传热学

Heat transfer

张靖周

能源与动力学院

第五章

单相流体对流换热

5-1 相似原理及量纲分析

实验研究是传热学研究中的主要和可靠手段；
尤其是复杂的传热学问题
尽管数值传热学发展很快，但实验研究仍是检验数值模拟和数学模型正确与否的唯一方法

$$h = f(\vec{v}, T_w, T_f, \lambda, c_p, \rho, a, \mu, l, \Omega)$$

表面传热系数是众多因素的函数；有些影响因素相互制约和影响（如：温度与热物性）；如果采取逐个研究各变量的影响，实验工作量极为庞大、也极难进行

—— 相似理论指导下的实验研究

问题：如何进行实验研究？

(1)实验中测量哪些物理量？

(2)实验数据整理成什么形式的关联式？

(3)实验中得出的经验关联式应用推广条件？

— 相似理论指导下的实验研究

思考：同类现象和相似现象有何区别?

宇宙中的现象无穷, 层层叠叠, 种类繁多

- 现象
  - 几何现象
  - 物理现象
    - 电磁现象
    - 流动现象
    - 对流换热
      - 单相流体
        - 强迫对流
        - 自然对流
      - 相变换热
    - …………
  - 化学现象
  - 生物现象
  - …………

同类现象：用相同形式和内容的微分方程式（控制方程+单值性条件方程）所描述的现象

- 电场与温度场： 微分方程相同；内容不同

$$\boxed{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0} \Longleftrightarrow \boxed{\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E}{\partial y^2}=0}$$

