

文章编号 :1001-4322(2004)04-0509-05

相对论磁化运动等离子体的介电张量*

郝保良¹, 唐昌建¹, 宫玉彬²

(1. 四川大学 应用物理系, 四川 成都 610065; 2. 电子科技大学 物理电子学院, 四川 成都 610054)

摘 要: 定义了相对论磁化运动等离子体(MMP)的物理模型。利用微扰理论导出了系统的介电张量,研究发现,MMP具有完全不同于静态磁化等离子体介电张量的形式。对电磁波沿轴向传播的情况进行了数值模拟计算,结果表明,系统的共振频率随等离子体密度的增加而非线性增加,在相同的条件下,右旋波的共振频率高于左旋波的共振频率。对于传播的右旋电磁波,增加纵向磁场,共振频率提高,而对于左旋电磁波,增加纵向磁场,共振频率降低。

关键词: 荷流体; 介电张量; 磁化运动等离子体; 流体理论

中图分类号:TN128 文献标识码:A

在微波电子学、核聚变以及等离子体辐射等领域中,束、等离子体、波三者之间的相互作用,是正在研究的重要基础理论^[1~8]。一束相对论电子束(REB)沿轴向通过等离子体空间时,如果满足一定条件,则电子束的头部将把等离子体电子全部或部分地被排斥出去,形成离子通道^[1]。要了解强电子束流能够高效地在离子通道中传输的机理,我们必须首先研究这一特殊的离子束系统的动态电磁学性质。

长期以来,人们一直采用静态磁化等离子体(等离子体电子无定向运动)的介电张量,去处理类似束-等离子体系统的电磁动力学问题,致使理论与实验存在较大的差距。本文中,我们考虑等离子体波效应、离子通道效应及相对论电子束初始速度的影响,将离子束系统作为特殊的荷流体介质,研究其最基本的介电张量。以介质的介电张量这一宏观物理量来描述介质内的束、等离子体、波相互作用的微观过程与系统的电磁学特性。

1 磁化运动等离子体的物理模型

图 1 为磁化运动等离子体物理模型的结构图。一初始速度 $v = v_0 e_z$ 的相对论电子束沿轴向射入等离子体空间,在轴向上加有限磁场 $B_0 e_z$,其中 e_z 表示轴向单位矢量。如果满足 $\frac{2}{\epsilon_0} n_p \gg n_b > n_p$ (n_b 是电子束密度, n_p 是等离子体密度, ϵ_0 为电子束的相对论因子),则电子束的头部将把等离子体中的电子排斥出去,留下一相对静态的离子群,称为离子通道(ion-channel),其半径^[2] $R_p = R_b \sqrt{n_b/n_p}$, R_b 为电子束半径,且离子通道内残留的电子很少。

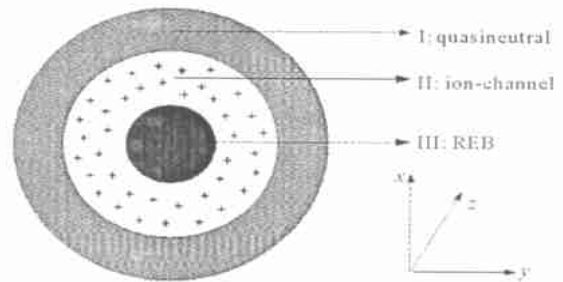


Fig. 1 Model of magnetic motion plasma
图 1 磁化运动等离子体(MMP)的物理模型

电子束单独存在时,由于自身的荷电场与运动产生的磁场作用,束流电子感受到的电磁力为

$$F_{b,x} = \frac{e^2 n_b x}{2 \epsilon_0 \epsilon_0} e_x, \quad F_{b,y} = \frac{e^2 n_b y}{2 \epsilon_0 \epsilon_0} e_y \quad (1)$$

式中: ϵ_0 和 e 分别表示真空介电常数和电子电量绝对值; $\epsilon_0 = 1/\sqrt{1 - (v_0/c_0)^2}$; e_x, e_y 是 x, y 方向的单位矢量。当考虑离子通道效应时离子电荷对束流电子的力场为

$$F_{i,x} = -\frac{e^2 n_p x}{2 \epsilon_0} e_x, \quad F_{i,y} = -\frac{e^2 n_p y}{2 \epsilon_0} e_y \quad (2)$$

