

文章编号: 1001-4322(2005)01-0079-04

相对论电子束在等离子体中的能量沉积*

刘占军, 郑春阳, 李 斌, 朱少平, 曹莉华

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

摘 要: 用 3 维粒子模拟程序 LARED-P 研究了束-等离子体不稳定性, 不稳定性激发的强电磁场使电子束在非常短的距离内沉积能量。对于 10 MeV 的单能电子束, 束电子数目占总电子数目 5% 的情况下, 最终约损失 14% 的束能量。推导了等离子体的色散关系, 得出了增长率。

关键词: 集体相互作用; Weibel 不稳定性; 能量沉积; 粒子模拟

中图分类号: O534 文献标识码: A

使用较低的激光能量实现聚变点火和燃烧是激光聚变研究的一项重要内容。作为聚变研究技术途径的快点火方案^[1]受到广泛重视。在快点火中, 一个关键问题是点火热斑的形成问题, 即相对论电子在已压缩至高密度的 DT 等离子体中的能量沉积问题。通过库仑碰撞, 相对论电子可以把一部分能量交给 DT 等离子体。另一方面相对论电子束^[2-5]在等离子体中传输时引发束-等离子体不稳定性, 激发大幅度电磁波, 从而通过集体相互作用的方式将能量传给冷等离子体, 即所谓的反常加热。在文献 [6] 中 Sentoku 等人利用 3 维粒子模拟证实激光产生的相对论电子束向稠密等离子体运输的过程中引起冷电子回流, 引发不稳定性, 产生的电场对 MeV 能量电子的阻止效应要远大于碰撞效应。相对论电子束流和背景电子回流, 引起一种电磁不稳定性, 称作 Weibel 不稳定性^[7], 研究表明该不稳定性对相对论电子的传输和能量沉积有重要影响^[8-12]。本文利用 3 维粒子模拟程序 LARED-P 考察由相对论电子束引起的不稳定性及其在等离子体中通过集体相互作用的反常能量沉积。

1 理论分析

首先考察等离子体中波的线性色散关系, 从 Vlasov 和 Maxwell 方程出发, 我们可以得出如下关于电场的波动方程

$$\left[\frac{k^2 c^2}{\omega^2} \mathbf{I} - \frac{\mathbf{k} \mathbf{k} c^2}{\omega^2} - \hat{\epsilon} \right] \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (1)$$

式中 $\hat{\epsilon}$ 是介电张量, 它的各个分量为^[8]

$$\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \delta_{ij} - \sum \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{\gamma} \left\{ \delta_{ij} + \frac{k_i v_j + k_j v_i}{\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} + \frac{(k^2 - \omega^2/c^2) v_i v_j}{(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2} \right\} \mathcal{f}(\mathbf{p}) \quad (2)$$

假设电子分布函数为

$$\mathcal{f}(\mathbf{p}) = \frac{1}{4\pi v_{th}^2} \delta(p_z - p_{z0}) \exp\left[-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{th}^2}\right] + \frac{1}{4\pi v_{th}^2} \delta(p_z + p_{z0}) \exp\left[-\frac{v_{\perp}^2}{2v_{th}^2}\right] \quad (3)$$

式中 $p_{z0} \gg m_e v_{th}$, v_{th} 为热速度。显然, 波矢 \mathbf{k} 的方向可以取为任意方向, 我们首先分析波矢 \mathbf{k} 沿着 z 方向的模。对于纵向电场 ($\mathbf{E} \parallel \mathbf{k}$) 部分

$$\epsilon_L = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{2\gamma_0^3} \left[\frac{1}{(\omega - kv_{z0})^2} + \frac{1}{(\omega + kv_{z0})^2} \right] \quad (4)$$

式中 $\gamma_0 = 1/\sqrt{1 - (v_{z0}/c)^2}$, c 是光速, 这是一个关于 ω 的 4 次方程, 它的解为

$$\omega = \pm \left[(kv_{z0})^2 + \frac{\omega_{pe}^2}{2\gamma_0^3} \pm \frac{\omega_{pe}^2}{2\gamma_0^3} \left(1 + \frac{4k^2 v_{z0}^2}{\omega_{pe}^2 / 2\gamma_0^3} \right)^{1/2} \right]^{1/2} \quad (5)$$

从它的解中我们可以知道, 如果 $\omega_{pe}^2 > \gamma_0^3 k^2 v_{z0}^2$ 成立, 那么该方程的解为两个实根、两个虚根, 其中一个解为增长解。其最大增长率为: $\Gamma_{max} = \omega_{pe} / \sqrt{2\gamma_0^3}$ 。在相对论情况下, 对于短波长的波 $\omega_{pe}^2 > \gamma_0^3 k^2 v_{z0}^2$ 可能不成立。方程(2)