- 强制对流换热与自然对流换热：
  微分方程的形式和内容都有差异
- 外掠平板和外掠圆管：
  控制方程相同；单值性条件不同

同类现象之间可以谈类似，进行类比

只有属于同一类型的物理现象才有相似的可能性，也才能谈相似问题

- 相似现象：同类现象中那些对应(包括时间和空间)的同名物理量之间互成比例的现象。

物理相似：影响物理现象的所有物理量分别相似的总和就构成了物理相似

1）必须是同类现象才有可能相似

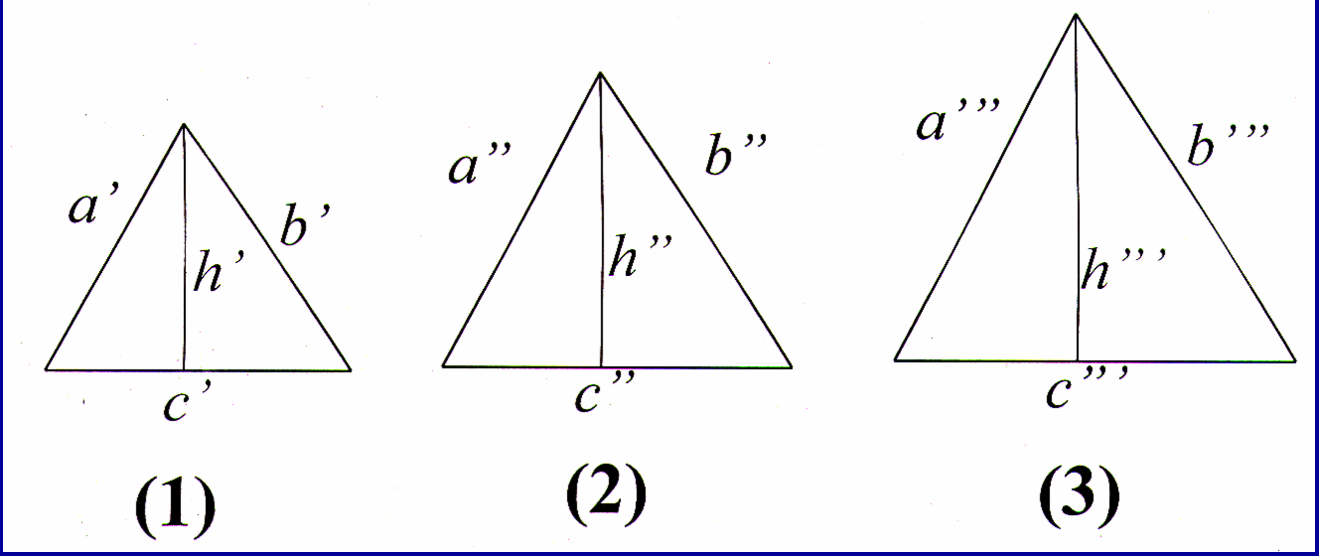
2）由于描述现象的微分方程式的制约，物理量场的相似倍数间有特定的制约关系

3）注意物理量的时间性和空间性

一、物理相似的基本概念

1、几何相似

彼此几何相似的三角形，对应边成比例



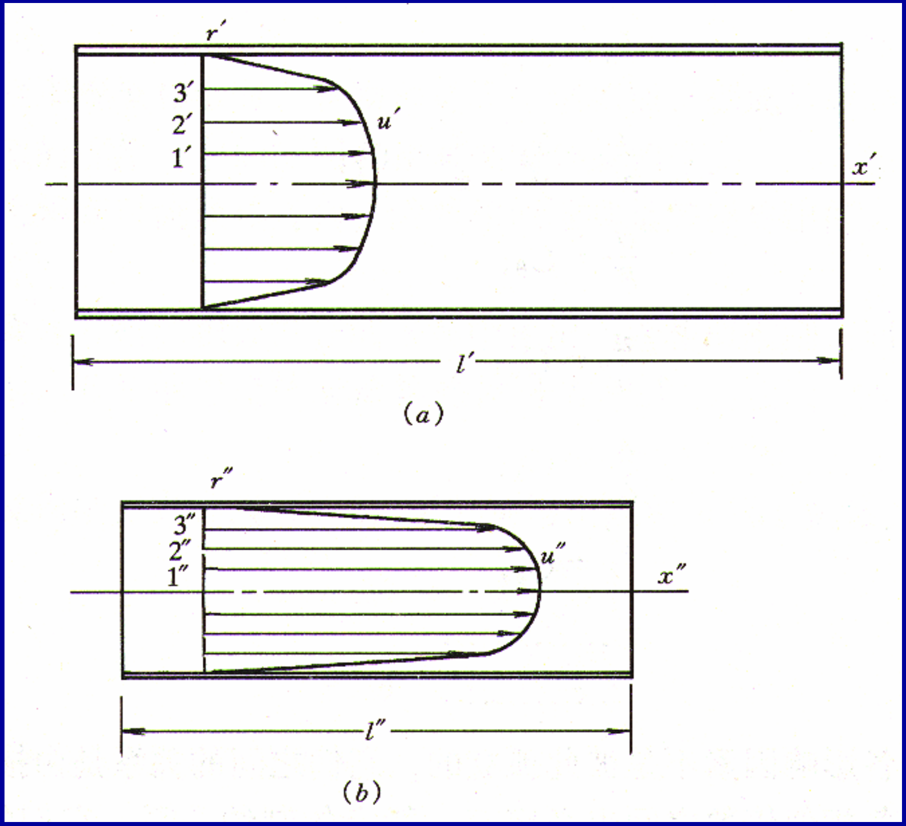
若(1)、(2)相似：$$\frac{a'}{a''}=\frac{b'}{b''}=\frac{c'}{c''}=\frac{h'}{h''}=C_l'$$

若(1)、(3)相似：$$\frac{a'}{a'''}=\frac{b'}{b'''}=\frac{c'}{c'''}=\frac{h'}{h'''}=C_l''$$

几何相似倍数

2、物理现象相似

- 流体在圆管内稳态流动时速度场相似问题



圆管半径分别为R’、R”

温度沿 ***x***、***r*** 方向变化

如果在空间对应点上：

$$\frac{x_1'}{x_1''}=\frac{x_2'}{x_2''}=\frac{x_3'}{x_3''}=\ldots=\frac{l'}{l''}=C_l$$

几何相似倍数

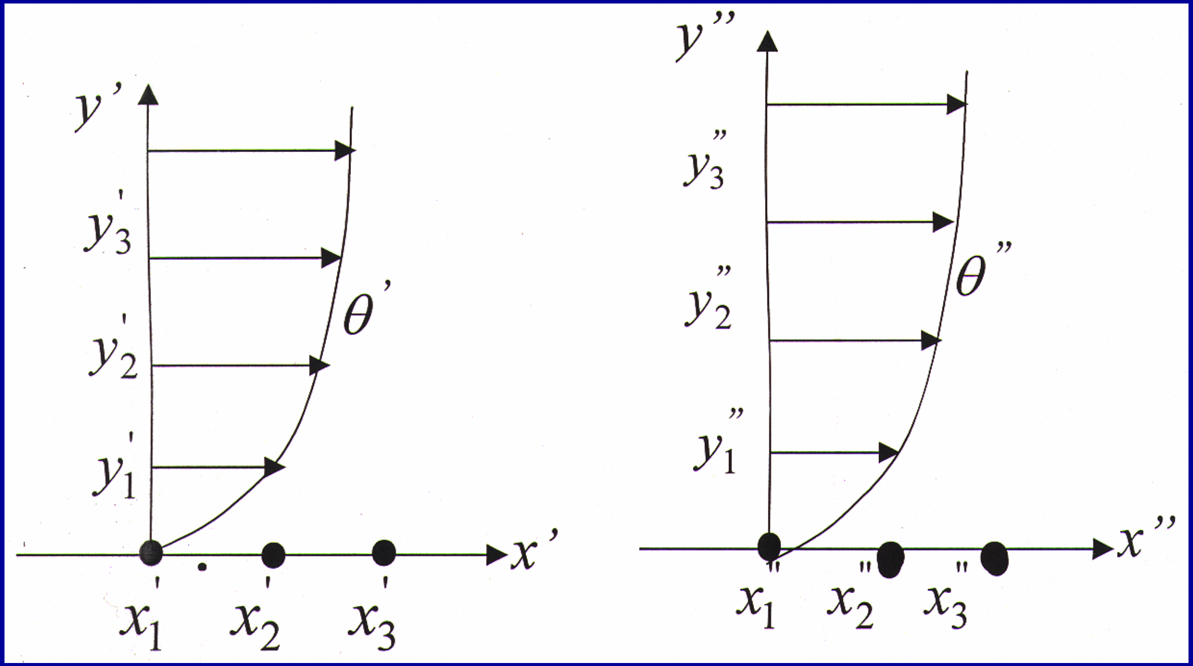
$$\frac{r_1'}{r_1''}=\frac{r_2'}{r_2''}=\frac{r_3'}{r_3''}=\ldots=\frac{R'}{R''}=C_l$$

速度场相似倍数

速度成正比：$$\frac{u_1'}{u_1''}=\frac{u_2'}{u_2''}=\frac{u_3'}{u_3''}=\ldots=\frac{u_{max}'}{u_{max}''}=\frac{u_m'}{u_m''}=\frac{u'}{u''}=C_u$$

称这两圆管内速度场相似　　思考：为何小管内速度大？

流体外掠平板对流换热边界层温度场相似问题



温度沿 ***x***、***y*** 方向变化

如果在空间对应点上：

几何相似倍数

$$\frac{x_1'}{x_1''}=\frac{x_2'}{x_2''}=\frac{x_3'}{x_3''}=\ldots=\frac{x_n'}{x_n''}=C_l;\quad \frac{y_1'}{y_1''}=\frac{y_2'}{y_2''}=\frac{y_3'}{y_3''}=\ldots=\frac{y_n'}{y_n''}=C_l$$

