传热学

Heat transfer

张靖周

能源与动力学院

第四章

对流换热的理论分析

4-5 动量传递和热量传递的类比

■ 类比原理（动量传递与热量传递之间的类比）：利用流动阻力的实验（或理论）数据解决对流换热问题的方法的基本原理。

雷诺、普朗特、卡门、马蒂内里等提出并推动发展

适用于层流、湍流、分离流（饶流脱体）等

一、湍流动量传递和热量传递

对湍流的研究已有百年历史，几经兴衰，迄今没有彻底弄清它的机理。

湍流的脉动运动是无论在空间和时间上都变化很剧烈的随机运动；是一种复杂的非稳态三维流动

描述流场的各个参数（如：速度和压力）在空间和时间上变化极不规则

对于湍流，即使保持相同的实验条件，每次测定的速度也不相同

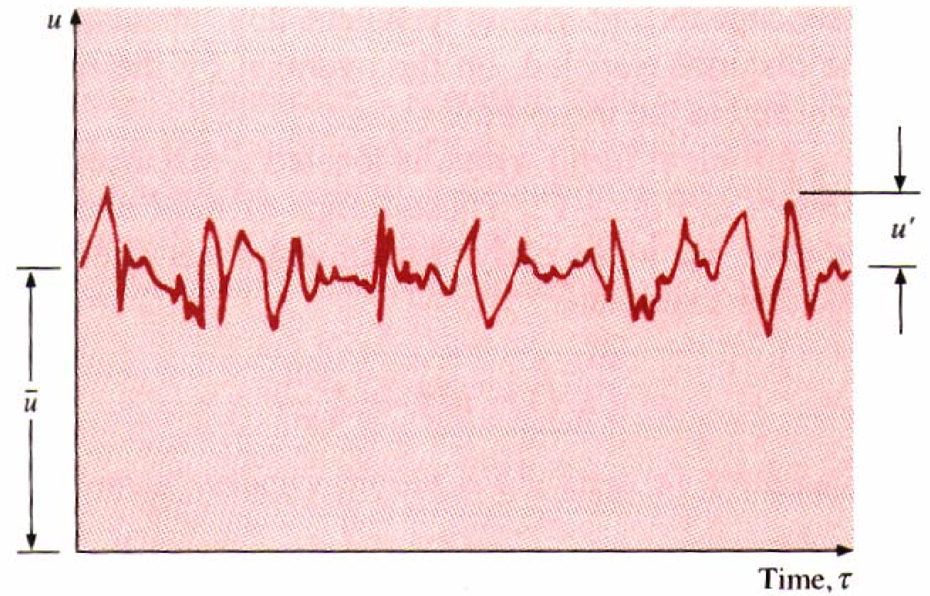


FIG. 5-11
Turbulent fluctuations with time.

