

文章编号: 1001-4322(2007)12-1992-05

衍射和干涉理论对 Bessel 光传输的描述

刘 彬, 吴逢铁, 邱振兴

(华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

摘 要: 采用衍射积分理论和干涉理论分别对轴棱锥产生的 Bessel 光的传输特性进行描述, 并讨论了其适用条件和优缺点。数值模拟了光传输的 3 维强度分布, 同时进行相关参数的实验测定。数值模拟和实验结果表明: 在最大无衍射距离内, 衍射理论能很好地描述 Bessel 光的轴上光强分布, 当接近或超出最大无衍射距离时, 干涉理论也能较好地描述 Bessel 光的强度分布, 实验结果和理论分析基本吻合。

关键词: 无衍射 Bessel 光; 衍射积分理论; 干涉理论; 轴棱锥

中图分类号: O436.1 文献标识码: A

有限束宽 Bessel 光在一定区域内的近似无衍射特性引起人们的极大兴趣, 在深度精密加工、非线性光学等方面具有广泛应用^[1-2]。在诸多产生无衍射 Bessel 光的方法中, 轴棱锥法装置简单, 转换效率高而被广泛使用^[3]。尤其是利用轴棱锥-透镜系统很容易产生“空心”和“瓶状”光束^[4], 这类光束可作为光镊和光学扳手, 实现微观粒子的束缚和操控, 对生命科学研究意义重大。因此对无衍射 Bessel 光传输的描述是非常重要的。对 Bessel 光传输特性的描述一般采用广义的惠更斯-菲涅耳衍射积分理论, 这一理论在最大无衍射范围内能很好地描述 Bessel 光的传输行为, 而利用干涉理论则能较好地反映接近或超出最大无衍射距离时 Bessel 光的强度分布。因此, 本文采用衍射积分理论和干涉理论分别对轴棱锥产生的 Bessel 光传输特性进行描述, 讨论其适用条件和优缺点。由导出的公式对 Bessel 光的传输过程进行 3 维模拟, 并进行相关实验参数测定。

1 理论描述

1.1 衍射积分理论描述

传统描述 Bessel 光传输特性的方法采用的是衍射积分理论, 假定入射光束场分布为 $E_0 = \exp(-r^2/w^2)$, 其中, w 为入射高斯光束的束腰半径, r 为源的径向距离。

利用柯林斯公式推广, 在柱坐标下的广义惠更斯-菲涅耳衍射积分公式, 可以得到光束通过轴棱锥后, 在最大准直范围(图 1 中的光线交迭区)

$$Z_{\max} = \frac{R}{(n-1)\phi} \quad (1)$$

区域内的光场分布为^[5]

$$E_2(r, z) = -\frac{ik}{z} \exp[ik(z + \frac{r^2}{2z})] \times \int_0^R \exp(-r^2/w^2) J_0(\frac{kr}{z}) \exp[\frac{ik^2}{2z} - ik(n-1)\phi] r dr \quad (2)$$

式中: z 为光轴; n 为轴棱锥介质折射率; ϕ 为轴棱锥底角; R 为入射光束半径; k 为波数; r 为场的坐标; J_0 为第一类零阶 Bessel 函数。

由式(2)可得到轴上光强分布为

$$I_2(0, z) = (\frac{k}{z})^2 \left| \int_0^R \exp(-r^2/w^2) \exp[\frac{ik^2}{2z} - ik(n-1)\phi] r dr \right|^2 \quad (3)$$