过余温度成正比：

$$\frac{\theta_1'}{\theta_1''}=\frac{\theta_2'}{\theta_2''}=\frac{\theta_3'}{\theta_3''}=\ldots=\frac{\theta_n'}{\theta_n''}=C_\theta$$

称这两个温度场相似

温度场相似倍数

若两个对流换热现象相似，它们的温度场、速度场、粘度场、热导率场、壁面几何因素等都应分别相似

即：在对应瞬间、对应点上各物理量分别成比例

$$\frac{\tau'}{\tau''}=C_\tau;\ \frac{x'}{x''}=\frac{y'}{y''}=\frac{z'}{z''}=C_l;\ \frac{\theta'}{\theta''}=C_\theta;$$

$$\frac{u'}{u''}=\frac{v'}{v''}=C_u;\ \frac{\lambda'}{\lambda''}=C_\lambda;\ \frac{\nu'}{\nu''}=C_\nu;\ \ldots\ldots$$

注：各影响因素彼此不是孤立的，它们之间存在着由对流换热微分方程组所规定的关系

故：各相似倍数之间也必定有特定的制约关系，它们的值不是随意的

二、相似原理

在实物或模型上进行对流换热实验研究时，因变量太多，会遇到三个问题：

（1）实验中应测哪些量（是否所有的物理量都测）

（2）实验数据如何整理（整理成什么样函数关系）

（3）实验结果如何推广运用于实际现象

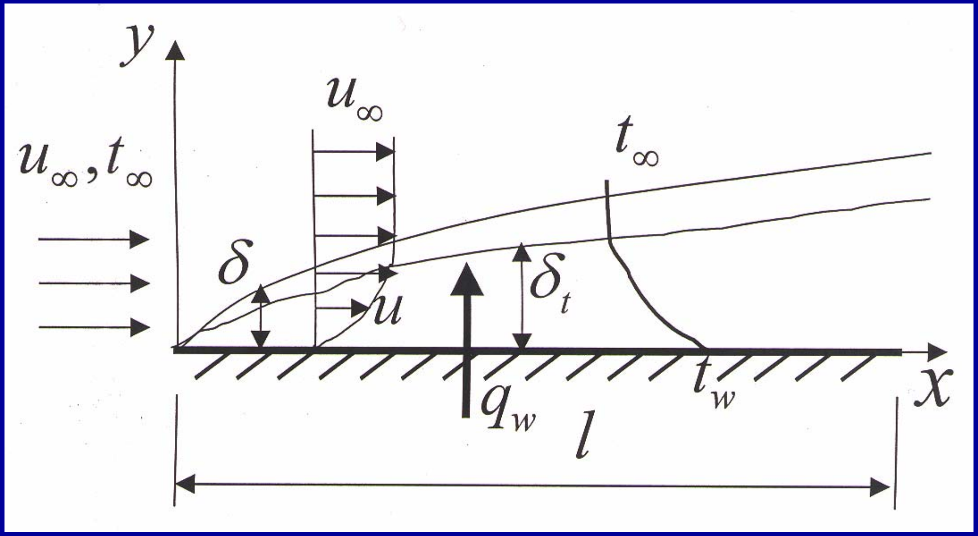
相似原理将回答上述三个问题

相似原理：相似的性质
相似准则间的关系
判别相似的条件

1、相似性质与相似特征数

- 相似性质：彼此相似的现象，它们的同名相似特征数相等

证明：外掠平板、二维、稳态、强制层流换热；物性为常量、无内热源



假设：有两个外掠平板的对流换热现象相似

相似现象必为同类现象

（用相同形式和内容的微分方程式所描述的现象）

■ 分别写出这两个相似现象控制方程组：

现象1：

$$h' = -\frac{\lambda'}{\Delta T'}\left(\frac{\partial T'}{\partial y'}\right)_w$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0$$

$$u'\frac{\partial u'}{\partial x'} + v'\frac{\partial u'}{\partial y'} = -\frac{1}{\rho'}\frac{dp'}{dx'} + \nu'\frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}$$

$$u'\frac{\partial T'}{\partial x'} + v'\frac{\partial T'}{\partial y'} = a'\frac{\partial^2 T'}{\partial y'^2}$$

现象2：

$$h'' = -\frac{\lambda''}{\Delta T''}\left(\frac{\partial T''}{\partial y''}\right)_w$$

$$\frac{\partial u''}{\partial x''} + \frac{\partial v''}{\partial y''} = 0$$

$$u''\frac{\partial u''}{\partial x''} + v''\frac{\partial u''}{\partial y''} = -\frac{1}{\rho''}\frac{dp''}{dx''} + \nu''\frac{\partial^2 u''}{\partial y''^2}$$

$$u''\frac{\partial T''}{\partial x''} + v''\frac{\partial T''}{\partial y''} = a''\frac{\partial^2 T''}{\partial y''^2}$$

- 假设这两个现象相似，故各物理量场应分别相似

$$\frac{h'}{h''}=C_h;\qquad \frac{T'}{T''}=C_t;\qquad \frac{u'}{u''}=\frac{v'}{v''}=C_u;$$

$$\frac{x'}{x''}=\frac{y'}{y''}=C_l;\qquad \frac{\rho'}{\rho''}=C_\rho;\qquad \frac{\lambda'}{\lambda''}=C_\lambda;$$

$$\frac{\nu'}{\nu''}=C_\nu;\qquad \frac{p'}{p''}=C_{\Delta p};\qquad \frac{a'}{a''}=C_a$$