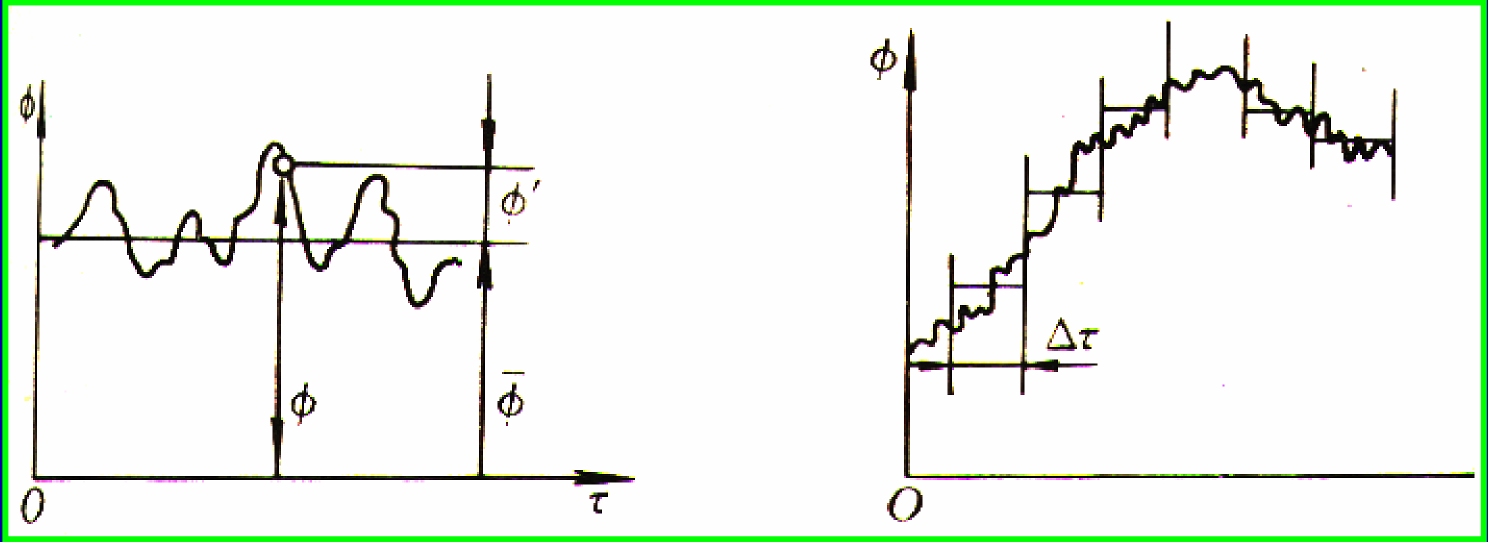
但多次测定的某种平均值与相同条件下另一组多次测定的某种平均值趋于一致

湍流的瞬时速度是随机函数；但平均速度不是

■ 湍流运动中任意瞬间的瞬时真实速度 u_τ（瞬时值）等于平均速度 u （时均值）与瞬时脉动速度 u'（脉动值）之和

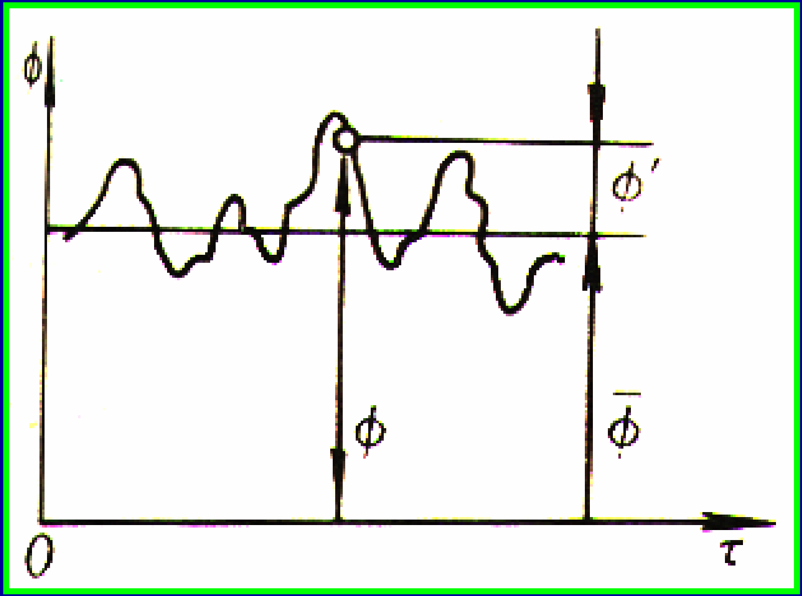
$$u_\tau = u + u'$$

$$v_\tau = v + v'$$



时均值不随时间变化的湍流 —— **稳态(准稳态)湍流**

时均值随时间变化的湍流 —— **非稳态湍流**



对于稳态湍流流动，在足够长的一段时间内，瞬时脉动速度的平均值等于**0**

$$\boxed{\overline{u'} = 0; \quad \overline{v'} = 0}$$

脉动速度的乘积或平方的平均值不等于**0**

$$\boxed{\overline{u'^2} \neq 0; \quad \overline{v'^2} \neq 0; \quad \overline{u'v'} \neq 0}$$

湍流换热时流体的瞬时温度 T_τ 也围绕温度的时均值 T 作不规则的脉动

$$T_\tau = T + T'$$

T' —— 温度的瞬时脉动值

$$\overline{T'} = 0$$

湍流的最基本特征 —— 脉动

由于速度脉动引起的湍流动量交换

取湍流边界层中平面 a-a

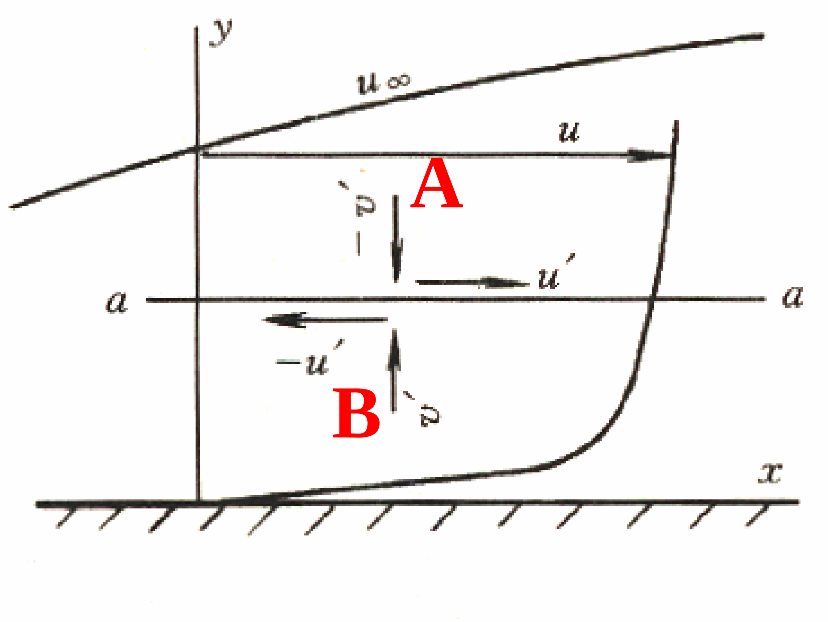


图 5-19 紊流动量传递原理

由于壁面摩擦（粘滞力）的影响，a-a 面上部的时均速度大于其下部的时均速度

- 当流体质点 A 以 $-v'$ 向下脉动进入 a-a 面时，其质流通量为 $-\rho v'$，它释放的动量对 a-a 面流体将起拉拽作用，使之在 x 方向产生一个正的脉动 u'

这次脉动传递的动量为 $-\rho v'u'$

- 当流体质点 B 以 v' 向上脉动进入 a-a 面时，其质流通量为 $\rho v'$，它释放的动量对 a-a 面流体将起滞迟作用，使之在 x 方向产生一个负的脉动 $-u'$

这次脉动传递的动量为 $-\rho v'u'$

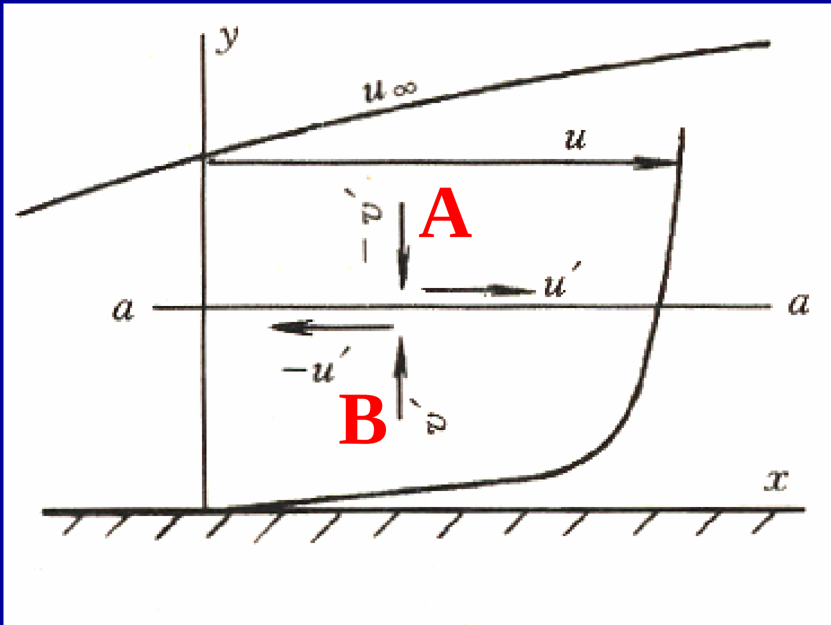


图 5-19 紊流动量传递原理

流体质点 A 向下脉动传递的动量为 -ρv'u'

流体质点 B 向上脉动传递的动量为 -ρv'u'