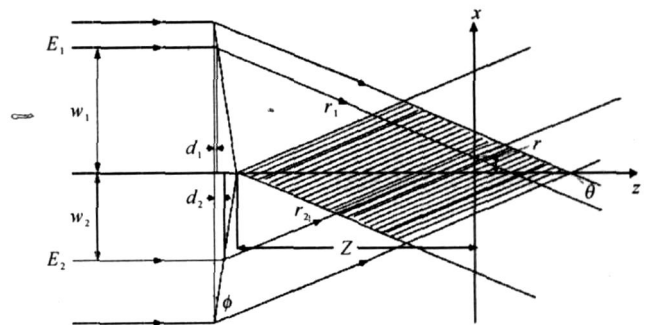


Fig. 1 Geometrical scheme of Gaussian beam passing through axicon

图 1 高斯光束通过轴棱锥后的几何图

* 收稿日期: 2007-05-08; 修订日期: 2007-10-22

基金项目: 国家自然科学基金资助课题(60477041); 福建省自然科学基金资助课题(A0710011, A0410017)

作者简介: 刘 彬(1984-), 女, 新疆于田人, 硕士研究生, 主要从事光束传输与变换研究; pretty84@126.com。

联系作者: 吴逢铁, ftwu@public.qz.fj.cn。

1.2 干涉理论描述

若采用干涉理论对 Bessel 光进行描述,可假设轴棱锥后相干交叉区域任意处的光场为两个半高斯光束 E_1 和 E_2 的干涉叠加形成的,如图 1 所示,其中 $E_1 = \exp[-(w_1/w)^2]$, $E_2 = \exp[-(w_2/w)^2]$, w_1 和 w_2 分别为光线 1 和光线 2 到光轴的距离。

两光束在位置 (r, z) 处的光程差 $\Delta = n(d_1 - d_2) + (r_1 - r_2)$, 则光强分布

$$I(r, z) = E_1^2 + E_2^2 + 2 E_1 E_2 \cos(\Delta) \quad (4)$$

式中: λ 表示入射光波长。取坐标原点位于轴棱锥顶点。根据 ABCD 光学传输矩阵

$$\begin{bmatrix} r \\ - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z + w_1 \phi \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ - \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} - \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z + w_2 \phi \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} - \\ w_2 \end{bmatrix}$$

和简单的几何关系,在小角度近似 $\sin \phi \approx \phi$ 的情况下,容易导出方程(4)中各参量关于 r, z 的表达式

$$w_1 = \frac{z+r}{1-\phi}, \quad w_2 = \frac{z-r}{1-\phi} \quad (5)$$

$$r_1 = \frac{z+r\phi}{1-\phi}, \quad r_2 = \frac{z-r\phi}{1-\phi} \quad (6)$$

$$d_1 = \frac{d(1-\phi) - \phi(r+z)}{1-\phi}, \quad d_2 = \frac{d(1-\phi) + \phi(r-z)}{1-\phi} \quad (7)$$

式中: d 为轴棱锥厚度,即平面到锥顶的距离; ϕ 为通过轴棱锥后的出射光与传播光轴的夹角。 $\sin(\phi) \approx \phi$, 由折射定律可得到 $(n-1)\phi$ 。将 E_1, E_2 及式(5)~(7)代入式(4),即可得到轴棱锥后任何位置 (r, z) 处的光强分布。图 2 给出衍射积分公式和干涉理论描述的 Bessel 光传输的 3 维强度分布模拟。