即：

$$h'=C_h h'';\quad T'=C_t T'';\quad u'=C_u u'';\quad v'=C_u v'';\quad x'=C_l x'';$$

$$y'=C_l y'';\quad \rho'=C_\rho \rho'';\quad \lambda'=C_\lambda \lambda'';\quad \nu'=C_\nu \nu'';\quad p'=C_{\Delta p} p''$$

$$h' = C_h h''; \quad T' = C_t T''; \quad u' = C_u u''; \quad v' = C_u v''; \quad x' = C_l x'';$$

$$y' = C_l y''; \quad \rho' = C_\rho \rho''; \quad \lambda' = C_\lambda \lambda''; \quad \nu' = C_\nu \nu''; \quad p' = C_{\Delta p} p''$$

代入第一个方程组中：

$$h' = -\frac{\lambda'}{\Delta T'}\left(\frac{\partial T'}{\partial y'}\right)_w \qquad \boxed{\frac{C_h C_l}{C_\lambda} h'' = -\frac{\lambda''}{\Delta t''}\left(\frac{\partial T''}{\partial y''}\right)_w}$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \qquad \boxed{\frac{C_u}{C_l}\left(\frac{\partial u''}{\partial x''} + \frac{\partial v''}{\partial y''}\right) = 0}$$

$$u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = -\frac{1}{\rho'} \frac{dp'}{dx'} + \nu' \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}$$

$$\boxed{\frac{C_u C_l}{C_\upsilon}\left(u'' \frac{\partial u''}{\partial x''} + v'' \frac{\partial u''}{\partial y''} \right) = -\frac{C_{\Delta p} C_l}{C_\rho C_u C_\upsilon} \frac{1}{\rho''} \frac{dp''}{dx''} + \nu'' \frac{\partial^2 u''}{\partial y''^2}}$$

$$u' \frac{\partial T'}{\partial x'} + v' \frac{\partial T'}{\partial y'} = a' \frac{\partial^2 T'}{\partial y'^2}$$

$$\boxed{\frac{C_u C_l}{C_a}\left(u'' \frac{\partial T''}{\partial x''} + v'' \frac{\partial T''}{\partial y''} \right) = a'' \frac{\partial^2 T''}{\partial y''^2}}$$

$$\frac{C_h C_l}{C_\lambda} h'' = -\frac{\lambda''}{\Delta T''}\left(\frac{\partial T''}{\partial y''}\right)_w$$

$$\frac{C_u}{C_l}\left(\frac{\partial u''}{\partial x''} + \frac{\partial v''}{\partial y''}\right) = 0$$

$$\frac{C_u C_l}{C_\upsilon}\left(u''\frac{\partial u''}{\partial x''} + v''\frac{\partial u''}{\partial y''}\right) = -\frac{C_{\Delta p} C_l}{C_\rho C_u C_\upsilon}\frac{1}{\rho''}\frac{dp''}{dx''} + \nu''\frac{\partial^2 u''}{\partial y''^2}$$

$$\frac{C_u C_l}{C_a}\left(u''\frac{\partial T''}{\partial x''} + v''\frac{\partial T''}{\partial y''}\right) = a''\frac{\partial^2 T''}{\partial y''^2}$$

与第二个方程组进行比较

■ 与第二个方程组进行比较

相似的定义：描述相似现象的方程组是相同的

$$h'' = -\frac{\lambda''}{\Delta T''}\left(\frac{\partial T''}{\partial y''}\right)_w$$

$$\boxed{\frac{C_h C_l}{C_\lambda} h'' = -\frac{\lambda''}{\Delta T''}\left(\frac{\partial T''}{\partial y''}\right)_w}$$

$$\frac{C_h C_l}{C_\lambda} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{h' l' \lambda''}{h'' l'' \lambda'} = 1 \Rightarrow \frac{h' l'}{\lambda'} \frac{\lambda''}{h'' l''} = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathrm{Nu}' = \mathrm{Nu}''}$$

$$\frac{\partial u''}{\partial x''} + \frac{\partial v''}{\partial y''} = 0$$

$$\boxed{\frac{C_u}{C_l}\left(\frac{\partial u''}{\partial x''} + \frac{\partial v''}{\partial y''}\right) = 0}$$

$$u'' \frac{\partial u''}{\partial x''} + v'' \frac{\partial u''}{\partial y''} = -\frac{1}{\rho''} \frac{dp''}{dx''} + \nu'' \frac{\partial^2 u''}{\partial y''^2}$$

$$\boxed{\frac{C_u C_l}{C_\upsilon}\left(u'' \frac{\partial u''}{\partial x''} + v'' \frac{\partial u''}{\partial y''} \right) = -\frac{C_{\Delta p} C_l}{C_\rho C_u C_\upsilon} \frac{1}{\rho''} \frac{dp''}{dx''} + \nu'' \frac{\partial^2 u''}{\partial y''^2}}$$

$$\frac{C_u C_l}{C_\upsilon} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{u' l'}{\upsilon'} \frac{\upsilon''}{u'' l''} = 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathrm{Re}' = \mathrm{Re}''}$$

$$\frac{C_{\Delta p} C_l}{C_\rho C_u C_\upsilon} = 1 \Rightarrow \frac{\Delta p'}{\rho' u'^2} \frac{u' l'}{\upsilon'} \frac{\rho'' u''^2}{\Delta p''} \frac{\upsilon''}{u'' l''} = 1$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\mathrm{Eu}' \mathrm{Re}' = \mathrm{Eu}'' \mathrm{Re}''}$$

$$u'' \frac{\partial T''}{\partial x''} + v'' \frac{\partial T''}{\partial y''} = a'' \frac{\partial^2 T''}{\partial y''^2}$$

$$\boxed{\frac{C_u C_l}{C_a}\left(u'' \frac{\partial T''}{\partial x''} + v'' \frac{\partial T''}{\partial y''}\right) = a'' \frac{\partial^2 T''}{\partial y''^2}}$$

$$\frac{C_u C_l}{C_a} = 1 \Rightarrow \frac{u' l'}{\upsilon'} \frac{\upsilon'}{a'} \frac{\upsilon''}{u'' l''} \frac{a''}{\upsilon''} = 1$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{Re}' \, \mathrm{Pr}' = \mathrm{Re}'' \, \mathrm{Pr}''$$

$$\mathrm{Nu}' = \mathrm{Nu}''; \quad \mathrm{Re}' = \mathrm{Re}''; \quad \mathrm{Pr}' = \mathrm{Pr}''; \quad \mathrm{Eu}' = \mathrm{Eu}''$$