取时间平均值：$-\rho\overline{u'v'}$

湍流粘滞应力 τ_t，雷诺应力

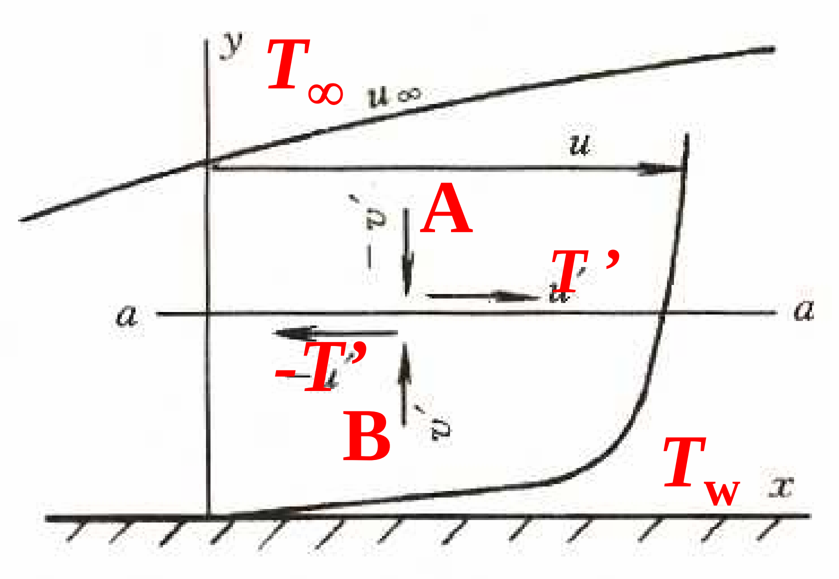
$$\tau_t = -\rho\overline{u'v'}$$

脉动值不便于计算和实测，通常把 τ_t 用类似于粘滞应力计算式的形式表达：

$$\tau_t = -\rho\overline{u'v'} = \rho\nu_t\frac{\partial u}{\partial y} \quad \left[\mathrm{N/m^2}\right]$$

Boussinesq（布斯涅斯，法国人）于1877年首先提出来

ν_t —— 湍流粘度（或称湍流动量扩散系数） [m²/s]



- 由于速度、温度脉动引起的湍流热量交换

$$q_t = \rho c_p \overline{v'T'}$$

仿照导热基本定律表达式的形式将上式改写：

$$q_t = \rho c_p \overline{v'T'} = -\rho c_p a_t \frac{\partial T}{\partial y} \quad \left[\mathrm{W/m^2}\right]$$

a_t —— 湍流导温系数（湍流热扩散系数），**m^2/s**

由于温度的脉动 **T'** 同样会引起物性参数的脉动（ ρ'、c_p'等），但可忽略不计

湍流粘滞应力（雷诺应力）：

$$\tau_t = -\rho \overline{u'v'} = \rho \nu_t \frac{\partial u}{\partial y} \quad \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

ν_t — 湍流粘度（或称湍流动量扩散系数） **[m²/s]**

湍流脉动传递热量的时均值：

$$q_t = \rho c_p \overline{v'T'} = -\rho c_p a_t \frac{\partial T}{\partial y} \quad \left[\mathrm{W/m^2}\right]$$

a_t —— 湍流导温系数（湍流热扩散系数），**m²/s**

ν_t、a_t 分别与运动粘度 ν 和导温系数 a 相对应。
但是， ν_t、a_t不是流体的物性，它们只反映湍流的性质，与雷诺数、湍流强度，以及测点的位置有关

$$\mathrm{Pr}_t = \frac{\nu_t}{a_t}$$ —— 湍流普朗特数

一般情况下，取**$\mathrm{Pr_t}$=1**；但在近壁区远远偏离**1**

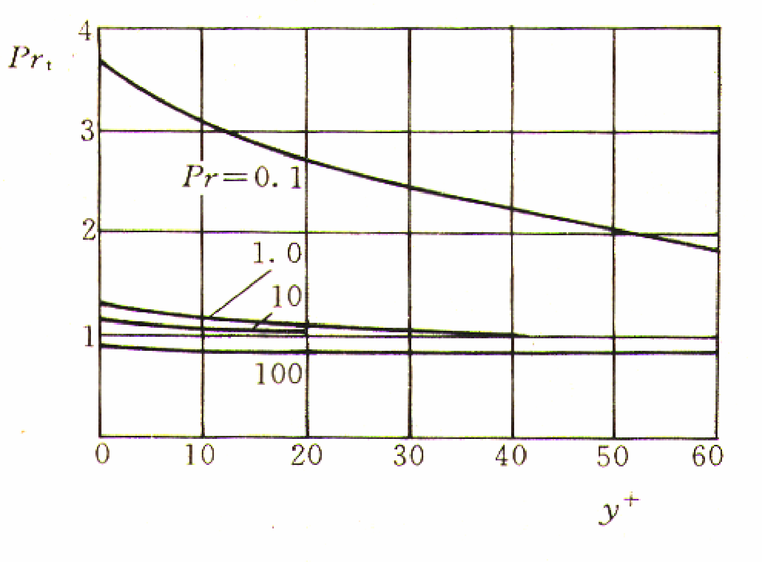
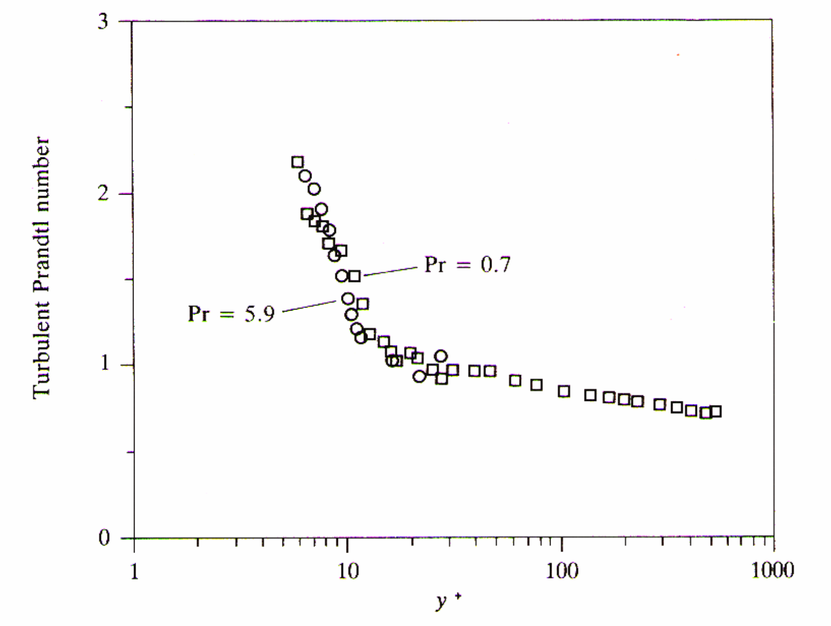