如果系统满足 $|F_{i,x}| \gg |F_{b,x}|, |F_{i,y}| \gg |F_{b,y}|$,则电子束在横向上形成摇摆的束流沿 e_z 方向传播。假设 $\partial n_p / \partial t$

* 收稿日期:2003-07-11; 修订日期:2003-11-07
基金项目:霍英东青年教师基金资助课题(81007)
作者简介:郝保良(1980—),硕士研究生,研究方向为微波等离子体。
联系作者:唐昌建(1954—),男,博士,副教授。

$= 0, \nabla n_p = 0$, 由(1)和(2)式得到

$${}^2_0 n_p \gg n_b > n_p \quad (3)$$

由于轴向磁场, 电子将在横向摇摆的基础上有回旋运动。上述离子-束系统被称为磁化运动等离子体(MMP)。

2 磁化运动等离子体的介电张量

在MMP的物理模型中, 忽略电子的热运动, 等离子体空间中的主要力场有纵向磁场和正离子电荷场、等离子体波场及传播电磁波场, 它们的共同作用, 使介质成为各向异性。

从文献[3]中我们知道, 传播电磁波与等离子体波共同对电子在纵向上的作用力为

$$F_z = f_z + f_i = f_z \quad (4)$$

式中, f_z 和 f_i 分别为传播电磁波及等离子体波对电子的纵向力, f_z 是等离子体波对电子运动的影响因子^[3]。等离子体中电子荷流体所满足的动力学方程

$$dp/dt = -e(E + p \times B / {}_0 m) \quad (5)$$

与外加磁场 $B_0 e_z$ 相比, 传播电磁波的磁场 B_1 很小, 可以忽略不计。由于电子束有初始速度 $v_0 e_z$, 则

$$dv/dt = j(-k_z v_0) v \quad (6)$$

理论推导中, 假定电荷密度 ρ 、电流密度 J 、电子速度 v 及电场 E 均满足微扰理论的基本方程

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 \exp[j(\omega t - k \cdot r)], \quad \rho_1 \ll \rho_0 \quad (7)$$

由(5)~(7)式可以推导出

$$\begin{cases} [I \frac{{}^2_p}{2} - (\omega - k_z v_0)^2 {}_0 J] v_{x1} = -j(\omega - k_z v_0) (e/m) E_{x1} - j(\omega - k_z v_0) {}_c v_{y1} \\ [I \frac{{}^2_p}{2} - (\omega - k_z v_0)^2 {}_0 J] v_{y1} = -j(\omega - k_z v_0) (e/m) E_{y1} + j(\omega - k_z v_0) {}_c v_{x1} \\ j(\omega - k_z v_0) v_{z1} = -(\omega - k_z v_0) E_{z1} \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\omega_c = eB_0 / m$ 为电子回旋频率, $\omega_p = (n_p e^2 / m {}_0)^{1/2}$ 为等离子体频率。通过计算我们能够得到三个方向的速度表达式

$$\begin{cases} v_{x1} = \frac{-j(\omega - k_z v_0) (e/m) [I \frac{{}^2_p}{2} - (\omega - k_z v_0)^2 {}_0 J] E_{x1} - (\omega - k_z v_0)^2 {}_c (e/m) E_{y1}}{[I \frac{{}^2_p}{2} - (\omega - k_z v_0)^2 {}_0 J]^2 - (\omega - k_z v_0)^2 \frac{{}^2_c}{c}} \\ v_{y1} = \frac{-j(\omega - k_z v_0) (e/m) [I \frac{{}^2_p}{2} - (\omega - k_z v_0)^2 {}_0 J] E_{y1} + (\omega - k_z v_0)^2 {}_c (e/m) E_{x1}}{[I \frac{{}^2_p}{2} - (\omega - k_z v_0)^2 {}_0 J]^2 - (\omega - k_z v_0)^2 \frac{{}^2_c}{c}} \\ v_{z1} = \frac{j e}{(\omega - k_z v_0) {}_0 m} E_{z1} \end{cases} \quad (9)$$

式中: E_{x1} 、 E_{y1} 及 E_{z1} 分别为电磁波电场三个方向的分量。磁化运动等离子体满足 Maxwell 方程及电流连续方程

$$\nabla \times H = J + j \omega {}_0, \quad \nabla \cdot J + \partial \rho / \partial t = 0 \quad (10)$$