Nu、Re、Pr、Eu —— 相似准则（无量纲）

它们对于两个现象是否对应相等是判断这两个现象是否相似的必要条件 —— 相似特征数（相似准则）

以杰出科学家的名字命名

$$\mathrm{Nu}=\frac{hl}{\lambda}$$ —— 努谢尔特数（Nusslet）

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho ul}{\mu}=\frac{ul}{\nu}$$ — 雷诺数（Reynolds）

$$\mathrm{Pr}=\frac{\nu}{a}$$ —— 普朗特数(Prandtl)

$$\mathrm{Eu}=\frac{\Delta p}{\rho u^2}$$ —— 欧拉数(Euler)

$$\mathrm{Pe}=\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}=\frac{ul}{a}$$ — 贝克利数(Peclet)

- 对于自然对流换热：浮升力的影响

$$\mathrm{Gr}=\frac{\alpha g\Delta T l^{3}}{\nu^{2}}$$ —— 葛拉晓夫数 (Grashoof)

注意：**Nu与Bi的区别**！（物理意义上的不同）

Nu — 流体在壁面处法向无量纲过余温度梯度

Re — 流体惯性力与粘性力的相对大小

Pr — 流体动量扩散能力与热量扩散能力之比

Gr — 流体浮升力与粘性力的相对大小

实验中只需测量各相似特征数所包含的物理量

避免了测量的盲目性，解决了实验中测量哪些物理量的问题

2、相似特征数间的关系

描述现象的微分方程式表达了各物理量之间的函数关系，那么由这些量组成的相似特征数应存在函数关系。

- 外掠平板、二维、稳态、强制层流换热；物性为常量、无内热源

$$h_x = -\frac{\lambda}{T_w - T_\infty}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{w,x}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (\theta = T - T_w)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \Rightarrow u\frac{\partial \theta}{\partial x} + v\frac{\partial \theta}{\partial y} = a\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}$$

■ 引入无量纲参数-相似特征数推导的重要方法：

$$x' = \frac{x}{l}, y' = \frac{y}{l},$$

$$u' = \frac{u}{u_\infty}, v' = \frac{v}{u_\infty},$$

$$\theta' = \frac{\theta}{\theta_\infty} = \frac{T - T_w}{T_\infty - T_w}$$

■ 将无量纲参数代入方程组：

$$h_x = -\frac{\lambda}{T_w - T_\infty}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{w,x} = -\frac{\lambda}{-\theta_\infty}\left(\frac{\partial (T - T_w)}{\partial (y' l)}\right)_{w,x} \boxed{= \frac{\lambda}{l}\left(\frac{\partial \theta'}{\partial y'}\right)_{w,x}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathrm{Nu}_x = \frac{h_x x}{\lambda} = \left(\frac{\partial \theta'}{\partial y'}\right)_{w,x}}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{u_\infty}{l}\left(\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'}\right) = 0}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\quad\Rightarrow$$

$$\boxed{u_\infty u' u_\infty\frac{\partial u'}{\partial x' l}+u_\infty v' u_\infty\frac{\partial u'}{\partial y' l}=\nu\frac{u_\infty}{l^2}\frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}}$$

$$\Rightarrow\quad\boxed{u'\frac{\partial u'}{\partial x'}+v'\frac{\partial u'}{\partial y'}=\frac{\nu}{u_\infty l}\frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}=\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}}$$

$$u\frac{\partial \theta}{\partial x}+v\frac{\partial \theta}{\partial y}=a\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}\quad\Rightarrow$$

$$\boxed{u_\infty u'\theta_\infty\frac{\partial \theta'}{\partial x'}+u_\infty v'\theta_\infty\frac{\partial \theta'}{\partial y'}=a\frac{\theta_\infty}{l^2}\frac{\partial^2 \theta'}{\partial y'^2}}$$

$$\Rightarrow\quad\boxed{u'\frac{\partial \theta'}{\partial x'}+v'\frac{\partial \theta'}{\partial y'}=\frac{a}{u_\infty l}\frac{\partial^2 \theta'}{\partial y'^2}=\frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\frac{\partial^2 \theta'}{\partial y'^2}}$$

整理，得：

$$h_x = \frac{\lambda}{l}\left(\frac{\partial \theta'}{\partial y'}\right)_{w,x} \qquad \mathrm{Nu}_x = \frac{h_x x}{\lambda} = \left(\frac{\partial \theta'}{\partial y'}\right)_{w,x}$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0$$

$$u'\frac{\partial u'}{\partial x'} + v'\frac{\partial u'}{\partial y'} = \frac{\nu}{u_\infty l}\frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} = \frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}$$

$$u'\frac{\partial \theta'}{\partial x'} + v'\frac{\partial \theta'}{\partial y'} = \frac{a}{u_\infty l}\frac{\partial^2 \theta'}{\partial y'^2} = \frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\frac{\partial^2 \theta'}{\partial y'^2}$$