图6-4 Pr_t 与 Pr 的关系曲线



湍流边界层微分方程式：（常物性、d*p*/d*x*=0）

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\nu+\nu_t\right)\frac{\partial u}{\partial y}\right]=\frac{\partial}{\partial y}\left[\nu\left(1+\frac{\nu_t}{\nu}\right)\frac{\partial u}{\partial y}\right]$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(a+a_t\right)\frac{\partial T}{\partial y}\right]=\frac{\partial}{\partial y}\left[a\left(1+\frac{\Pr}{\Pr_t}\frac{\nu_t}{\nu}\right)\frac{\partial T}{\partial y}\right]$$

湍流研究简介

湍流是流体力学中有名的难题。虽经包括许多伟大学者在内的长达100多年的顽强努力，而其基本机理至今仍未弄清，这在整个科学史上也是不多见的。

尽管如此，世界各科学大国的政府仍将湍流的研究列为需要优先发展的若干重大基础研究课题之一。因为湍流广泛出现在自然界与工程技术各领域。

到目前为止，湍流统计理论或其他基础研究在近期内还看不到有突破的希望；从N-S方程出发做湍流的直接数值模拟对于解决复杂湍流问题还不现实。

湍流模式理论就是以雷诺平均运动方程与脉动运动方程为基础，依靠理论与经验的结合，引进一系列模型假设，建立一组描写湍流平均量的封闭方程组的理论计算方法。

湍流模型分类

（1）零方程模型：普朗特的混合长度理论模型、卡门模型、**Reichardt**模型、**Van-Driest**模型、**Deissler**模型

（2）一方程模型：k方程模型

（3）二方程模型：涡粘性模型、k - ε - E模型

（4）代数应力模型：k - ε - A模型，**ASM**

（5）雷诺应力模型：微分模型，**RSM**

周培源院士在湍流模型理论研究方面作出了卓越贡献；**1954**年首次提出 ε 方程

k —— 湍流动能（湍流脉动动能）

ε —— 湍流能量耗散率

二、雷诺类比

动量与热量传递有类似的规律

由边界层方程（最简单的形式）

$$\begin{cases} \rho(u\dfrac{\partial u}{\partial x}+v\dfrac{\partial u}{\partial y})=\dfrac{\partial}{\partial y}\left[\rho(\nu+\nu_t)\dfrac{\partial u}{\partial y}\right] \\ \rho C_P(u\dfrac{\partial T}{\partial x}+v\dfrac{\partial T}{\partial y})=\dfrac{\partial}{\partial y}\left[\rho C_P(a+a_t)\dfrac{\partial T}{\partial y}\right] \end{cases}$$

$\boxed{\nu_t >> \nu}$ $\boxed{a_t >> a}$ $\Rightarrow$

$$\begin{cases} (u\dfrac{\partial u}{\partial x}+v\dfrac{\partial u}{\partial y})=\dfrac{\partial}{\partial y}\left[\nu_t\dfrac{\partial u}{\partial y}\right] \\ (u\dfrac{\partial T}{\partial x}+v\dfrac{\partial T}{\partial y})=\dfrac{\partial}{\partial y}\left[a_t\dfrac{\partial T}{\partial y}\right]=\dfrac{\partial}{\partial y}\left[\dfrac{\nu_t}{\Pr_t}\dfrac{\partial T}{\partial y}\right] \end{cases}$$

$$\mathrm{Pr}_t = 1 \Rightarrow \begin{cases} (u\dfrac{\partial u}{\partial x} + v\dfrac{\partial u}{\partial y}) = \dfrac{\partial}{\partial y}\left[\nu_t \dfrac{\partial u}{\partial y}\right] \\ (u\dfrac{\partial T}{\partial x} + v\dfrac{\partial T}{\partial y}) = \dfrac{\partial}{\partial y}\left[\nu_t \dfrac{\partial T}{\partial y}\right] \end{cases}$$

- 动量方程和能量方程是一致的，如果两者的初始和边界条件类似 $\Rightarrow$ 解是等价的
- 边界条件

$$y = 0, \quad u = 0; \qquad y = \delta, \quad u = u_\infty$$

$$y = 0, \quad T = T_w; \qquad y = \delta, \quad T = T_\infty$$

记 $\theta = T - T_w$

$$y = 0, \quad \theta = 0; \qquad y = \delta, \quad \theta = T_\infty - T_w$$

$$\frac{\theta}{\theta_\infty}=\frac{u}{u_\infty} \Rightarrow \frac{T-T_w}{T_\infty-T_w}=\frac{u-u_w}{u_\infty-u_w}=\frac{u}{u_\infty}$$

$$\frac{d}{dy}\left(\frac{T-T_w}{T_\infty-T_w}\right)=\frac{d}{dy}\left(\frac{u}{u_\infty}\right)$$

$$\frac{1}{T_\infty-T_w}\frac{dT}{dy}=\frac{1}{u_\infty}\frac{du}{dy}$$

$$\frac{1}{\mu u_\infty}\mu\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}=\frac{-1}{\lambda(T_w-T_\infty)}\lambda\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$$

$$\frac{\tau_w}{\rho u_\infty^2}=\frac{q_w}{\rho C_P u_\infty(T_w-T_\infty)} \Rightarrow \frac{C_f}{2}=St$$

简单雷诺类比律

$$\mathrm{St}=\frac{C_f}{2}\qquad \mathrm{St}_x=\frac{C_{f,x}}{2}$$ ——简单雷诺类比律

只适用于**Pr=1**的流体

当 **Pr≠1** 时，可用 **Pr$^{2/3}$** 修正 **St:**

$$\mathrm{St}\cdot\mathrm{Pr}^{2/3}=\frac{C_f}{2}\qquad \mathrm{St}_x\cdot\mathrm{Pr}^{2/3}=\frac{C_{f,x}}{2}$$ 柯尔朋类比律

$$\mathrm{Nu}=\frac{C_f}{2}\cdot\mathrm{Re}\cdot\mathrm{Pr}^{1/3}\qquad \mathrm{Nu}_x=\frac{C_{f,x}}{2}\cdot\mathrm{Re}_x\cdot\mathrm{Pr}^{1/3}$$

定性温度：$T_m=\frac{T_w+T_f}{2}$　　适用范围：$\mathrm{Pr}=0.5\sim 50$

作为类比律理论的进一步发展，科学家们相继提出了把湍流边界层视为由粘性底层和湍流核心区组成的所谓二层结构湍流模型；由粘性底层、缓冲区和湍流核心区组成的所谓三层结构湍流模型