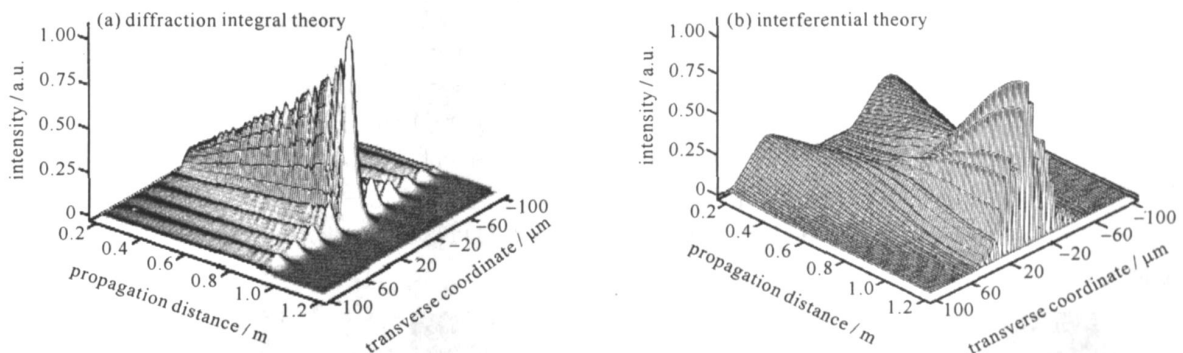


Fig. 2 Simulation of 3-D intensity distribution of Bessel beam propagation

图 2 Bessel 光传输的 3 维强度分布模拟

2 实验结果及数值模拟

利用准直扩束(高斯强度分布)的 He-Ne 光,垂直入射轴棱锥底角分别为 2° 和 6° 的轴棱锥(折射率 $n = 1.458$),光束半径 $R = 15 \text{ mm}$,利用微孔及光敏电阻组成的光强探测器进行 Bessel 光轴上光强的测定。实验结果及理论模拟如图 3 所示,理论曲线由式(3)给出。可见,在最大无衍射距离内衍射理论很好地描述了无衍射 Bessel 光的传输。

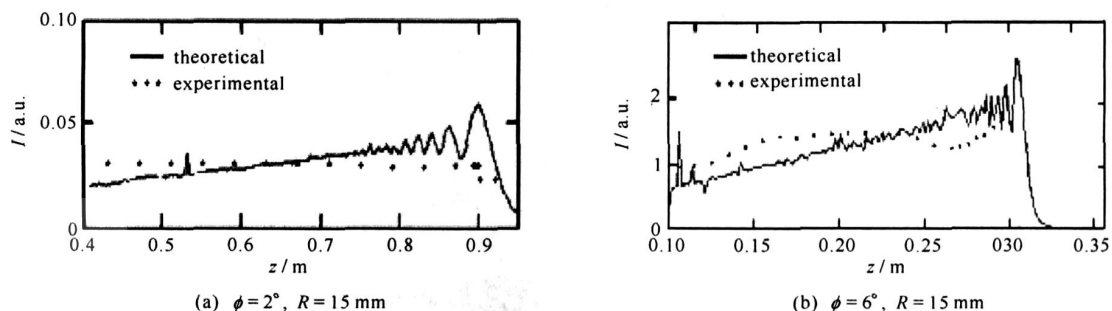


Fig. 3 Numerical simulation and experimental measurement of on-axis intensity

图 3 轴上光强的理论模拟及实验测定结果

我们分别在 $Z_{\max}/4$, $Z_{\max}/2$ 和 Z_{\max} 处对截面光强分布进行理论模拟和实验拍摄,并且利用体视显微镜(放大倍率 50)和 CCD 记录了光场的横向强度分布。

图 4 为 $Z = Z_{\max}/4$ 附近 Bessel 光的横向光强分布图。曲线图 4(a)和图 4(c)的变化趋势是一致的,而用干涉理论描述的图 4(b)虽然也有光强的最大值,但整体来看,图 4(a)和图 4(c)更吻合。