由连续性方程与动量方程：

$$u' = f_1(x', y', \mathrm{Re}); \quad v' = f_2(x', y', \mathrm{Re})$$

由能量方程：

$$u' \frac{\partial \theta'}{\partial x'} + v' \frac{\partial \theta'}{\partial y'} = \frac{a}{u_\infty l} \frac{\partial^2 \theta'}{\partial y'^2} = \frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}} \frac{\partial^2 \theta'}{\partial y'^2}$$

$$\theta' = f_3(x', y', u', v', \mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$$

将速度 ***u'***、***v'*** 代入上式： $\theta' = f_4(x', y', \mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$

由对流换热过程微分方程式：

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_x x}{\lambda} = \left(\frac{\partial \theta'}{\partial y'} \right)_{y=0,x} = f_5(x', \mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$$

对于恒温平板，沿板长 l 的平均表面传热系数：

$$h = \frac{1}{l}\int_0^l h_x dx = \int_0^1 h_x dx' = \int_0^1 \frac{\lambda}{l}\left(\frac{\partial \theta'}{\partial y'}\right)_{y'=0} dx'$$

$$\mathrm{Nu} = \frac{hl}{\lambda} = \int_0^1 \left(\frac{\partial \theta'}{\partial y'}\right)_{y'=0} dx' = \int_0^1 f_5(x', \mathrm{Re}, \mathrm{Pr})dx = f_6(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$$

$$\boxed{\therefore \quad \mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr});\quad \mathrm{Nu}_x = f(x', \mathrm{Re}, \mathrm{Pr})}$$

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}); \qquad \mathrm{Nu}_x = f(x', \mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$$

同理，对于其他情况：

自然对流换热： $\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Gr}, \mathrm{Pr})$

混合对流换热： $\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re},\ \mathrm{Gr},\ \mathrm{Pr})$

Nu — 待定特征数 （含有待求的 ***h***）

Re，**Pr**，**Gr** — 已定特征数

按上述关联式整理实验数据，得到实用关联式

解决了实验中实验数据如何整理的问题

3、判别相似的条件

凡同类现象、单值性条件相似、同名已定特征数相等，那么现象必定相似

单值性条件：几何条件、物理条件、
时间条件、边界条件

综上所述，相似原理圆满地回答了实验研究中会遇到的三个问题：

（1）实验时，应测量各特征数中包含的全部物理量；物性参数值由实验系统中的定性温度及压力确定

（2）实验结果整理成特征数关联式

（3）实验结果可以推广应用到相似的现象

三、量纲分析法 -- π定理

- 量纲分析法是获得无量纲相似数的又一种方法
- 优点：方法简单，并对列不出微分方程组而只知道影响现象的有关物理量的问题，也可以求出结果
- 缺点：在有关物理量漏列或错列时不能得出正确的结果

采用这一方法，要求对现象的物理机制有深入的认识

量纲间的内在联系，体现在量纲分析的基本依据—— π定理

一个表示n个物理量间关系的量纲一致的方程式，一定可以转换成包含n-r个独立的无量纲物理量群间的关系式。

r 指 n 个物理量中所涉及到的基本量纲的数目

- 对于单相流体管内强迫对流换热，我们已经知道其影响h的诸多因素为

$$\boxed{h = f(u, d, \lambda, \mu, \rho, C_P)}$$

n=7， 7个物理量

$$h = f(u, d, \lambda, \mu, \rho, C_P)$$

- 各物理量量纲中的基本量的量纲！ **r = 4**

h	$[W/m^2K]$	$\dim h = M\Theta^{-1}T^{-3}$	质量量纲 $[M]$
u	$[m/s]$	$\dim u = LT^{-1}$	温度量纲 $[\Theta]$
d	$[m]$	$\dim d = L$	时间量纲 $[T]$
λ	$[W/mK]$	$\dim \lambda = ML\Theta^{-1}T^{-3}$	长度量纲 $[L]$
μ	$[kg/ms]$	$\dim \mu = ML^{-1}T^{-1}$	
ρ	$[hg/m^3]$	$\dim \rho = ML^{-3}$	
C_P	$[J/kgK]$	$\dim C_P = L\Theta^{-1}T^{-2}$	

$$[W] = \left[\frac{\text{功}}{\text{时间}}\right] = \left[\frac{\text{力}\cdot\text{距离}}{\text{时间}}\right] = \left[\frac{mal}{t}\right] = \frac{[kg\frac{m}{s^2}][m]}{[s]} = \left[\frac{kgm^2}{s^3}\right]$$