根据电流连续方程可以得到电流密度扰动量与电子扰动速度的关系

$$\begin{cases} J_{x1} = -\omega {}_0 v_{x1} \\ J_{y1} = -\omega {}_0 v_{y1} \\ J_{z1} = (-\omega {}_0 v_{z1} + k_x v_0 J_{x1} + k_y v_0 J_{y1}) / (\omega - k_z v_0) \end{cases} \quad (11)$$

式中: k_x, k_y, k_z 分别为 e_x, e_y, e_z 三个方向的相位因子; ρ_0 和 v_0 分别是电子束的电荷密度及初始速度, 其中, $\rho_0 = n_b e$ 。电子束的扰动效应可由系统的介电张量来描述, $J + j \omega {}_0 E$ 可写为

$$J_1 + j \omega {}_0 E = j \epsilon \cdot E \quad (12)$$

将(9)式代入上式, 整理后得

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & 0 \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & 0 \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} = \epsilon_{22} = {}_0 + \frac{{}^2_b (\omega - k_z v_0) [I \frac{{}^2_p}{2} - (\omega - k_z v_0)^2 {}_0 J] \omega'}{[I \frac{{}^2_p}{2} - (\omega - k_z v_0)^2 {}_0 J]^2 - (\omega - k_z v_0)^2 \frac{{}^2_c}{c}}, \\ \epsilon_{12} = -\epsilon_{21} = \frac{-j \frac{{}^2_b (\omega - k_z v_0)^2 {}_c \omega'}{c}}{[I \frac{{}^2_p}{2} - (\omega - k_z v_0)^2 {}_0 J]^2 - (\omega - k_z v_0)^2 \frac{{}^2_c}{c}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{31} &= \frac{\omega_p^2/2(-k_z v_0)^2 \omega_0 / k_x v_0 \frac{\omega_0^2}{b} \omega' + j(-k_z v_0) \omega_0 c k_x v_0 \frac{\omega_0^2}{b} \omega'}{\omega_p^2/2 - (-k_z v_0)^2 \omega_0^2 - (-k_z v_0)^2 \frac{\omega_0^2}{c}}, \\ \epsilon_{32} &= \frac{\omega_p^2/2 - (-k_z v_0)^2 \omega_0 / k_x v_0 \frac{\omega_0^2}{b} \omega' - j(-k_z v_0) \omega_0 c k_x v_0 \frac{\omega_0^2}{b} \omega'}{\omega_p^2/2 - (-k_z v_0)^2 \omega_0^2 - (-k_z v_0)^2 \frac{\omega_0^2}{c}}, \\ \epsilon_{33} &= \omega_0 [1 - \frac{\omega_0^2}{b} \omega_0 (-k_z v_0)^2] \end{aligned}$$

式中： $\omega_b = (n_b e^2 / m_0)^{1/2}$ 为电子束电子振荡频率。式(13)是磁化运动等离子体最基本的介电张量形式， ϵ_{31} 和 ϵ_{32} 是由于存在纵向速度 v_0 、横向相位因子与纵向等离子体波等因素而引起的电荷密度扰动量，在 e_x 和 e_y 方向引起电流密度扰动的结果。在某些特定条件下，磁化运动等离子体的介电张量可以具有不同的形式。

1. 若纵向磁场 B_0 则 $\omega_0 = 0$ ，电子无横向运动，磁化运动等离子成为互易媒质

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中： $\epsilon_1 = \omega_0$ ， $\epsilon_3 = \omega_0 [1 - \frac{\omega_0^2}{b} \omega_0 (-k_z v_0)^2]$ 。