4-6 管内层流充分发展对流换热理论解

- 工程上、日常生活中有大量应用：
- 暖气管道、各类热水及蒸汽管道、换热器

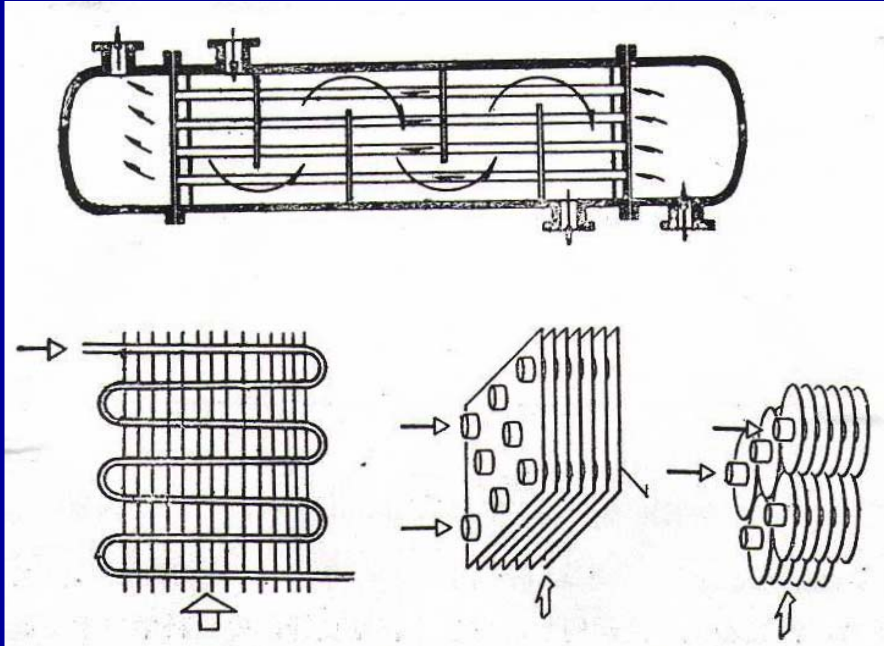
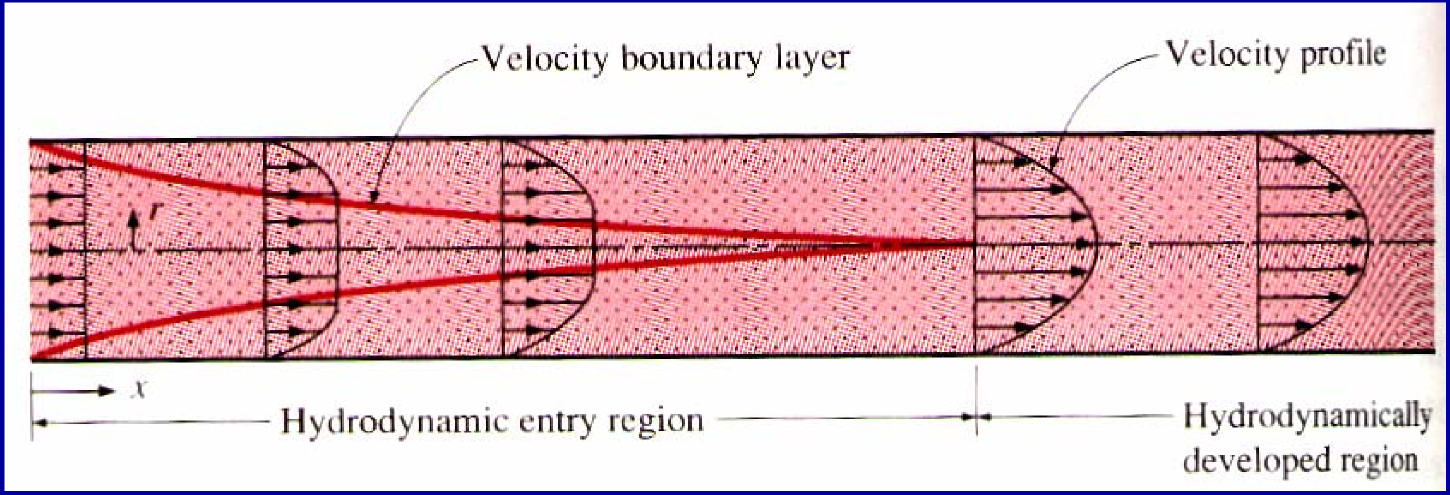


图 6-1　几种常见的管式换热设备示意图

- 管内流动换热与外掠流动换热有何区别？

一、常物性流体管内强迫对流换热的特点

1、流动进口段与充分发展段



层流、湍流；临界雷诺数 Re_c=2300

$$Re = \frac{u_m d}{\nu} =< 2300 \quad —— \quad 层流区$$

$$Re \in（2300,\ 10^4） \quad —— \quad 过渡区$$

$$Re > 10^4 \quad —— \quad 湍流区$$

- 由于边界层的排挤，部分流体进入核心区使之加速，这种加速使进口段边界层的增厚减缓
- 在进口段的核心区域，压力与速度的关系可以由伯努利方程得到

$$u_c \frac{du_c}{dx} + \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} = 0$$