$$h = f(u, d, \lambda, \mu, \rho, C_P)$$

n=7， **7个物理量**

- 将基本量逐一与其余各量组成无量纲量
- 根据π定理，本例中n=7，r=4，则应有三个无量纲量。无量纲量采用幂指数形式来表示，其中指数值待定。

$$\pi_1 = h u^{a_1} d^{b_1} \lambda^{c_1} \mu^{d_1}$$

$$\pi_2 = \rho u^{a_2} d^{b_2} \lambda^{c_2} \mu^{d_2}$$

$$\pi_3 = C_P u^{a_3} d^{b_3} \lambda^{c_3} \mu^{d_3}$$

$$\pi_1 = hu^{a_1}d^{b_1}\lambda^{c_1}\mu^{d_1}$$

$$\pi_2 = \rho u^{a_2}d^{b_2}\lambda^{c_2}\mu^{d_2}$$

$$\pi_3 = C_P u^{a_3}d^{b_3}\lambda^{c_3}\mu^{d_3}$$

- **应用量纲和谐原理来决定上述待定指数(以π_1为例)**

$$\pi_1 = L^{a_1+b_1+c_1-d_1}M^{c_1+d_1+1}\Theta^{-1-c_1}T^{-a_1-d_1-3c_1-3}$$

$$a_1 + b_1 + c_1 - d_1 = 0$$

$$c_1 + d_1 + 1 = 0$$

$$-1 - c_1 = 0$$

$$-a_1 - 3c_1 - d_1 - 3 = 0$$

$$\boxed{\pi_1 = hu^0 d^1 \lambda^{-1}\mu^0 = \frac{hd}{\lambda} = Nu}$$

$$\boxed{\pi_2 = \frac{\rho ud}{\mu} = \mathrm{Re}}$$

$$\boxed{\pi_3 = \frac{\mu C_P}{\lambda} = \mathrm{Pr}}$$

$$Nu = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$$

四、相似原理的应用

利用实验模型来模拟原型中的实际对流换热过程是解决复杂对流换热问题的重要方法

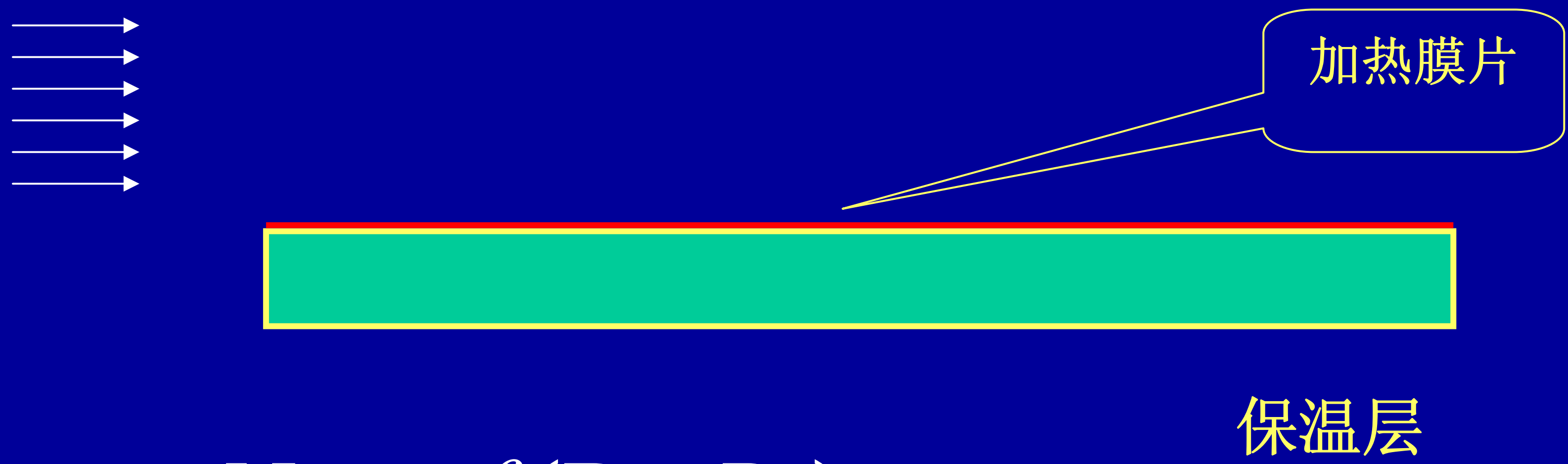
1、模型实验应遵循的原则

（1）模型与原型中的对流换热过程必须相似；
要满足上述判别相似的条件

一换热设备的工作条件是：壁温120℃，加热80℃的空气，空气流速u=0.5m/s。采用一个缩比成原设备1/5的模型来模拟其换热情况，模型壁温30℃，空气温度为10℃。试问模型中流速应取多少才能保证与原设备中的换热现象相似。

（2）实验时改变条件，测量与现象有关的、相似特征数中所包含的全部物理量，因而可以得到几组有关的相似特征数

实验举例：流体外掠平板受迫对流换热



$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$$

思考：如何改变**Re / Pr**

应测量的物理量：各特征数中包含的量

$$\mathrm{Nu}=\frac{hl}{\lambda};\quad \mathrm{Re}=\frac{\rho u l}{\eta}=\frac{ul}{\nu};\quad \mathrm{Pr}=\frac{\nu}{a}$$