* 收稿日期 2004-04-13; 修订日期 2004-08-08
基金项目: 国家自然科学基金资助课题(10335020, 10375011); 国家 863 计划项目资助课题; 中国工程物理研究院基金资助课题
作者简介: 刘占军(1977—), 男, 大学, 从事激光等离子体相互作用研究, 北京 8009 信箱, E-mail liuzj@iapcm.ac.cn。

的横向电场 ($E \perp k$) 部分为

$$\varepsilon_T \approx 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\gamma \omega^2} \left[1 + (k^2 - \omega^2/c^2) v_{th}^2 \frac{\omega^2 + k^2 v_{z0}^2}{(\omega^2 - k^2 v_{z0}^2)^2} \right] \quad (6)$$

该方程具有增长解, 其增长率如图 1 所示。在 (6) 式中当 $v_{z0} = 0$ 或者 $k \ll \omega/v_{z0}$ 时, 可以解析求出其中的增长解为^[8]

$$\Gamma = \frac{kv_{th}\omega_p}{\sqrt{\omega_p^2(1 - v_{th}^2/c^2) + k^2 c^2}} \approx \frac{kv_{th}\omega_p}{\sqrt{\omega_p^2 + k^2 c^2}} \quad (7)$$

式中 $\omega_p^2 = \omega_{pe}^2/\gamma_0$ 。对于 $v_{z0} \neq 0$ 的情况很难求出简单的解析解, 我们数值求解了 $v_{z0} = 0.6c$, 不同的 v_{th} 时的增长率, 结果如图 1 所示。从 (7) 式和图 1 中我们可以看出, 不稳定性的增长率和 v_{th} 有密切关系, v_{th} 越大增长率也就越大。可见, 在波长大于等离子体趋肤深度时, 不稳定性增长率将随着 k 线性增加, 当波长达到趋肤长度的量级时, 不稳定性增长率近似为常数。对于我们的情况, 纵向不稳定性一般称作双流不稳定性, 横向不稳定性称作 Weibel 不稳定性。Weibel 不稳定性是分布函数的各向异性引起的电磁不稳定性。

以上是一种简单的模型, 况且我们只考虑了扰动波矢 k 平行于流的方向的扰动。当扰动的方向垂直于流的方向时, 在均匀流体极限下, 电场各分量之间没有耦合的情况下, 可以得到色散关系为

$$\omega^4 - \left(k^2 c^2 + \frac{\omega_{p1}^2}{\gamma_1^3} + \frac{\omega_{p2}^2}{\gamma_2^3} \right) \omega^2 + \left(\frac{\omega_{p1}^2}{\gamma_1} + \frac{\omega_{p2}^2}{\gamma_2} \right) k^2 v_1 v_2 = 0 \quad (8)$$

式中 ω_{p1} , ω_{p2} , γ_1 , γ_2 , v_1 , v_2 分别为两束电子的等离子体频率、相对论因子及运动速度。该方程的解为

$$\omega^2 = \frac{(k^2 c^2 + \omega_{p1}^2/\gamma_1^3 + \omega_{p2}^2/\gamma_2^3)}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4(\omega_{p1}^2/\gamma_1 + \omega_{p2}^2/\gamma_2)k^2 v_1 v_2}{(k^2 c^2 + \omega_{p1}^2/\gamma_1^3 + \omega_{p2}^2/\gamma_2^3)^2}} \right) \quad (9)$$

当 $v_1 v_2 < 0$ 时有增长解 (9) 式的最大增长率近似为 $\Gamma^2 = (\omega_{p1}^2/\gamma_1 + \omega_{p2}^2/\gamma_2) v_1 v_2 / c^2$ 。该增长率比 (7) 式计算的增长率大很多, 这主要是扰动波矢方向不同造成的。从以上分析中可以看出, 扰动波矢 k 和增长率密切相关。