2. 若电子束初始速度很小，即 $v_0 = 0$ ，则系统为静态磁化等离子体。

3. 对于沿 e_0 方向传播的电磁波， $k_x = k_y = 0$ ， $k_z = k$ ，此时系统是回旋媒质

$$\epsilon = - \begin{bmatrix} \epsilon_1 & j \epsilon_2 & 0 \\ -j \epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中

$$\begin{cases} \epsilon_1 = \omega_0 + \frac{\omega_b^2(-v_0) \omega_p^2/2 - (-v_0)^2 \omega_0 / \omega'}{\omega_p^2/2 - (-v_0)^2 \omega_0^2 - (-v_0)^2 \frac{\omega_0^2}{c}} \\ \epsilon_2 = \frac{-\omega_b^2(-v_0)^2 \omega_0 c \omega'}{\omega_p^2/2 - (-v_0)^2 \omega_0^2 - (-v_0)^2 \frac{\omega_0^2}{c}} \\ \epsilon_3 = \omega_0 [1 - \frac{\omega_b^2}{\omega_0 (-v_0)^2}] \end{cases} \quad (16)$$

在各向异性媒质中，平面波的波动方程表示为

$$k^2 E - k(k \cdot E) - \epsilon \mu_0 \nabla \cdot E = 0 \quad (17)$$

对于沿 e_z 方向传播的电磁波，将(16)式代入(17)式，可以得到满足波动方程的两种解：右旋(顺时针)圆偏振波与左旋(逆时针)圆偏振波^[4]。

对于右旋圆偏振波

$$\epsilon_I = \epsilon_1 + \epsilon_2 = \omega_0 + \frac{\omega_b^2(-v_0) \omega_p^2/2 - (-v_0)^2 \omega_0 / \omega' + (-v_0) \omega_0 c \omega'}{\omega_p^2/2 - (-v_0)^2 \omega_0^2 - (-v_0)^2 \frac{\omega_0^2}{c}} \quad (18)$$

式中： ϵ_I 为右旋波等效介电率；电磁波纵向相位系数 $\beta_1 = \sqrt{\epsilon_I \mu_0}$ ； μ_0 是真空磁导率。

而对于左旋圆偏振波

$$\epsilon_{II} = \epsilon_1 - \epsilon_2 = \omega_0 + \frac{\omega_b^2(-v_0) \omega_p^2/2 - (-v_0)^2 \omega_0 / \omega' - (-v_0) \omega_0 c \omega'}{\omega_p^2/2 - (-v_0)^2 \omega_0^2 - (-v_0)^2 \frac{\omega_0^2}{c}} \quad (19)$$

式中： ϵ_{II} 为左旋波等效介电率；纵向相位系数 $\beta_2 = \sqrt{\epsilon_{II} \mu_0}$ 。

分析(18)和(19)式，可以发现，系统奇点与纵向磁场和等离子体密度密切相关。当 $\omega = \omega_0 + (\sqrt{\frac{\omega_0^2}{c} + 2 \omega_0 \frac{\omega_0^2}{b} + \omega_0^2})/2 \omega_0$ 时，右旋等效介电率 ϵ_I ，在这个频率附近，系统发生强烈的共振现象，磁化运动等离子体中的束电子将发生强烈的 Betatron 振动，不断地与正离子或中性分子碰撞，从而导致很大的损耗，宏观上表现出对电磁波的吸收，这一现象与静态等离子体完全不同。当频率在 $\omega_0 + (\sqrt{\frac{\omega_0^2}{c} + 2 \omega_0 \frac{\omega_0^2}{b} - \omega_0^2})/2 \omega_0$ 附近时，左旋等效介电率 ϵ_{II} ，系统将发生类似的电磁共振。

3 数值模拟及结果分析

在大多数情况下,如回旋速调管、相对论行波管等,电磁波通常沿 e_z 方向传播,即上述讨论中的第三种情形。模拟计算中取电子束的相对论因子 $\gamma_0 = 5.5$,并忽略其微小变化;取电子束电子振荡频率 ω_0 为等离子体频率 ω_p 的 1.2 倍。对于传播电磁波为右旋波时,图 2(a) 是纵向磁场一定时等离子体密度对系统共振频率的影响,图 2(b) 是等离子体密度一定时纵向磁场对系统共振频率的影响。同样,对于传播电磁波为左旋波时,计算结果如图 3 所示。