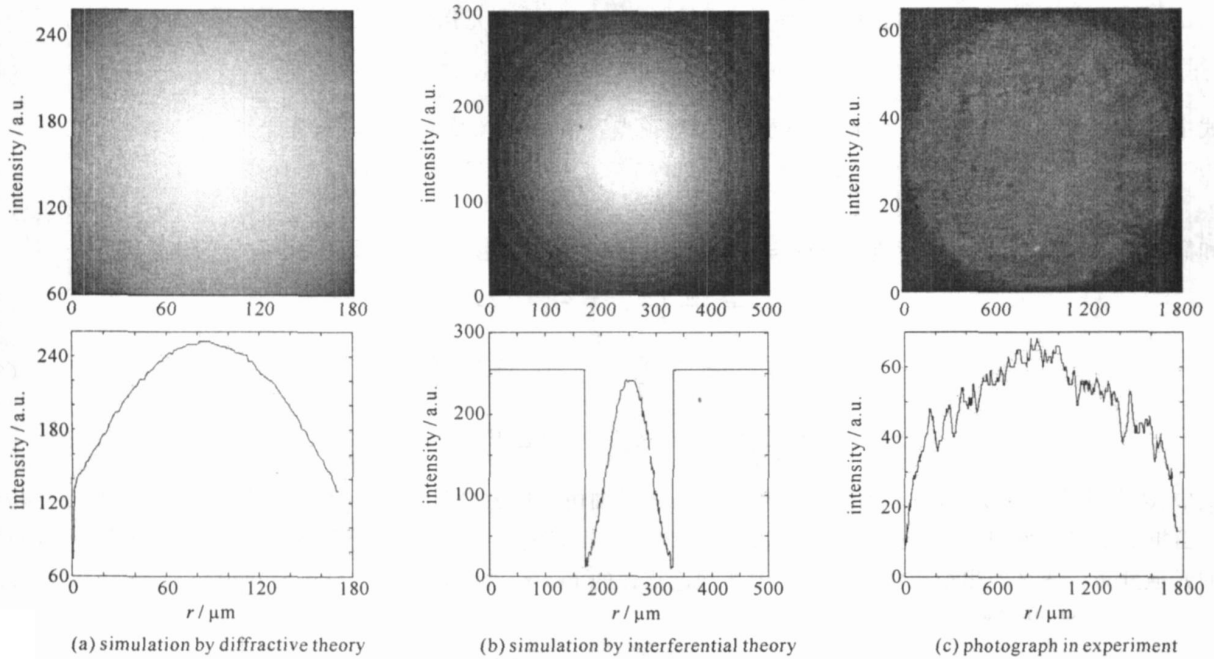


Fig. 4 Radial intensity distribution of Bessel beam at $Z = Z_{\max}/4$

图 4 $Z = Z_{\max}/4$ 附近 Bessel 光的横面光强分布图

图 5 为 $Z = Z_{\max}/2$ 附近 Bessel 光的横向光强分布图。从图中可以明显看出,衍射理论的模拟图与实验拍摄的光斑图是一致的,中心光斑最亮,在中心光斑的外围有一圆环,亮度比中心亮斑弱,而用干涉理论模拟的却只有一个亮斑,在外围并未出现环状结构。因此从图 4 和图 5 可以看出,在最大无衍射距离内,衍射理论能较好地描述 Bessel 光的光强分布。