2 模拟结果

我们利用 3 维并行粒子模拟程序 (LARED-P) 进行模拟, 这是一个直角坐标下的并行粒子模拟程序。模拟条件为, 系统尺寸为 $8.8\lambda \times 8.8\lambda \times 8.8\lambda$, $\lambda = 1 \mu\text{m}$ 。网格数为 $140 \times 140 \times 140$, 等离子体均匀布满整个模拟空间, 粒子在 x, z 方向为周期边界条件, 在 y 方向为镜像反射, 总的粒子数约为 1.6 亿, 每个网格 60 个粒子, 电子密度为 $n_e = 1.1 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ 。场在 x, z 方向上为周期边界条件, 在 y 方向上为吸收边界。离子作为电中性背景, 总体电流为 0, 电子温度约为 5 keV。我们把电子分成两群, 一群以 $0.9c$ 沿着 z 方向运动, 另一群以 $-0.9c$ 沿着 z 方向运动 (这两群电子数目比为 1:1), 时间步长为 $0.198\omega_0^{-1}$, 空间步长为 $0.395c/\omega_0$ 。

图 2 为电磁场各个分量的能量随时间的变化图, 从该图中我们可以求出电磁场振幅的线性增长率约为 $0.17\omega_{pe}$ 。磁场能量的增长表明在等离子体中发生了 Weibel 不稳定性, 不稳定性的增长率和波矢 k 有关, 而理论结果给出的最大增长率约为 $0.59\omega_{pe}$, 该最大增长率没有考虑电子温度和不同波数的影响, 所以得出的结果比较大。从该图中我们得知, 这里面的能量主要是磁场能, 电场能和磁场能相比非常小。

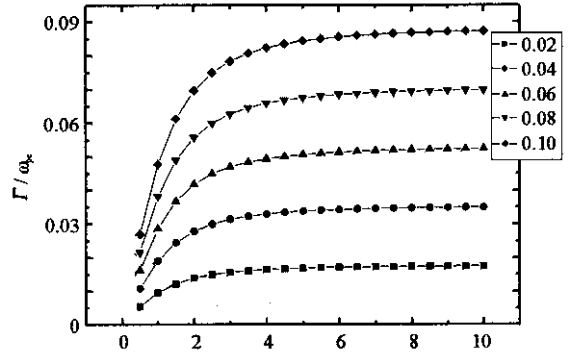


Fig. 1 Growth rate vs the wave number and thermal velocity

图 1 增长率与热速度及波数的关系

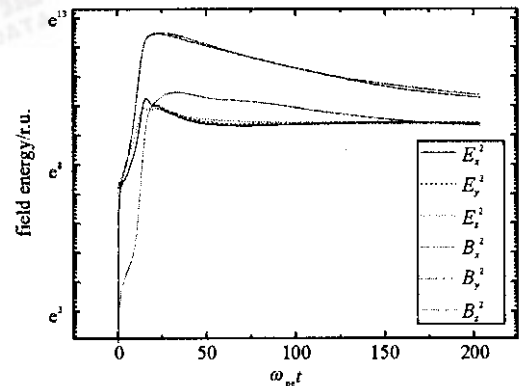


Fig. 2 All components of electromagnetic energy vs time

图 2 电磁场各个分量能量随时间变化图

当一任意小的初始扰动把两群电子分离时, 电流也随之产生分离, 而两个方向相反的电流是互相排斥的, 结果电流继续分离, 以致最后电流形成一根根的细丝, 同方向的电流是相互吸引的, 因此相邻的同方向的电流逐渐合并。图 3(a) 是 $\omega_{pe}t = 17.8$ 的 3 维电流密度等值面图, 图 3(b) 是某一截面在 $\omega_{pe}t = 35.5$ 时的电流密度等值面图。

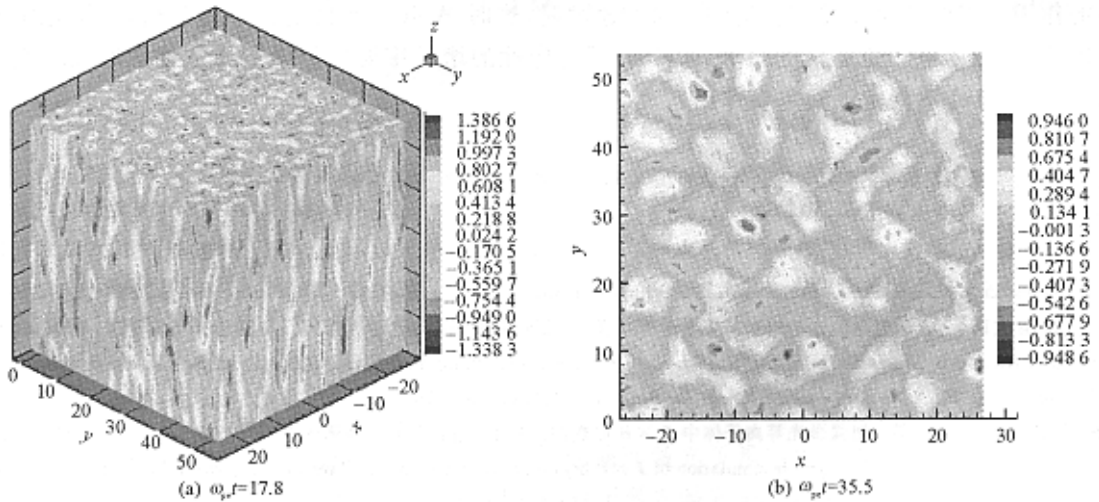


Fig. 3 Three dimensional contour plot of z component of current density at $\omega_{pe}t = 17.8$

