

文章编号:1001-9081(2007)08-2007-04

## 基于单尺度脊波变换的图像融合

谭兮<sup>1</sup>, 贺洪<sup>2</sup>, 谭山<sup>3</sup>

(1. 湖南工业大学 电气工程系, 湖南 株洲 412008; 2. 湖南株洲硬质合金集团, 湖南 株洲 412000;  
3. 西安电子科技大学 智能信息处理研究所, 西安 710071)  
(tkm99@163.com)

**摘要:** 图像融合在一定程度上可以理解为对多个二维函数的奇异信息进行分析、提取、综合的过程。单尺度脊波变换的函数逼近性能要优于小波变换, 因此, 对应于图像中的边缘及角点的单尺度脊波系数的能量要更加集中。分析了基于变换域的图像融合算法的性能与所用变换的函数逼近性能的关系, 提出了一种新的基于单尺度脊波变换的图像融合算法。在多种融合规则下, 将该方法与基于 Laplacian 塔型变换、小波变换等其他图像融合方法进行了比较, 实验结果表明, 基于单尺度脊波变换的融合方法具有更好的融合效果。

**关键词:** 图像融合; 单尺度脊波变换; 脊波变换; 小波变换

**中图分类号:** TP391.41 **文献标志码:** A

## Image fusion based on monoscale ridgelet transform

TAN Xi<sup>1</sup>, HE Hong<sup>2</sup>, TAN Shan<sup>3</sup>

(1. Department of Electronic Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412008, China;  
2. Zhuzhou Cemented Carbide Group, Zhuzhou Hunan 412000, China;  
3. National Key Laboratory for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** Image fusion can be considered as a process to analyze, abstract and synthesize singularities of 2-D functions. The upper bound of approximation error of the monoscale ridgelet transform is lower than that of the wavelet transform. As a result, the energy of the coefficients correlated with the edges and the corners in images is more compact. The relation between the effect of fusion methods based on the transform domain and the rate of approximation of the transform was discussed. A new image fusion method based on the monoscale ridgelet transform was put forward. In experiments, the proposed method was compared with the algorithms based on the Laplacian pyramid, the wavelet transform, and other existing methods. Results show that the proposed method outperforms the others, and exploit the application scope of the monoscale ridgelet transform.

**Key words:** images fusion; monoscale ridgelet transform; ridgelet transform; wavelet transform

## 0 引言

目前常用的图像融合算法包括: 加权平均等基于空域的融合算法; 塔式分解<sup>[1-3]</sup>、小波变换<sup>[4,5]</sup>等基于变换域的融合算法。

图像所含信息集中体现为角点、边缘等点和线奇异, 因此, 图像融合的过程在一定程度上可以理解为对多个二维函数的奇异点、奇异线进行分析、提取、综合的过程。基于变换域的图像融合方法先将图像映射到另一特定空间, 再在此空间中对图像分解系数进行融合。所用变换方法的函数逼近性能与融合结果的优劣有直接关联。

单尺度脊波变换是一种新的多尺度几何分析工具, 由 Littlewood-Paley 原理、小波分析和群展开理论发展而来, 是继小波变换后现代调和分析的又一重要成果, 其函数逼近性能要优于小波, 不仅能“稀疏”地表示点奇异, 而且能“稀疏”地表示线奇异。

本文将单尺度脊波变换这一理论引入图像融合领域, 提出了基于单尺度脊波变换的图像融合算法并与其他常用的图像融合方法进行了比较, 试验结果表明, 基于单尺度脊波变换

的图像融合方法在性能上要优于其他方法。

## 1 脊波及单尺度脊波变换

脊波变换对于具有直线奇异的多变量函数具有良好的逼近性能。但是, 对于含曲线奇异的多变量函数, 其逼近性能只相当于小波变换。单尺度脊波<sup>[6,7]</sup>的提出解决了对含有曲线奇异的多变量函数的稀疏逼近问题。单尺度脊波变换的构造是利用剖分的方法, 用直线来逼近曲线。单尺度脊波对于含曲线奇异的函数  $f$  的最大  $m$  项分解系数重构误差为:

$$\|f - f_m^{MR}\|_{L^2}^2 \leq C \max(m^{-r}, m^{-3/2})$$

其中  $r$  表示函数  $f$  中奇异曲线  $r$  阶可微。即, 当  $1 \leq r \leq 3/2$ , 其部分重构公式的逼近阶为  $O(m^{-r})$ ; 当  $3/2 \leq r \leq 2$  时, 其逼近阶为  $O(m^{-3/2})$ 。注意到小波对于含曲线奇异的函数的最大  $m$  项系数重构误差为:

$$\|f - f_m^W\|_{L^2}^2 \leq Cm^{-1}$$

即单尺度脊波对于具有曲线奇异的多变量函数的逼近性能无疑比小波有明显的提高。

脊波及单尺度脊波变换的理论、算法及应用都在发展之中, 并已取得了一些令人满意的结果<sup>[8]</sup>。完善脊波及单尺度

收稿日期: 2007-02-02; 修回日期: 2007-03-03。

作者简介: 谭兮(1967-), 男, 湖南涟源人, 副教授, 主要研究方向: 图形图像处理、智能控制、嵌入式技术; 贺洪(1967-), 女, 湖南宁乡人, 工程师, 主要研究方向: 图像处理、数据库; 谭山(1973-), 男, 湖南娄底人, 博士, 主要研究方向: 小波分析、图像处理、神经信息学。

脊波变换的理论、算法,探索其应用领域,都是很有意义的工作<sup>[9-11]</sup>。

### 2 单尺度脊波域的图像融合算法

基于变换域的图像融合方法可表示为:

$$I(x,y) = T^{-1}(R(T(I_1(x,y)) + T(I_2(x,y)))) \quad (1)$$

其中,线性变换  $TLL^2(R^2) \rightarrow \Omega_T, T^{-1}$  为其逆变换,二维函数  $I_1, I_2 \in L^2(R^2)$  分别表示配准图像,算子  $R: Tf, Tg \mapsto R(Tf, Tg) (f, g \in L^2(R^2), R(Tf, Tg) \in \Omega_T)$  表示融合规则,  $I$  为融合结果。即,基于变换域的图像融合基本步骤为:

1) 对源图像  $I_1, I_2$  分别进行  $T$  变换,建立图像的变换域系数矩阵  $TI_1$  和  $TI_2$ ;

2) 由算子  $R$ , 对各系数矩阵分别进行融合处理得到  $R(TI_1, TI_2)$ ;

3) 对融合后的系数矩阵进行逆变换  $T^{-1}$  (即图像重构), 所得重构图像即为融合结果  $I$ 。若  $T$  为小波算子  $W$ , 式(1)即为基于小波变换的图像融合算法;若算子  $T$  为 Laplacian 塔式分解  $L$ , 则式(1)表示基于 Laplacian 塔式分解的图像融合算法。

融合规则  $R$  一般有如下三种:

1) MS(Maximum Selection) 方法:  $R(x(i,j), y(i,j)) = \max(|x(i,j)|, |y(i,j)|), x, y \in \Omega_T$ , 即此种方法通过比较变换域中对应系数的幅值来选择融合系数。

2) WA(Weighted Average) 方法<sup>[3]</sup>:  $R(x(i,j), y(i,j)) = f(E_x(i,j), E_y(i,j))$ , 其中  $E_x(i,j) = \sum_{i' \in L, j' \in K} W(i', j') [x(i+i', j+j')]^2$ ;  $W(i', j')$  是支撑区间为常数  $L$  和  $K$  所定义的局部区域上的窗函数;函数  $f(x, y)$  一般为某种简单的函数,如取大值等。WA 也称基于区域能量的融合规则。

3) 基于区域方差的融合规则 (Standard Deviation, STD): 与规则 2 相似,不同之处只是以局域窗中系数标准差的大小作为选择系数的依据,即  $R(x(i,j), y(i,j)) = f(STD_x(i,j), STD_y(i,j))$ 。