式中，u_c 为核心无粘区的流速。只是由于边界层的排挤，部分流体进入核心区使之加速，$u_c = u_c(x)$ 与外掠平壁状况有所不同

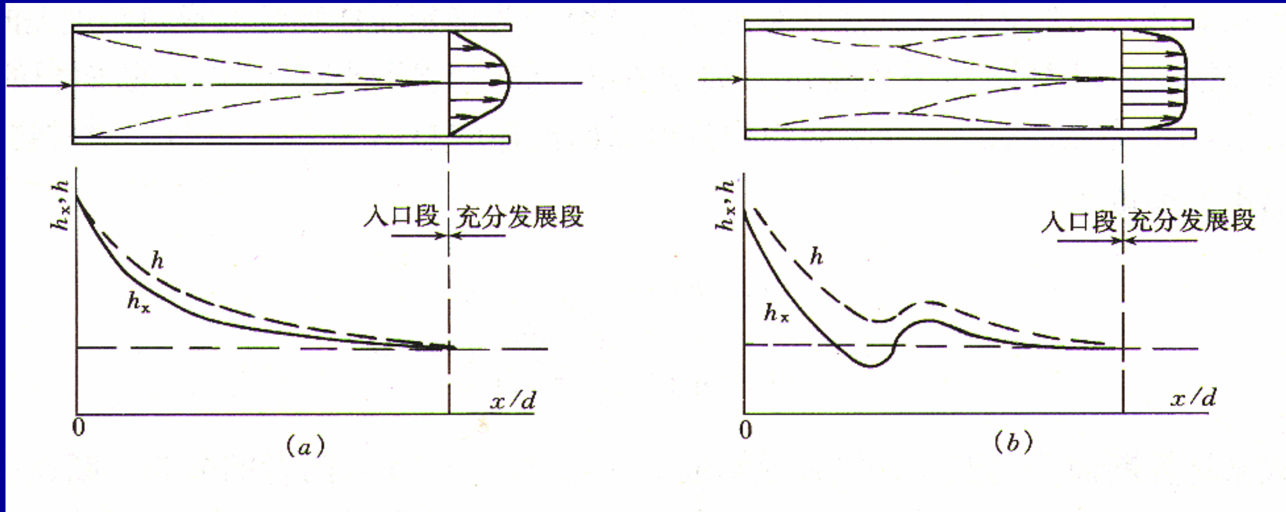


图 6-1 管内局部表面传热系数及平均 h 的变化

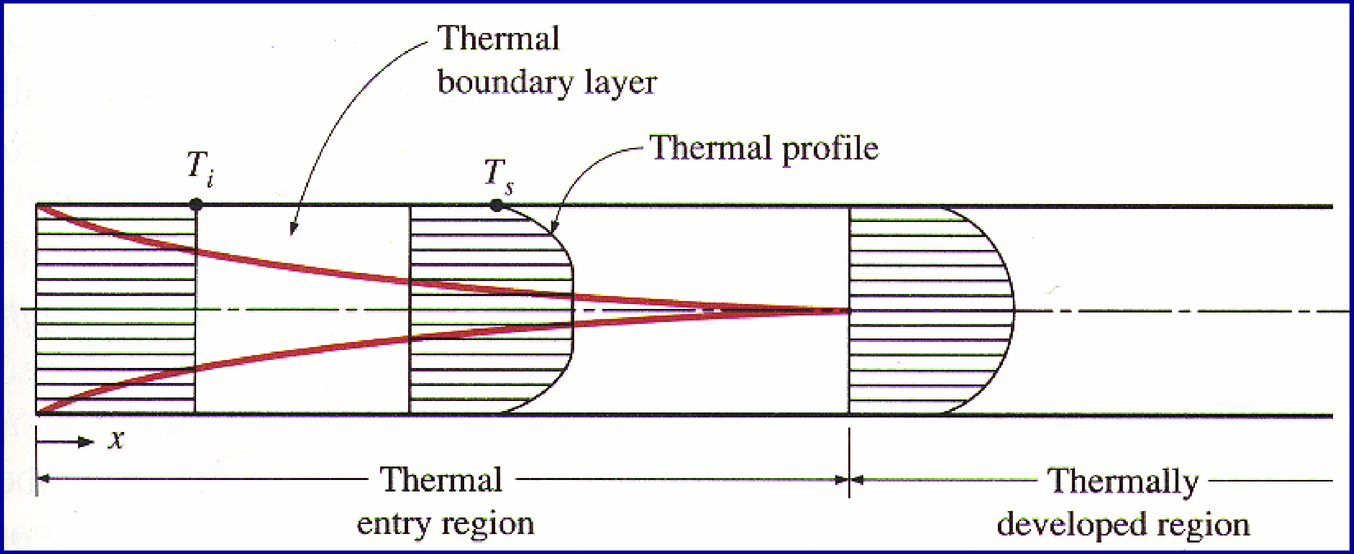
（a）层流；（b）紊流

流动进口段： 层流：$\dfrac{L}{d} \approx 0.05\,\mathrm{Re}$; 湍流：$\dfrac{L}{d} \in [10, 60]$

流动充分发展段： $\boxed{v = 0;\ \dfrac{\partial u}{\partial x} = 0}$

层流充分发展段：沿流动方向压力梯度不变

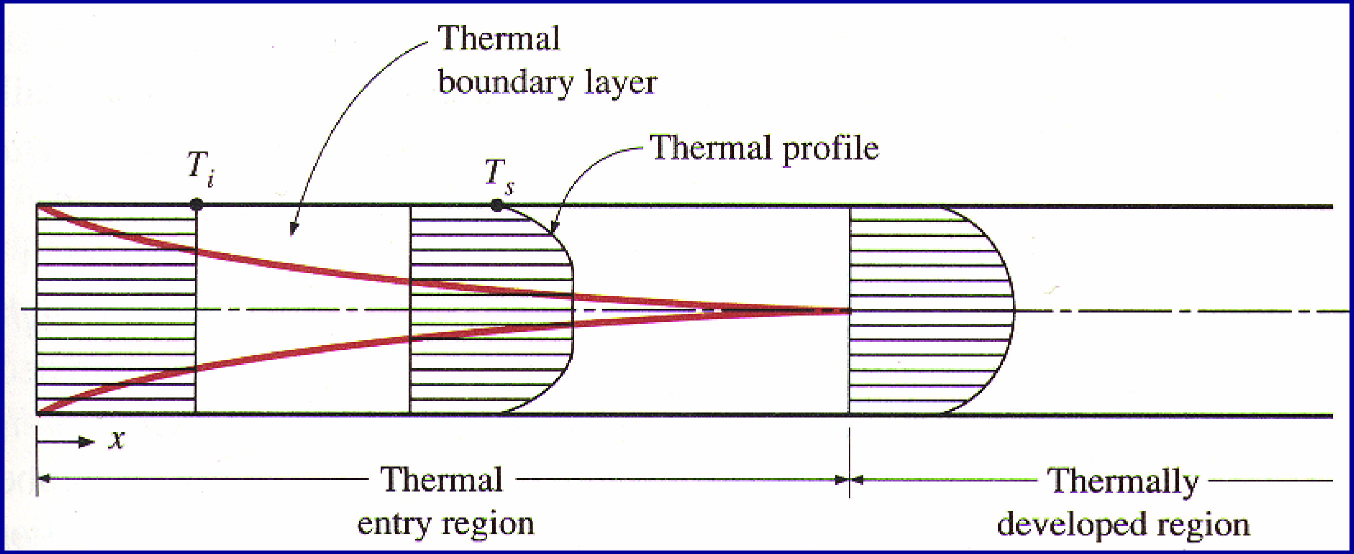
2、热进口段与充分发展段



热进口段长度：

$$\text{层流：}\frac{L_t^{T_w}}{d} \approx 0.05\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr};\quad \frac{L_t^{q_w}}{d} \approx 0.07\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}$$