and contour plot of z component of current density at $\omega_{pe}t = 35.5$

图 3 z 方向电流密度在 $\omega_{pe}t = 17.8$ 时的 3 维等值面图和某一截面在 $\omega_{pe}t = 35.5$ 时的电流密度 z 分量等值面图

图 4 为磁场 B 的矢量图, 从该图中我们可以看出磁场 B 的结构, 磁场是由电流决定的。电流的丝状结构引起环绕电流的磁场。

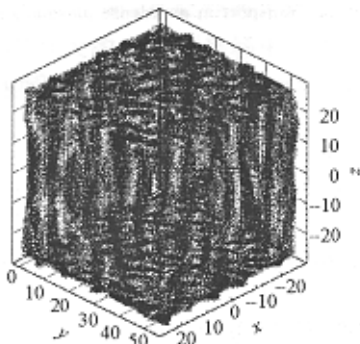


Fig. 4 Vector plot of magnetic field B at $\omega_{pe}t = 35.5$

图 4 磁场 B 在 $\omega_{pe}t = 35.5$ 的矢量图

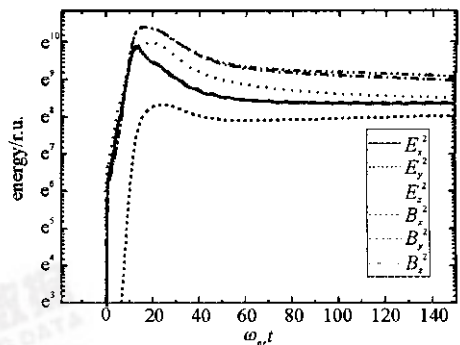


Fig. 5 All components of electromagnetic energy vs time

图 5 电磁场各个分量的能量随时间变化图

当束流速度不对称时, 如一群速度为 $0.9c$, 另一群速度为 $-0.3c$, 电子数目比为 $1:3$, 虽然不稳定性对电流、磁场都有调制, 但并没有上面的明显。此时磁场能量比上面一种情况低得多, 如图 5 所示。

下面, 我们讨论相对论电子束在等离子体中的反常能量沉积。我们的计算条件为相对论电子束的能量 10 MeV , 份额 5% , 电子温度 1 keV , 网格宽度 $0.088c/\omega_0$, 时间步长为 $0.044\omega_0^{-1}$, 其它条件同上。相对论电子束的能量基本不再减少时, 电子束的能量损失了大约 14% 。对于 $10n_c$ 的等离子体, 这时电子束走过了约 $8 \mu\text{m}$ 的路程。图 6 是相对论电子束的能量随时间的变化情况, 从图中可以看出不同密度情况下的电子能量损失情况相似。

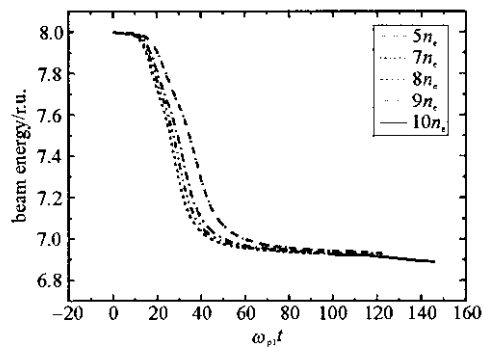


Fig. 6 Temporal evolution of relativistic electron beam energy

图 6 相对论电子束能量随时间的变化图

3 结 论

利用 3 维粒子模拟程序模拟了相对论电子束在等离子体中的能量沉积情况,结果显示相对论电子束可以把相当一部分能量在极短的时间内沉积到等离子体中,对于 10 MeV 的单能相对论电子束,在其束电子密度为总电子密度 5% 的情况下,大约损失 14% 的能量。电子束流的速度和份额对纵向静电不稳定性 and 横向电磁不稳定性的发生起着非常重要的作用。当电子束流的速度、份额比较低时,静电不稳定性对电子的能量沉积起着非常重要的作用。当电子束流的速度达到相对论速度时,这时 Weibel 不稳定性不能忽略,从不稳定性的最大增长率可以看出,随着电子束能量的增大,Weibel 不稳定性的增长率要比静电不稳定性的增长率高。因此在相对论情况下 Weibel 不稳定性起主要作用。