下面讨论函数逼近性能与数据融合的关系。表 1 给出了傅立叶变换、小波变换和单尺度脊波变换在最大  $m$  项分解系

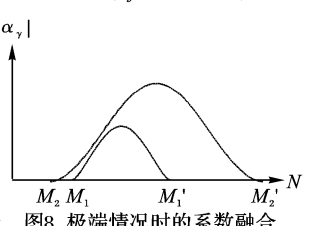
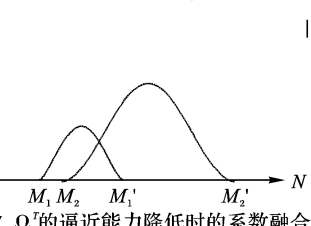
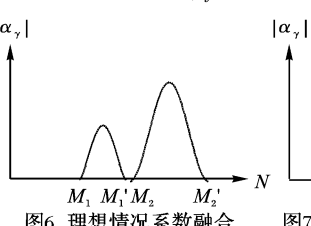
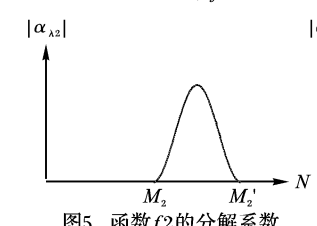
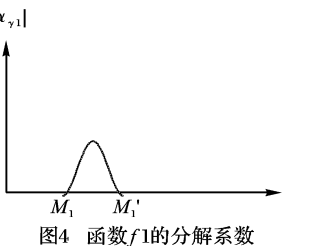
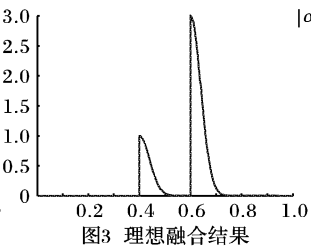
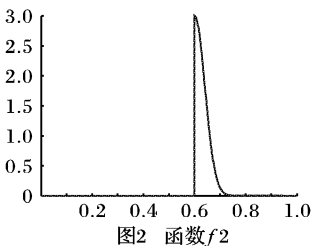
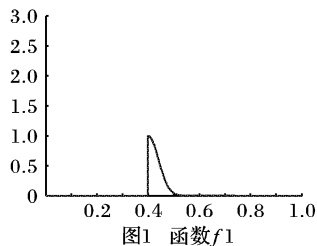
数重构误差  $\|f - f_m^R\|_{L^2}^2$  意义下对点、线奇异逼近性能(设除奇异点、线外,函数  $f$  是  $s$  阶光滑的)。

表 1 常见变换对函数逼近能力的比较

	傅立叶变换	小波变换	单尺度脊波变换
点奇异	$O(n^{-1/2})$	$O(n^s)$	$O(n^{-s})$
直线奇异	$O(n^{-1/2})$	$O(n^{-1/2})$	$O(n^{-s/2})$
曲线奇异	$O(n^{-1/2})$	$O(n^{-1/2})$	$O(\max(n^{-3/4}, n^{-s/2}))$

不失一般性,我们只分析一维点奇异的情况,二维及其他类型奇异情况类似。

对定义于区间  $[0, 1]$  上的函数  $f_1, f_2$ , 用式(1)进行融合,因为  $T$  为线性算子,不妨设  $f_1(t) = H(t - t_1)g(t), f_2(t) = lH(t - t_2)g(t), l \in R$  为常数,并设  $|t_2 - t_1|$  适当小,如图 1、2 所示,理想的融合结果如图 3。设  $\{\rho_\lambda\}$  为变换域  $\Omega_T$  中标准正交基,其中  $\lambda \in \Gamma, \Gamma$  为变换域  $\Omega_T$  参数空间。对函数  $f_1, f_2$  进行  $T$  变换,则分解系数矩阵可分别表示为:  $(\alpha_{\lambda 1} = \langle f_1, \rho_\lambda \rangle), (\alpha_{\lambda 2} = \langle f_2, \rho_\lambda \rangle)$ 。空间  $\Omega_T$  对函数  $f$  的逼近能力可用势  $\#\{\alpha_\lambda > 1/n\}$  表征。设变换  $T$  具有平移不变性或近似平移不变性,用图 4、5 表示分解系数矩阵中  $\{\alpha_{\lambda 1} > 1/n\}, \{\alpha_{\lambda 2} > 1/n\}$  系数的包络。空间  $\Omega_T$  的逼近性能好,意味着支撑区间  $[M_1, M_1'], [M_2, M_2']$  短。对  $(\alpha_{\lambda 2} = \langle f_2, \rho_\lambda \rangle), (\alpha_{\lambda 1} = \langle f_1, \rho_\lambda \rangle)$  运用某种融合规则  $R$ , 例如规则 1 (实际上融合规则 1 ~ 3 都是利用系数能量的集中程度作为融合系数的选择依据)。理想情况时,有  $[M_1, M_1'] \cap [M_2, M_2'] = \emptyset$ , 融合系数如图 6 所示,运用算子  $T^{-1}$ , 则能得到理想融合结果图 3。空间  $\Omega_T$  的逼近能力降低,当  $[M_1, M_1'] \cap [M_2, M_2'] \neq \emptyset$  时,如图 7 所示,此时,系数融合的结果将不能真实的反映函数  $f_1, f_2$  在空间  $\Omega_T$  中系数的分布情况,经算子  $T^{-1}$  得到的融合图像将丢失函数  $f_1$  或者  $f_2$  的部分信息。图 8 给出了  $[M_1, M_1'] \subset [M_2, M_2']$  的极端情况,此时系数融合的结果只是函数  $f_2$  的分解系数,经算子  $T^{-1}$ , 融合结果已经丢失了函数  $f_1$  的所有信息。