$$\text{湍流：}\frac{L_t}{d} \in [10, 45]$$



思考：在热充分发展段，流体温度型面是否变化？

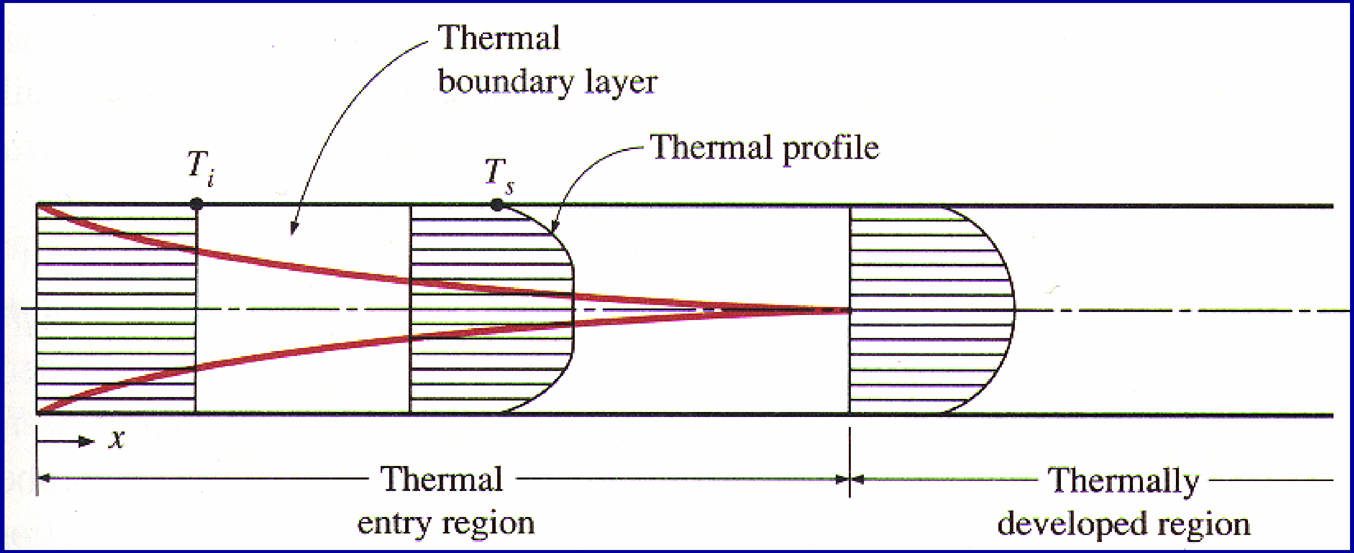
- 温度分布特征 (常物性流体)

充分发展，沿流向各截面的速度分布不再变化

充分发展，沿流向各截面的温度分布不再变化？

沿流向各截面的无因次温度分布不再变化

$$\Theta=\frac{T(x,r)-T_w(x)}{T_f(x)-T_w(x)}=\frac{T_w(x)-T(x,r)}{T_w(x)-T_f(x)}$$



热充分发展段：

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{T_w - T}{T_w - T_f}\right) = 0; \quad \frac{T_w - T}{T_w - T_f}\text{只是 } r \text{ 的函数}$$

$$T = f_1(x, r),\ \ T_w = f_2(x),\ \ T_f = f_3(x)$$

流体的混合平均温度

$$\boxed{\rho C_P u_m T_f A = \int_0^A \rho C_P u T dA}$$

将 $\dfrac{T_w(x)-T(x,r)}{T_w(x)-T_f(x)}$ 对 r 求导： $\dfrac{\partial}{\partial r}\left(\dfrac{T_w(x)-T(x,r)}{T_w(x)-T_f(x)}\right)=\dfrac{-\dfrac{\partial T}{\partial r}}{T_w-T_f}$

当 $r=R$ 时： $\left.\dfrac{\partial}{\partial r}\left(\dfrac{T_w-T}{T_w-T_f}\right)\right|_{r=R}=\dfrac{-\left.\dfrac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R}}{T_w-T_f}=\text{const}$

- 根据傅里叶定律及牛顿冷却公式：

$$\boxed{\dfrac{-\left.\dfrac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R}}{T_w-T_f}=\dfrac{\dfrac{q_w}{\lambda}}{q_w/h}=\dfrac{h}{\lambda}=\text{const}}\qquad \left(\lambda=\text{const}时\right)$$

常物性流体在热充分发展段：$\boldsymbol{h=\text{const}}$

二、流体平均温度的变化规律–热平衡分析

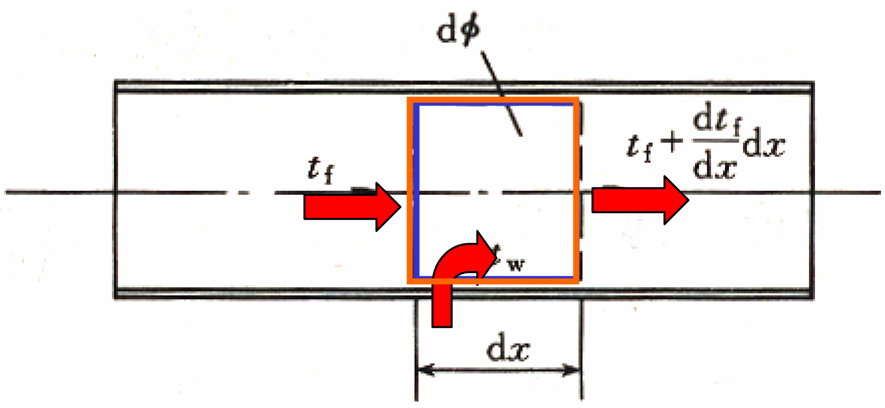


图 6-3 管内换热热平衡

在管中取一微元段 dx

流体获得热量dQ

温度变化了dT_f

■该微元段的热平衡式：

$$dQ = q_w \cdot 2\pi R dx = h_x (T_w - T_f) \cdot 2\pi R dx = \rho u_m \pi R^2 c_p dT_f$$

$$\boxed{\frac{dT_f}{dx} = \frac{2q_w}{\rho c_p u_m R} = \frac{2h_x (T_w - T_f)}{\rho c_p u_m R}}$$

进口平均温度

$$T_f(x) = T_f' + \int_0^x \frac{2q_w}{\rho c_p u_m R} dx = T_f' + \int_0^x \frac{2h_x (T_w - T_f)}{\rho c_p u_m R} dx$$