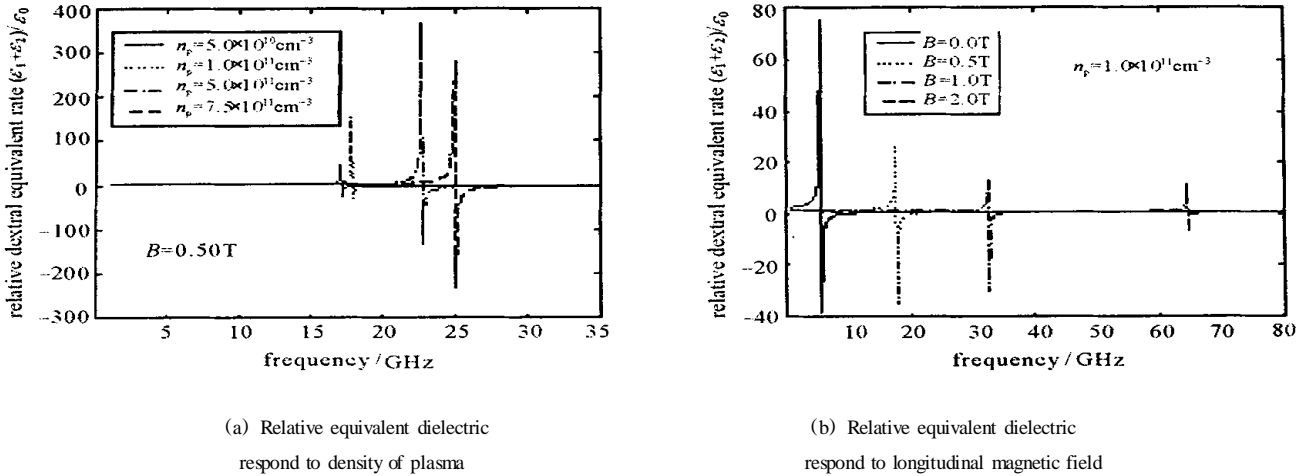


Fig. 2 Parametric curve of relative dextral equivalent dielectric

图2 相对右旋等效介电率的参数曲线

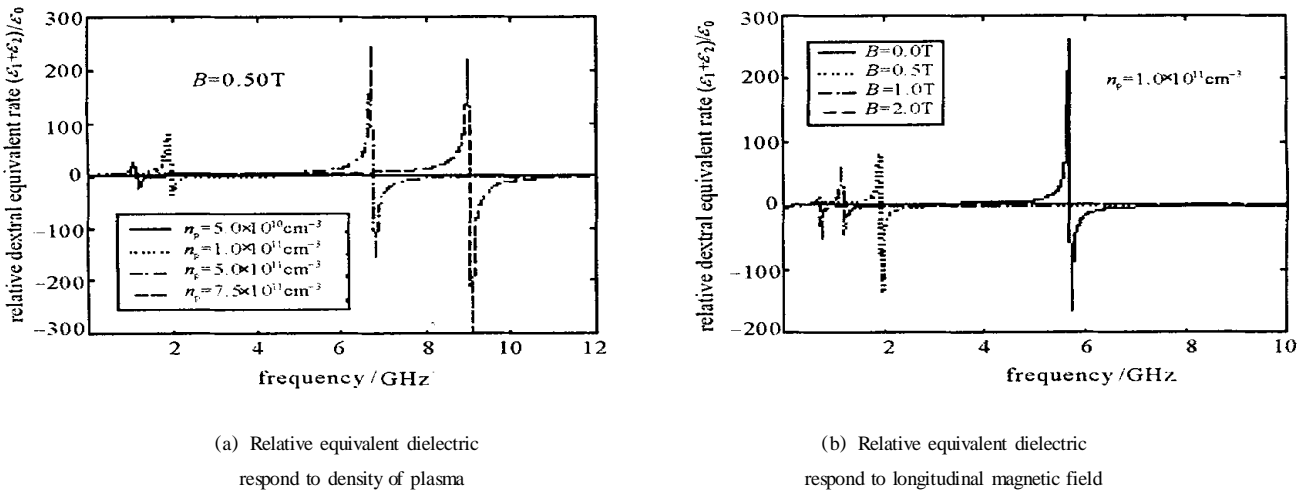


Fig. 3 Parametric curve of relative sinistral equivalent dielectric constant

图3 相对左旋波等效介电率的参数曲线

比较图 2 和图 3 可以发现,系统的共振频率随等离子体密度的增加而非线性增加,在相同条件下,左旋波的共振频率小于右旋波的共振频率,这是因为电磁波场方向与电子回旋方向共同所决定的右旋共振为差频作用,而左旋共振是同频作用。分析 (18) 和 (19) 式的奇点还可以得到,系统的共振频率受到纵向磁场与等离子体密度的影响,从图 2 与图 3 中可以看出,对于传播的右旋电磁波,增加纵向磁场共振频率提高,而对于左旋电磁波,增加纵向磁场共振频率降低。