由以上分析可知,基于变换域的图像融合方法,其最终的融合效果与所用变换对函数的逼近性能直接相关。图像所含信息主要集中体现于物体的边缘和角点等亮度值发生剧烈改变的地方,其分解系数对点奇异和线奇异“敏感”与否,即对应于图像点和线奇异的能量能否集中于少量分解系数,将成为关系融合效果优劣的一个重要因素。

傅立叶变换作为一种正交变换,在信号处理领域扮演了举足轻重的角色,然而,如果用傅立叶变换来作为一种融合的工具,则在系数的融合过程中,其拙劣的逼近性能使得融合效果不甚理想。本文的试验结果证明了这一点。事实上,傅立叶变换极少用于图像融合。本文之所以给出基于傅立叶变换的融合方法,只是为了说明融合效果与逼近性能的关系。

小波变换对于函数近似“稀疏”的表示使其自问世以后在极短的时间内在各领域取得了重大成功。其对点奇异的“稀疏”表示,使得对应于图像中的角点等奇异点的能量在小波域中主要集中于少数系数,小波变换的局域性又使得由图像中奇异点所产生的大系数影响相邻系数的融合的程度降到最少。然而,除了角点之外,图像的信息更多地表现为直线和曲线奇异,而小波域中,表示图像中的直线和曲线的小波系数不再“稀疏”。单尺度脊波变换对于点奇异的逼近性能上与小波相当,而对于直线奇异及曲线奇异,其逼近性能都要超过小波变换,其对图像表示将更加“稀疏”。可以预见,将单尺度脊波变换用于图像融合,其总体性能上应该超过小波变换。本文的试验结果也证明了这一点。

### 3 仿真实验

为了比较基于单尺度脊波变换的图像融合方法与其他融

合方法在性能上的优劣,本文给出了如下几组实验(实验中,正交小波采用 DB4 小波,双正交小波用 bior 3.7,当采用融合规则 2、3 时,局域窗为  $3 \times 3$ )。

#### 实验 1 仿真图像融合实验

在实际应用中,因为不存在所谓的标准参考图像,所以进行量化的客观评价是非常困难的,一种常用的比较不同融合算法融合性能的方法是:采用对某一标准测试图像进行模糊处理,产生两幅不同的源图像,再对此二图像进行融合,并将融合结果与标准原图像进行比较,以给出量化的评测指标<sup>[12]</sup>。实验中,用如下方法产生两幅仿真源图像:对标准测试图像左右部分分别进行模糊处理,产生的图像一幅为左半部分模糊而右半部分清晰,另一幅则相反,以此作为待融合图像进行融合处理。测试共选用 20 幅  $512 \times 512$  标准测试图像,如图 9 所示。

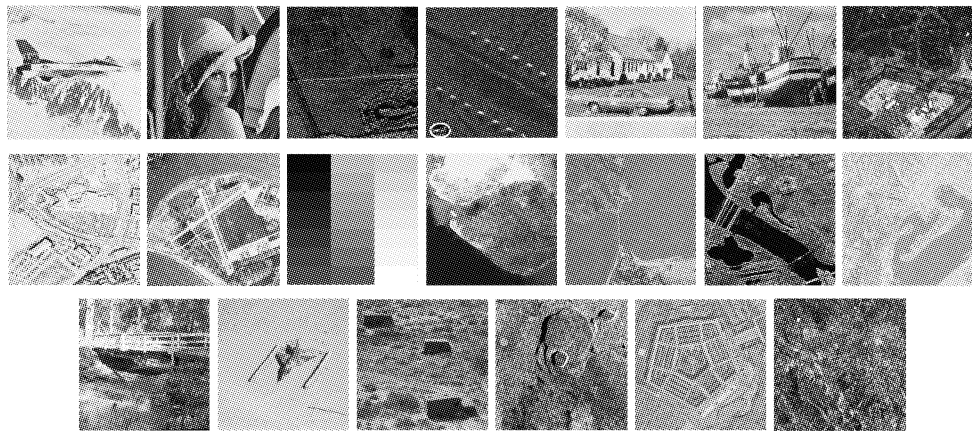


图 9 20 幅标准测试图像



图 10 测试图像融合效果

选用多种评价指标,分别为均值 (Mean)、标准差 (Std)、均方根误差 (Root Mean Square Error, MSE)、熵 (Entropy, 熵的大小一定程度上反映了融合图像所包含的平均信息量的多少)、均方根交叉熵 (RCE, RCE 越小,说明融合后图像从参加融合图像中提取的信息越多,一定程度上反映了融合效果的