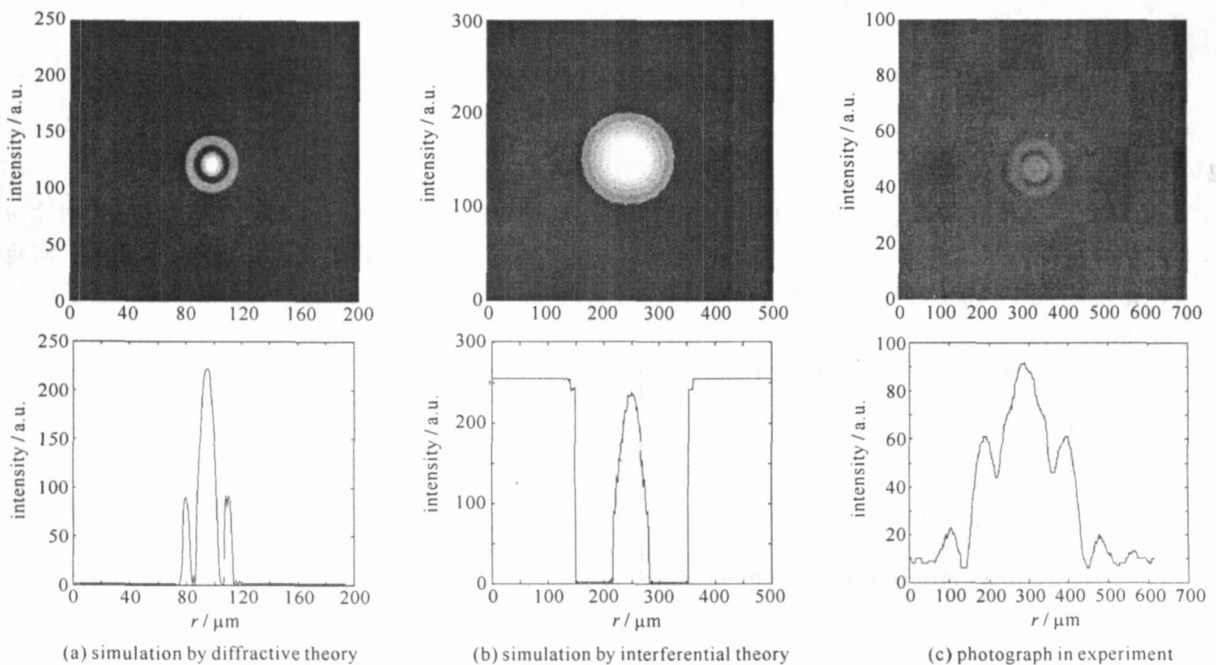


Fig. 5 Radial intensity distribution of Bessel beam at $Z = Z_{\max}/2$

图 5 $Z = Z_{\max}/2$ 附近 Bessel 光的横面光强分布图

图 6 为 $Z = Z_{\max}$ 附近 Bessel 光的横向光强分布图。图 6(a) 的中心光斑最亮, 由内向外光斑明显减弱, 图 6(b) 和图 6(c) 光强呈逐渐减弱趋势。从曲线可以看出, 图 6(b) 更接近实验拍摄的结果。