致谢: 感谢计算中心的张爱清给予的帮助,感谢同裴文兵、李继伟、蔡洪波等进行的讨论。

参考文献:

- [1] Tabak M ,Hammer J ,Glinsky M E ,et al. Ignition and high gain with ultra powerful lasers[J]. *Phys Plasmas* ,1994 ,**1** :1626—1634.
- [2] 银燕,余玮,常文蔚,等. 激光与固体靶相互作用中低密度预等离子体对高能电子产生的影响[J]. *强激光与粒子束*,2004 ,**16**(1) :50—54.(Yin Y ,Yu W ,Chang W W ,et al. Influence of a low-density pre-plasma on high energy electrons generation in ultra-short ultra-intense laser-solid interaction. *High Power Laser and Particle Beams* 2004 ,**16**(1) :50—54)
- [3] 曹莉华,常铁强,常文蔚,等. 超强激光等离子体中 $J \times B$ 加热的二维粒子模拟[J]. *强激光与粒子束*,1998 ,**10**(1) :80—83.(Cao L H ,Change T Q ,Chang W W ,et al. Particle simulation of $J \times B$ heating in plasmas produced by an ultrapowerful laser pulse. *High Power Laser and Particle Beams* ,1998 ,**10**(1) :80—83)
- [4] 曹莉华,常铁强,常文蔚,等. 超强激光等离子体中钻孔效应的二维粒子模拟[J]. *强激光与粒子束*,1998 ,**10**(3) :433—436.(Cao L H ,Change T Q ,Chang W W ,et al. Two-dimensional particle simulation of boring effect in overdense plasmas. *High Power Laser and Particle Beams* ,1998 ,**10**(3) :433—436)
- [5] Malkin V M ,Fisch N J. Collective deceleration of relativistic electrons precisely in the core of an inertial-fusion target[J]. *Phys Rev Lett* ,2002 ,**89** :125004.
- [6] Sentoku Y ,Mima K ,Kaw P ,et al. Anomalous resistivity resulting from MeV-electron transport in overdense plasma[J]. *Phys Rev Lett* ,2003 ,**90** :155001.
- [7] Weibel E S. Spontaneously growing transverse waves in a plasma due to an anisotropic velocity distribution[J]. *Phys Rev Lett* ,1959 ,**2** :83—84.
- [8] Melrose D B. Instabilities in space and laboratory plasmas[M]. Cambridge : Cambridge University Press ,1986.
- [9] Califano F ,Cecchi T ,Chiuderi C. Nonlinear kinetic regime of the Weibel instability in an electron-ion plasma[J]. *Phys Plasmas* ,2002 ,**9**(2) :451—457.
- [10] Fonseca R A ,Silva L O ,Tonge J W ,et al. Three-dimensional Weibel instability in astrophysical scenarios[J]. *Phys Plasmas* ,2003 ,**10**(5) :1979—1984.
- [11] Basu B. Moment equation description of Weibel instability[J]. *Phys Plasmas* ,2002 ,**9**(12) :5131—5134.
- [12] Silva L O ,Fonseca R A ,Tonge J W ,et al. On the role of the purely transverse Weibel instability in fast ignitor scenarios[J]. *Phys Plasmas* ,2002 ,**9**(6) :2458—2461.

Energy deposition of relativistic electron beam in plasmas

LIU Zhan-jun , ZHENG Chun-yang , Li Bin , ZHU Shao-ping , CAO Li-hua

(Institute of Applied Physics and Computational Mathematics , P. O. Box 8009 , Beijing 100088 , China)

Abstract : Weibel instability is studied by three dimensional particle in cell simulation code LARED-P. The generated magnetic field and currents by Weibel instability present filamentary structure. When the Weibel instability reaches the saturation stage, the current filaments begin to interact with each other. The relativistic electron beam deposits part of its energy into the plasmas through instabilities. For 10 MeV electrons, when the beam electron density concentrates 5% of the total electron density, 14% energy of beam can be deposited at last. The dispersion relation in this case also deduced, the growth rate is obtained in some simple cases.

Key words : Collective interaction ; Weibel instability ; Particle in cell simulation ; Energy deposit