好坏)。另外,图像标准差的改变反映了图像整体对比度的变化,因此,也将其作为一个评价标准。

图 10 给出了一幅标准测试图像分别用时域加权平均方法和各种基于变换域方法的融合算法并使用 MS 融合规则时的融合效果图。

表 2 给出了各种融合方法对于 20 幅标准测试图像的整体效果评价指标比较,其中各项指标以均值形式给出。

#### 实验 2 多聚焦图像融合实验

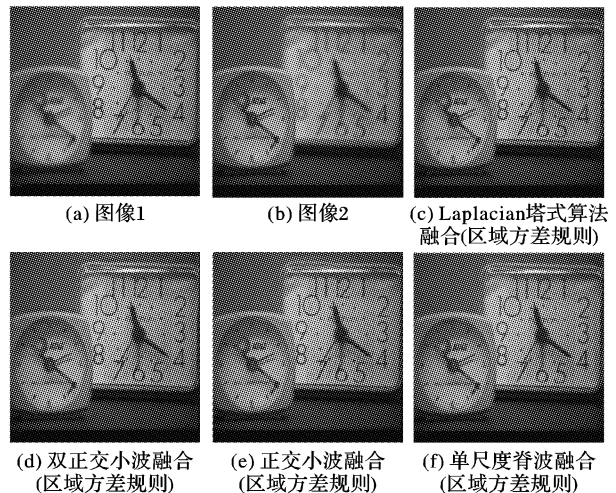


图 11 多聚焦图像融合效果

对图 11 所给的实测数据进行融合。图 (a) 的前景模糊, 背景清晰;图 (b) 的前景清晰, 背景模糊;图 (c ~ f) 为融合效果图。表 3 为融合效果评价。此图的标准参考图像通过人工

剪切的方法得到。

表2 20幅标准测试图像不同融合方法的效果评价(平均值)

融合方法	MEAN	STD	ENTROPY	RCE	MSE	
时间平均融合	119.2930	38.9140	4.5799	0.0811	9.3918	
MS 规则	傅立叶融合	119.4549	42.8896	4.8328	0.2048	10.4614
	塔型方法	120.7214	43.8734	4.7695	0.1304	4.5388
	双正交小波	121.8538	44.0134	4.8131	0.1624	6.7837
	正交小波	120.7783	43.5002	4.7984	0.1542	5.4621
区域 能量 规则	单尺度脊波	120.6977	43.1419	4.7821	0.1537	3.7233
	塔型方法	119.3706	42.8833	4.7260	0.1157	3.8712
	双正交小波	119.2588	43.0893	4.7764	0.1639	5.6475
	正交小波	119.3652	42.9011	4.7656	0.1585	5.2484
区域 方差 规则	单尺度脊波	119.4009	42.5200	4.7522	0.1584	3.3135
	塔型方法	119.3402	42.9812	4.7360	0.1198	3.8810
	双正交小波	119.2620	43.2080	4.7732	0.1558	5.4005
	正交小波	119.3690	43.1746	4.7709	0.1562	5.1700
单尺度脊波	119.9988	42.8933	4.7738	0.1525	2.9367	

表3 多聚焦图像融合实验效果评价

融合方法	MEAN	STD	ENTROPY	RCE	MSE	
时间平均融合	78.5873	39.5034	4.8249	0.01319	5.5666	
MS 规则	傅立叶融合	78.7864	41.2494	4.9343	0.14893	6.1338
	塔型方法	79.607	41.2639	4.9023	0.05917	4.6738
	双正交小波	81.4707	41.6812	4.9401	0.052651	6.026
	正交小波	79.8768	40.7765	4.9114	0.068249	4.4139
区域 能量 规则	单尺度脊波	79.6698	40.9486	4.9185	0.06184	4.3544
	塔型方法	78.6833	40.8745	4.8689	0.15193	4.39
	双正交小波	78.5712	40.6769	4.9056	0.04678	4.091
	正交小波	78.5852	40.539	4.8935	0.053139	3.8454
区域 方差 规则	单尺度脊波	78.6444	40.4505	4.9121	0.06031	3.691
	塔型方法	78.1337	40.5452	4.8711	0.11358	4.487
	双正交小波	78.5777	40.6699	4.8931	0.040499	4.2132
	正交小波	78.587	40.568	4.9026	0.059188	4.0731
单尺度脊波	78.8205	40.5352	4.9123	0.055392	3.2356	