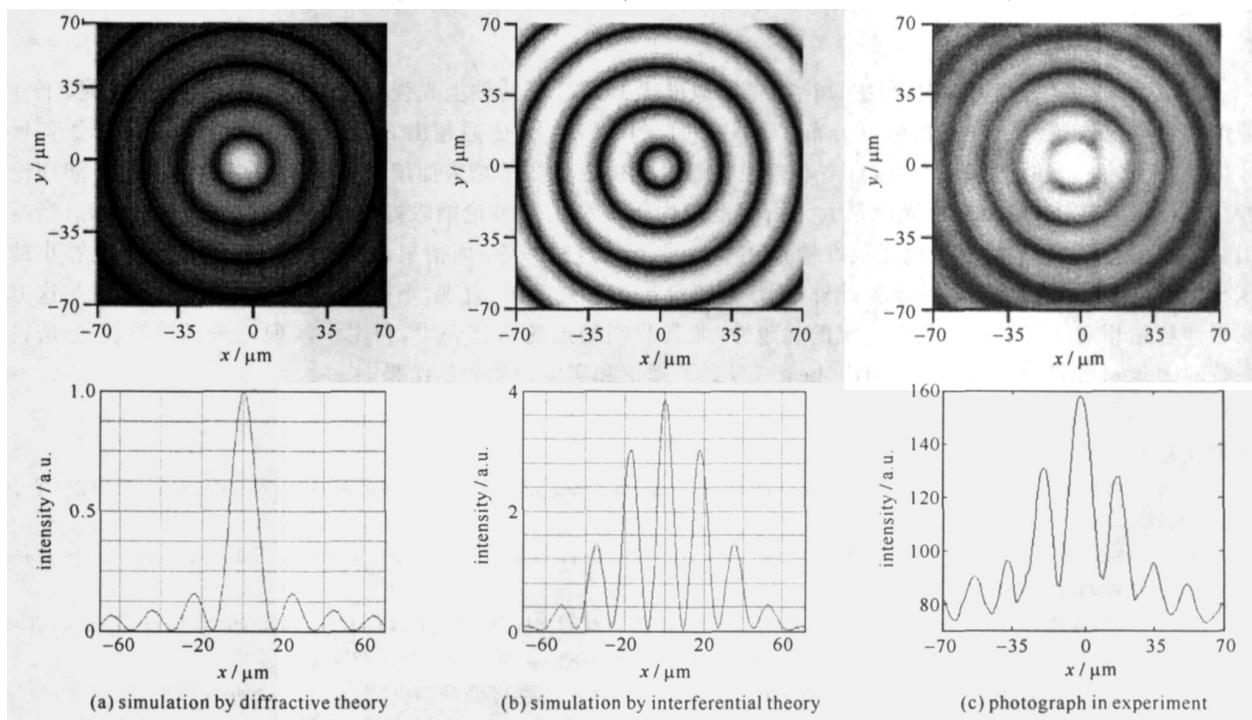


Fig. 6 Radial intensity distribution of Bessel beam at $Z = Z_{\max}$

图 6 $Z = Z_{\max}$ 附近 Bessel 光的横面光强分布图

理论模拟和实验结果指出:在最大无衍射距离内(如 $Z_{\max}/4, Z_{\max}/2$) 衍射理论很好地描述 Bessel 光的传播和强度分布,同时结果也表明,在最大无衍射距离附近,利用干涉理论也能很好地描述 Bessel 光强分布。

此外,由图 1 的光路图可见,超过最大无衍射距离 Z_{\max} ,将出现以传输轴为圆对称的空心光束,且光束半径的大小随距离 Z 的增大而增大。图 7 给出了当 $Z = 1.2 \text{ m}$, ($Z_{\max} = 93.8 \text{ cm}$) 利用干涉理论模拟及实验拍摄的横向光强分布。因此,当接近或超出 Z_{\max} ,干涉理论能较好地描述 Bessel 光的传输与分布,可作为衍射理论的补充,从另一角度对无衍射 Bessel 光的传输进行描述。

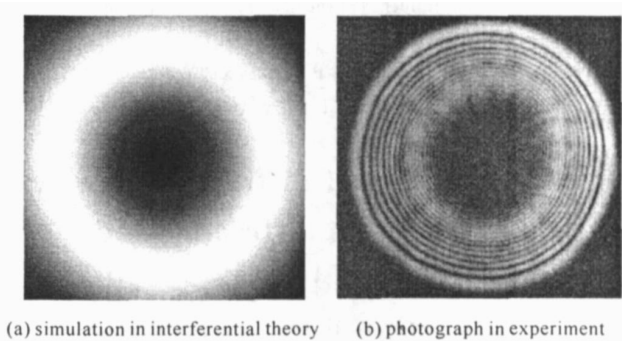


Fig. 7 Radial intensity distribution beyond the maximum diffraction-free distance

图 7 超过最大无衍射距离的横面光强分布

3 讨论

上述的理论分析、模拟及实验结果指出,利用广义的衍射积分理论及相干理论均能在一定程度上较好地描述无衍射 Bessel 光的传播特性。

在最大无衍射距离 Z_{\max} 内,由几何近似公式(1)进行数值模拟及实验测定,得到在光阑半径 $R = 15 \text{ mm}$,轴棱锥底角 $\phi = 2$ 的条件下,最大无衍射距离 Z_{\max} 分别为 93.8 cm 和 92.0 cm ,与衍射积分理论得到的 92.5 cm 吻合较好,微小的误差可能是由于轴棱锥加工误差^[6]及实验操作所引起。通过图 3 的理论模拟和实验数据以及图 4,5 理论和实验的比较指出:在 Z_{\max} 范围内,Bessel 光的光强分布由衍射积分理论能够很好地描述,理论和实验较吻合。从图 6 光强分布的理论和实验以及图 7 的理论和实验比较中可以看出,当接近或超出 Z_{\max} 时,干涉理论能较好地描述 Bessel 光的强度分布。

图 4~6 描述了在 Z_{\max} 内不同 Z 处 Bessel 光的横截面光强分布。应用灰度差值分析,以灰度尺度作为光强单位对 Z 在 Z_{\max} 附近的理论值和实验值进行比较,图中实验拍摄图的中心值与一级最大之间的灰度尺度差