$$h=\frac{q_w}{T_w-T_f}=\frac{IU/A}{T_w-T_f}$$

需测量的物理量： h、l、λ、u、ν、a

I,U,A,l,u,p,T_w,T_f　　ν、a

直接测量　　　　间接获取

（3）利用这几组有关的相似特征数，经过综合得到特征数间的函数关联式

$$\mathrm{Nu} = C\,\mathrm{Re}^{n}\,\mathrm{Pr}^{m}$$

Pr_1

Re_1	Re_2	Re_3	Re_4
Nu_1	Nu_2	Nu_3	Nu_4

Pr_2

2、定性温度、特征长度和特征速度

(1) 定性温度：相似特征数中所包含的物性参数，如：
λ、ν、**Pr** 等，往往取决于温度

确定物性的温度即定性温度

a) 流体温度： T_f

流体沿平板流动换热时： $T_f = T_\infty$

流体在管内流动换热时： $T_f = (T_f^{'} + T_f^{''})/2$

b) 热边界层的平均温度： $T_m = (T_w + T_f)/2$

c) 壁面温度：T_w

在对流换热特征数关联式中，常用特征数的下标示出定性温度，如： Nu_f、Re_f、Pr_f 或 Nu_m、Re_m、Pr_m

使用特征数关联式时，必须与其定性温度一致

2）特征长度：包含在相似特征数中的几何长度；
Re、**Gr**、**Nu**中的长度

应取对于流动和换热有显著影响的几何尺度

如：管内流动换热：取直径 d

沿平板流动换热：取板长 l 或坐标 x

流体在流通截面形状不规则的槽道中流动：
取当量直径作为特征尺度：

$D_H = 4A/U$　　A — 槽道截面积；U — 湿周

3）特征速度：**Re**数中的流体速度

流体外掠平板或绕流圆柱：取来流速度 u_∞

管内流动：取截面上的平均速度 u_m

流体绕流管束：取最小流通截面的最大速度 $u_{\max}$

3、实验数据的整理方法

相似特征数关联式的具体函数形式、定性温度、特征长度等的确定具有一定的经验性

目的：完满表达实验数据的规律性、便于应用

特征数关联式通常整理成幂函数形式：

$$\mathrm{Nu} = c\,\mathrm{Re}^{n}$$

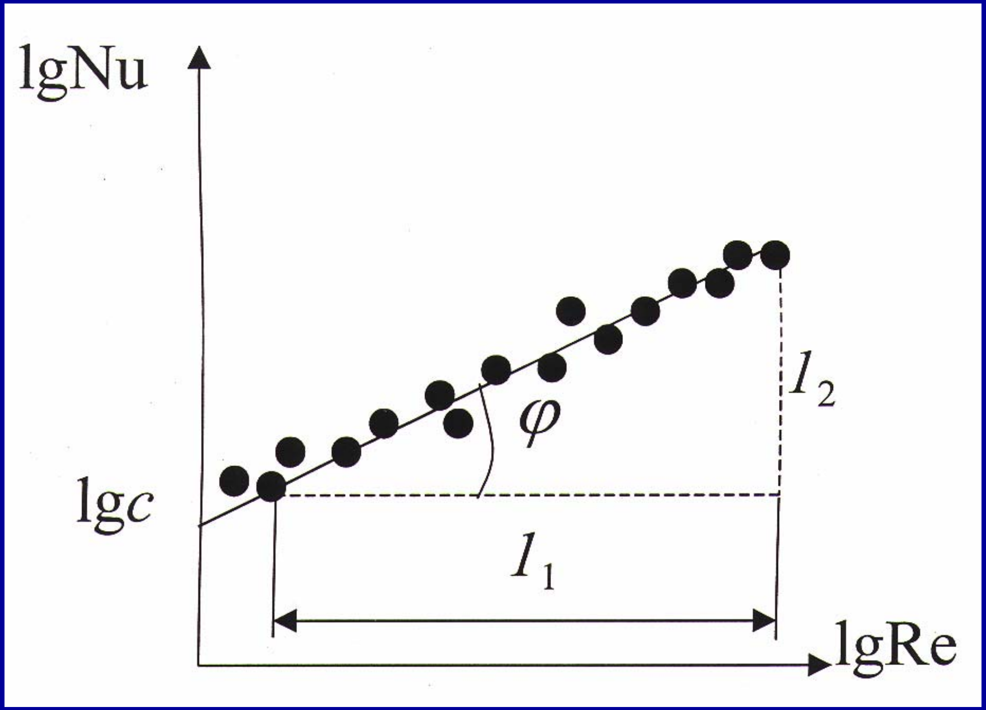
$$\mathrm{Nu} = c\,\mathrm{Re}^{n}\,\mathrm{Pr}^{m}$$

$$\mathrm{Nu} = c(\mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr})^{n}$$

式中，***c***、***n***、***m*** 等需由实验数据确定

幂函数在对数坐标图上是直线

幂函数在对数坐标图上是直线



图解法
平均值法
最小二乘法

$$n = \mathrm{tg}\varphi = \frac{l_2}{l_1}; \qquad c = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Re}^n}$$

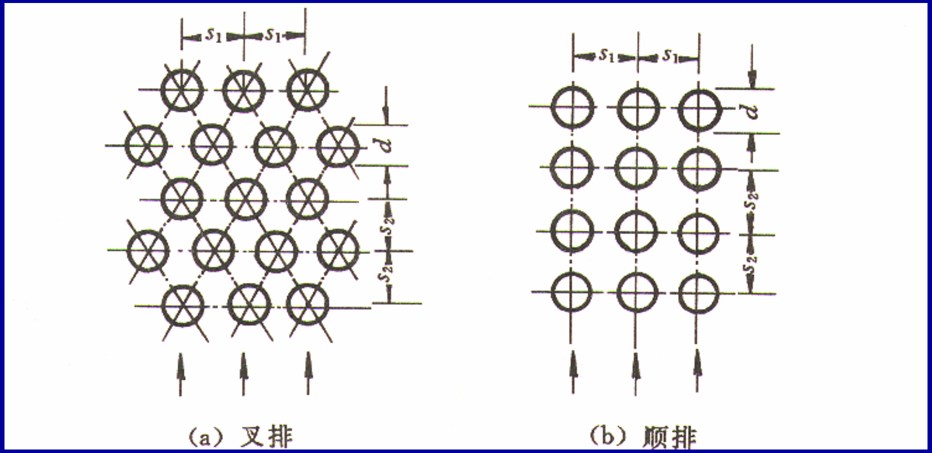
实验数据很多时，最好的方法是用最小二乘法由计算机确定各常量

特征数关联式与实验数据的偏差用百分数表示

练 习

- 对于常物性流体横掠管束时的对流换热，当流动方向上的排数达于10时，实验发现，管束的平均对流换热系数h取决于下列因素：

  流体速度；流体物性；几何参数



$$h = f(u, \rho, \mu, \lambda, C_P, d, s_1, s_2)$$

$$\boxed{Nu = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, s_1/d, s_2/d)}$$

本讲要点

- 理解相似理论在传热研究中的意义

  导热/对流换热

- 掌握同类现象、相似现象的定义和特征
- 掌握相似三个定理

  相似特征数的定义和物理意义

- 掌握相似分析法的基本思想
- 了解量纲分析法的基本思想
- 掌握相似理论的基本应用

  定性温度、定型尺寸、特征速度