试验结果分析:

1) 融合效果与函数逼近性能关系:从傅立叶变换到小波变换,再到单尺度脊波变换,随着函数逼近性能的提高,融合效果越来越好,这点在MSE指标中体现尤为明显。

2) 基于单尺度脊波变换的融合方法和时间平均融合方法的比较:后者明显降低了图像的整体对比度,融合图像有“柔化”现象。前者不仅无此现象,而且在MSE指标上超过前者较多。

3) 基于单尺度脊波变换的融合方法和基于Laplacian塔型变换融合方法的比较:后者在整体性能上甚至优于基于小波变换的融合方法,其RCE指标稍高于前者,但其MSE指标上劣于前者较多。

## 4 结语

分析了基于变换域方法的图像融合方法融合性能与所用变换对于函数的逼近性能的关系,提出了一种基于单尺度脊波变换的图像融合方法。试验数据表明,此方法整体上优于本文述及的其他融合方法,尤其在MSE指标中体现尤为明显。脊波及单尺度脊波变换的理论和应用都在不断完善和发展之中。本文提出的方法对探索单尺度脊波变换新的应用领

域进行了尝试,初步试验结果令人满意。然而,在实际应用中,图像融合特别是多传感器图像融合是一个非常复杂和困难的问题,到目前为止,没有任何一种通用的方法在任何融合条件下保持比其他方法更优的性能。基于单尺度脊波变换的图像融合方法还需要在实践中进行更全面的检验,并逐步完善。另外,实际的图像融合应用中,融合算法对噪声的抑制程度是一个重要的性能指标,基于单尺度脊波变换的融合方法在噪声条件下的性能表现及在单尺度脊波域中如何进行噪声抑制,以提高融合性能也是我们下一步研究的方向。

参考文献:

- [1] BURT P T, ANDELSON E H. The Laplacian pyramid as a compact image code[J]. IEEE Transactions on Communications, 1983, 31(4): 532-540.
- [2] TOET A, Van RUYVEN L J, VALETON J M. Merging thermal and visual images by a contrast pyramid[J]. Optical Engineering, 1989, 28(7): 789-792.
- [3] BURT P T, LOLCZYNSKI R J. Enhanced image capture through fusion[C]// Proceedings of the 4th International Conference on Computer Vision. [S. l.]: IEEE Press, 1993: 173-182.
- [4] DAVID A Y. Image merging and data fusion by means of the discrete two-dimensional wavelet transform[J]. Journal of Optical Society of America, 1995, 12(9): 1834-1841.
- [5] LI H, MANJUNATH B S, MITRA S. Multisensor image fusion using the wavelet transform[J]. Graphical Models and Image Processing, 1995, 57(5): 235-245.
- [6] CANDÈS E J. On the representation of mutilated sobolev functions[J]. SIAM Journal on Mathematical Analysis, 1999, 33(2): 2495-2509.
- [7] CANDÈS E J. Monoscale ridgelets for the representation of images with edges[R]. California: Stanford University, Department of Statistics, 1999.
- [8] STARCK J L, CANDÈS E J, DONOHO D L. The curvelet transform for image denoising[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 11(6): 670-684.
- [9] 焦李成, 谭山. 图像的多尺度几何分析: 回顾和展望[J]. 电子学报, 2003, 31(Z1): 1975-1981.
- [10] TAN S, JIAO L. Ridgelet bi-frame[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2006, 20(3): 391-402.
- [11] TAN S, JIAO L. Image denoising using the ridgelet bi-frame[J]. Journal of Optical Society of America, 2006, 23(10): 2449-2461.
- [12] ZHANG Z, BLUM R. A categorization of multiscale-decomposition-based image fusion schemes with a performance study for a digital camera application[J]. Proceedings of the IEEE, 1999, 87(8): 1315-1328.
- [13] CANDÈS E J. Ridgelets: Theory and applications[D]. California: Stanford University, Department of Statistics, 1998.
- [14] CANDÈS E J. Harmonic analysis of neural networks[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 1999, 6(2): 197-218.
- [15] DONOHO D L. Orthonormal ridgelets and linear singularities[J]. SIAM Journal on Mathematical Analysis, 2000, 31(5): 1062-1099.