大约为 30;应用干涉理论模拟其灰度尺度差大约为 50;而应用衍射理论模拟其灰度尺度差为 135。可以看出,干涉理论与实验较吻合。

4 结 论

在最大无衍射距离 Z_{\max} 内,衍射理论能很好地描述 Bessel 光的轴上光强分布,当接近或超出 Z_{\max} 时,干涉理论能较好地描述 Bessel 光的强度分布。另一方面,当 Bessel 光传播超出 Z_{\max} ,光束将由中心亮斑极强且尺寸很小的 Bessel 光变成空心光束,且空心直径将随着传播距离 Z 的增大而增大。这一结果也可以用干涉理论和衍射理论来描述:在 Bessel 光的最大无衍射范围内干涉和衍射理论能较好地描述光束传输特性行为;当超出 Z_{\max} 范围时,采用干涉理论也能很好地描述 Bessel 光的传播特性;而衍射理论则可能需要满足有足够小的采样间隔以保证足够的计算精度。此外,干涉理论导出的公式简单、直观,不需要繁杂的数学推导和近似,这方面干涉理论相对于衍射理论具有一定的优越性,尤其我们最近的研究表明,利用干涉理论来描述轴棱锥-透镜系统对 Bessel 光进行聚焦产生 Bottle beam,得到了理论和实验相吻合的结果^[7]。

参考文献:

- [1] Amako J, Yoshimura K, Sawaki D, et al. Laser-based micro processes using diffraction-free beams generated by diffractive axicon[C]// Proc of SPIE. 2005, **5713**:497-507.
- [2] Manz T, Schwarz U T, Maier M. Stimulated Stokes and anti-Stokes Raman scattering in liquid acetone with a Bessel beam[J]. *Opt Commun*, 2004, **235**:201-217.
- [3] 吕百达,张彬,蔡邦维,等.有限束宽无衍射光束特性的研究[J].科学通报,1994, **39**(2):125-128. (L ü B D, Zhang B, Cai B W, et al. The Investigation of the diffraction-free beam with a finite aperture. *Chinese Science Bulletin*, 1994, **39**(2):125-128)
- [4] Wei M D, Shiao W L, Lin Y T. Adjustable generation of bottle and hollow beams using an axicon[J]. *Opt Commun*, 2005, **248**(1-3):7-14.
- [5] 吕百达.激光光学[M].北京:高等教育出版社,2003:253-254. (L ü B D. Laser optics. Beijing: Higher Education Press, 2003:253-254)
- [6] 曾夏辉,吴逢铁,邢笑雪,等.轴棱锥非圆对称加工误差对贝塞尔光束质量的影响[J].中国激光,2006, **33**(6):809-813. (Zeng X H, Wu F T, Xing X X, et al. Influence of the manufacture error with non-circular symmetry in an axicon on the Bessel beams quality. *Chinese J Lasers*, 2006, **33**(6):809-813)
- [7] 曾夏辉,吴逢铁,刘岚.干涉理论对 Bottle beam 的描述[J].物理学报,2007, **56**(2):791-797. (Zeng X H, Wu F T, Liu L. The description of Bottle beam based on interferential theory. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(2):791-797)

Description of diffraction-free Bessel beam propagation based on diffractive and interferential theory

LIU Bin, WU Feng-tie, QIU Zhen-xing

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: Based on the interferential theory and diffraction integral theory, the propagation characteristic of Bessel beam generated by an axicon was studied. The applicability and advantages of the theories were discussed as well. The 3-D beam intensity distribution was simulated numerically. The relative parameters were also measured experimentally. The numerical simulation and the experimental results show that, within the maximum diffraction-free distance, the on-axis intensity distribution of the Bessel beam can be described well by the diffractive theory, while the intensity distribution of the Bessel beam approach or beyond the maximum diffraction-free distance can be properly described by the interferential theory. The experimental results are consistent with the theoretical ones.

Key words: Diffraction-free Bessel beam; Diffraction integral theory; Interferential theory; Axicon