4 结论

与静态磁化等离子体介电张量相比,相对论磁化运动等离子体的介电张量呈现出一种更复杂的张量形式。传播电磁波的频率、极化方向和纵向磁场以及等离子体密度对离子束系统的共振频率均有较大影响。数值模拟结果表明,系统的共振频率随等离子体密度的增加而非线性地增加。在相同的条件下,右旋波的共振频率高于左旋波的共振频率。对于传播的右旋电磁波,增加纵向磁场,共振频率提高。而对于传播的左旋电磁波,增加纵向磁场,共振频率降低。但是许多因素,如粒子碰撞,电子束的能量及离子通道中正离子分布对系统电磁特性的影响等尚需进一步研究。

参考文献:

- [1] Whittum D H, Sessler A M. Ion - channel laser[J]. *Physical Review Letters*, 1990, **64**(21); 2511—2514.
- [2] Chen K R, Katsouleas T C, Dawson J M. On the amplification of the ion-channel laser[J]. *IEEE Trans On P Sci*, 1990, **18**:837—841.
- [3] Tang C J, Liu P K, Liu S G. Electromagnetic instability in an ion-channel laser[J]. *J Phys D: Appl, Phys.* 1996, **29**:90—94.
- [4] 张克潜, 李德杰. 微波与光电子学中的电磁理论[M]. 电子工业出版社, 2001. 539—541. (Zhang K Q, Li D J. *Electromagnetic theory of microwave and optoelectronics*. Publishing House of Electronics Industry, 2001. 539—541)
- [5] 唐昌建, 宫玉彬, 钱尚介, 等. 离子通道电子束回旋脉塞的等离子波效应[J]. *强激光与粒子束*, 2003, **15**(3):262—266. (Tang C J, Gong Y B, Qian S J, et al. *Plasma wave effect of ion channel electron beam cyclotron maser*. *High Power Laser and Particle Beams*, 2003, **15**(3):262—266)
- [6] 李伟, 谢鸿全, 魏彦玉, 等. 有限磁场作用下等离子体背景中的切伦科夫不稳定性研究[J]. *强激光与粒子束*, 2002, **14**(5):749—752. (Li W, Xie H Q, Wei Y Y, et al. *Study of Cherenkov instability for a plasma immersed waveguide in a finite magnetic field*. *High Power Laser and Particle Beams*, 2002, **14**(5):749—752)
- [7] 陈希, 谢文楷, 刘盛纲. 等离子体加载波纹波导的色散方程[J]. *真空电子技术*, 1999, **2**:1—4. (Chen X, Xie W K, Liu S G. *The dispersion equations of plasma aided corrugated waveguide*. *Vacuum Electronics*, 1999, **2**:1—4)
- [8] 唐昌建, 钱尚介. 离子通道回旋电子受激辐射非线性理论. *物理学报*, 2002, **51**(6):1256—1261. (Tang C J, Qian S J. *The nonlinear theory of cyclotron electron stimulated radiation in ion-channel*. *Acta Physica Sinica*, 2002, **51**(6):1256—1261)

Dielectric tensor of relativistic magnetic motional plasma

HAO Bao-liang¹, TANG Chang-jian¹, GONG Yu-bin²

(1. Department of Applied Physics, Sichuan University, Chengdu 610065, China;

2. College of Physical Electronics, University of Electronics Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract: The physical model of magnetic motional plasma (MMP) is defined. Adopting method of perturbation theory dielectric tensor of the system is derived, MMP shows a completely different form of the dielectric tensor with the static magnetic plasma. The results, given by numerical computation for propagating longitudinal wave, reveal that resonant frequency of the system nonlinearly enhance with the increasing of plasma density. At the same conditions resonant frequency of dextral wave is higher than that of sinistral wave, The resonant frequency of the system increase for the propagating dextral electromagnetic wave with longitudinal magnetic field, but descends for the sinistral one.

Key words: Charge fluid; Dielectric tensor; Magnetic motional plasma; Fluid theory