)}$ ,  $\epsilon$  和  $p$  分别为一个电子与一个光子碰撞前后的能量。

将式(13)代入式(9),便可得到未被俘获电子引起的多光子非线性 Compton 散射光子频率的改变量约为

$$\frac{v_p}{2c} \frac{k(c - B_u^2 v_p^3)}{n_0(1 + v_p \cos \theta_p)(1 - v_f \cos \theta_1)} \left[ \frac{2k_p c^2}{n_0(1 + v_p \cos \theta_p)(1 - v_f \cos \theta_1)} \right] - \frac{2k_p c(1 - \cos \theta)}{(1 - v_f \cos \theta_1)} \quad (14)$$

其中  $\left[ \frac{2k_p c^2}{n_0(1 + v_p \cos \theta_p)(1 - v_f \cos \theta_1)} \right]$  包含了由于坐标变换出现的频移成分,但它不会改变上式的形式。

由此可见,在超强激光场中,未被俘获电子使多光子非线性 Compton 散射频率的展宽  $\Delta\nu$  随入射电子速度  $v_p$  和与电子同时作用的光子数  $n$  的增大而增大;随电子与光子非弹性碰撞成分  $\cos \theta$  的增大而减小。

我们将多光子非线性 Compton 散射效率的改变量定义为电子与光子碰撞后的能量改变量与其初始能量之比,即

$$= \frac{\epsilon}{\epsilon^{(0)}} = \frac{p}{p^{(0)}} - 1 \quad (15)$$

由多普勒关系式和式(12)及相对论中的能量、速度和动量之间的关系式:  $\nu = c^2 p$ , 则可得到

$$= \frac{1}{c^2 / v_p v_f \cos \theta - 1} \quad (16)$$

对于未被俘获电子,因为  $v_p < v_f < c$ , 所以  $\Delta\nu > 0$ , 也就是说,光场能量会被未被俘获电子吸收一部分,从而使被俘获电子与光子间的能量转换效率降低。例如,当未被俘获电子初始速度  $v_{p1} = 0.1c$ , 经光场加速后的出射速度  $v_{f1} = 0.9c$  时,能量转换效率降低约为 10%;当入射的高能电子的初始速度  $v_{p2} = 0.2c$ , 出射速度  $v_{f2} = 0.9c$  时,能量转换效率降低约为 20%。由此可见,在电子射出速度相同时,未被俘获电子会使被俘获电子与光子间的能量转换效率近乎与电子入射速度成正比降低,这对于被俘获电子的加速是非常不利的。

## 4 结 论

根据上述讨论,我们得到如下结论:未被俘获电子对光场调制的结果,使俘获电子与光子间的能量转换效率近乎与电子入射速度成正比降低;用低能电子入射,能有效地减小这种损失。未被俘获电子使多光子非线性 Compton 散射的频谱展宽  $\Delta\nu$  随入射电子速度  $v_p$  和与电子同时作用光子数  $n$  的增大而增大,随电子与光子非弹性碰撞成分  $\cos \theta$  的增大而减小。

## 参考文献

- [1] 孔青,朱立俊,王加祥,等. 电子在超强激光场中的动力学特性[J]. 物理学报,1999,48(4):650—660. (Kong Q,Zhu L J,Wang J X,et al. Electron dynamics in the extra-intense stationary laser field. *Acta Physica Sinica*,1999,48(4):650—660)
- [2] 马瑾怡,邱锡钧. 强激光场中电子系统与多光子的相互作用[J]. 物理学报,2001,50(3):416—421. (Ma J Y,Qiu X.J. Interaction between an electronic system and multi-photon in a strong laser field. *Acta Physica Sinica*,2001,50(3):416—421)
- [3] 郭奇志,沈文达. 强激光等离子体中光子的运动[J]. 物理学报,1995,44(3):396—400. (Guo Q Z,Shen W D. Motion of photons in a strong-laser plasma. *Acta Physica Sinica*,1995,44(3):396—400)
- [4] 沈宇震,王清月,刑歧荣,等. 啁啾脉冲激光放大中的自相位调制效应[J]. 物理学报,1996,45(2):214—221. (Shen YZ,Wang Q Y,Xing Q R et al. Self-phase modulation in chirped-pulse amplification. *Acta Physica Sinica*,1996,45(2):214—221)
- [5] 郝东山. 锥形超强激光场中光子康普顿散射的能量转换[J]. 光电子·激光,2003,14(2):194—196. (Hao D S. Energy conversion efficiency of photon Compton effect in the cone-shaped extra-intense stationary laser field. *Photoelectron & Laser*,2003,14(2):194—196)
- [6] Hao D S,Zheng J H. Properties of differential scattering section based on multi-photon nonlinear Compton effect[J]. *Semiconductor Photonics and Technology*,2002,28(2):121—128.
- [7] Hao D S,Liu A H. Electron acceleration in the cone-shaped extra-intense stationary laser field[J]. *Semiconductor Photonics and Technology*,2002,28(4):253—258.
- [8] 郝东山,黄燕霞. 多光子非线性 Compton 散射的能量转换[J]. 光子学报,2003,32(4):441—443. (Hao D S,Huang Y X. Energy conversion of multi-photon nonlinear Compton scattered. *Acta Photonica Sinica*,2003,32(4):441—443)

- [9] 蒙林. 相对论电子学中非线性效应的研究[D]. 成都:电子科技大学,1993. (Meng L. Study of nonlinear effect in relativity electronics. Doctoral dissertation. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 1993.)
- [10] 蒙林,刘盛纲. 未被俘获电子对电磁波泵自由电子激光边带不稳定性的影响[J]. 物理学报,1994,43(6):904—911. (Meng L, Liu S G. Influence of marginal unsteady state electromagnetic wave griving free electron laser by no capture electron. *Acta Physica sinica*, 1994, 43(6): 904—911)

## Influences of uncaptured electron on energy conversion efficiency of multi-photon nonlinear Compton scattering

HAO Dong-shan

(Department of Physics, Zhumadian Teachers College, Zhumadian 463000, China)

**Abstract:** The influence of uncaptured electron on energy conversion efficiency in multi-photon nonlinear Compton scattering has been studied by using a particle theory and the inelastic collision model about electron and photon. It is found that the expansion width of the circular frequency optical spectrum of the scattered photons in multi-photon nonlinear Compton effect increases with the incident electron velocity increase and the increase of the photon number by the electron absorpoted at the same time, and it reduces when the inelastic collision between electron and photon increases. The expression of the direct ratio lowering of the energy conversion efficiency by electron incident speed in multi-photon nonlinear Compton scattering and a method of lowering the loss with low energy electron incident have been worked out.

**Key words:** Multi-photon nonlinear Compton scattering; Energy conversion efficiency; Captured electron; Ultrastrong stationary laser field