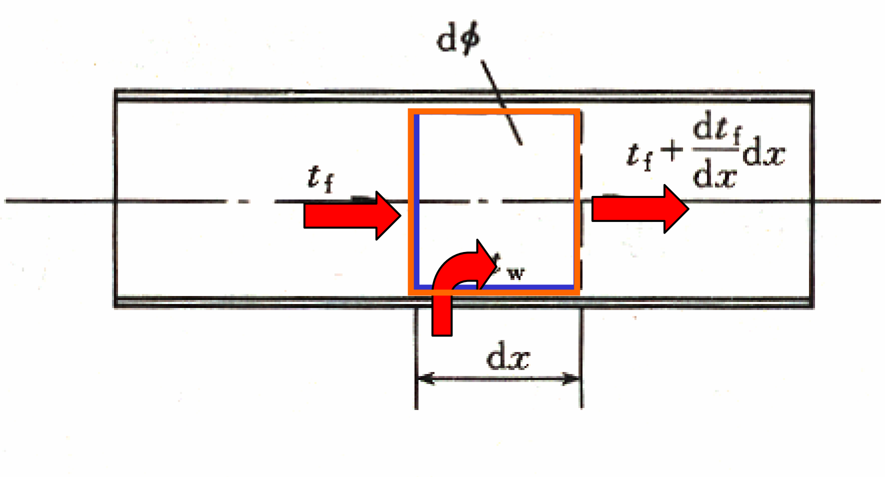


图 6-3　管内换热热平衡

$$T_f(x)=T_f^{'}+\int_0^x\frac{2q_w}{\rho c_p u_m R}\mathrm{d}x$$

$$=T_f^{'}+\int_0^x\frac{2h_x(T_w-T_f)}{\rho c_p u_m R}\mathrm{d}x$$

- 当 q_w=const时：

$$T_f(x)=T_f^{'}+\frac{2q_w}{\rho c_p u_m R}x$$

T_f 随 x 线性变化

$$\boxed{\frac{dT_f}{dx}=\frac{2q_w}{\rho c_p u_m R}=\mathrm{const}}$$

出口平均温度

$$T_f^{''}=T_f^{'}+\frac{2q_w}{\rho c_p u_m R}l$$

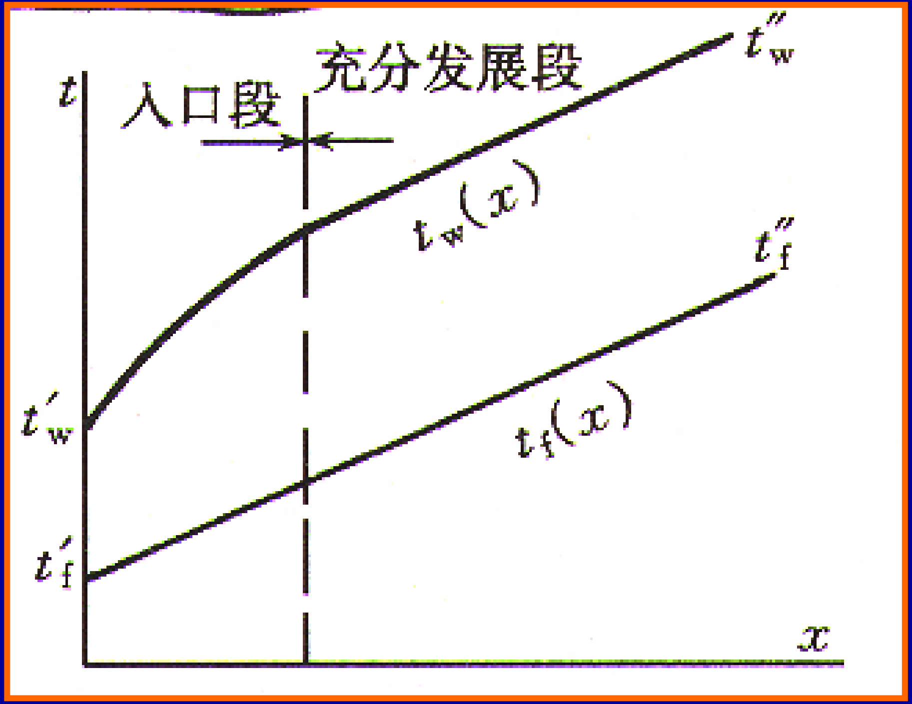
$$T_f=\frac{T_f^{'}+T_f^{''}}{2}$$

全管长的平均温度

在充分发展段，h 为常数；若 q_w=const：

根据 $q = h(T_w - T_f)$ → $\dfrac{dT_w}{dx} = \dfrac{dT_f}{dx} = \text{const}$

在 q_w=const条件下，充分发展段的管壁温度 $T_w(x)$ 也呈线性变化，而且变化速率与流体断面平均温度 $T_f(x)$ 的变化速率相同



$$\Delta T = \overline{T}_w - \overline{T}_f = \frac{\Delta T' + \Delta T''}{2}$$

$$= \frac{(T'_w - T'_f) + (T''_w - T''_f)}{2}$$

全管长的流体与管壁间的平均温度差

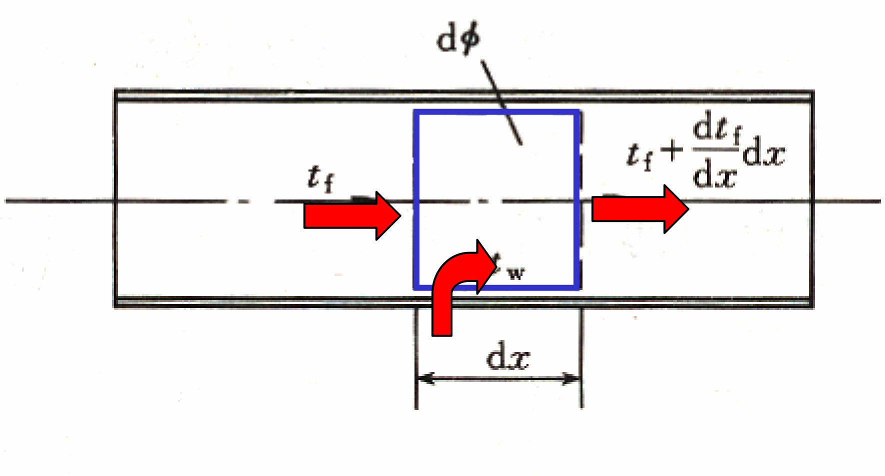


图 6-3 管内换热热平衡

当 T_w=const时：

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}T_f}{\mathrm{d}x}=\frac{2q_w}{\rho c_p u_m R}=\frac{2h_x(T_w-T_f)}{\rho c_p u_m R}}$$

$$-\frac{\mathrm{d}\left(T_w-T_f\right)_x}{(T_w-T_f)_x}=\frac{2h_x}{\rho c_p u_m R}\mathrm{d}x$$

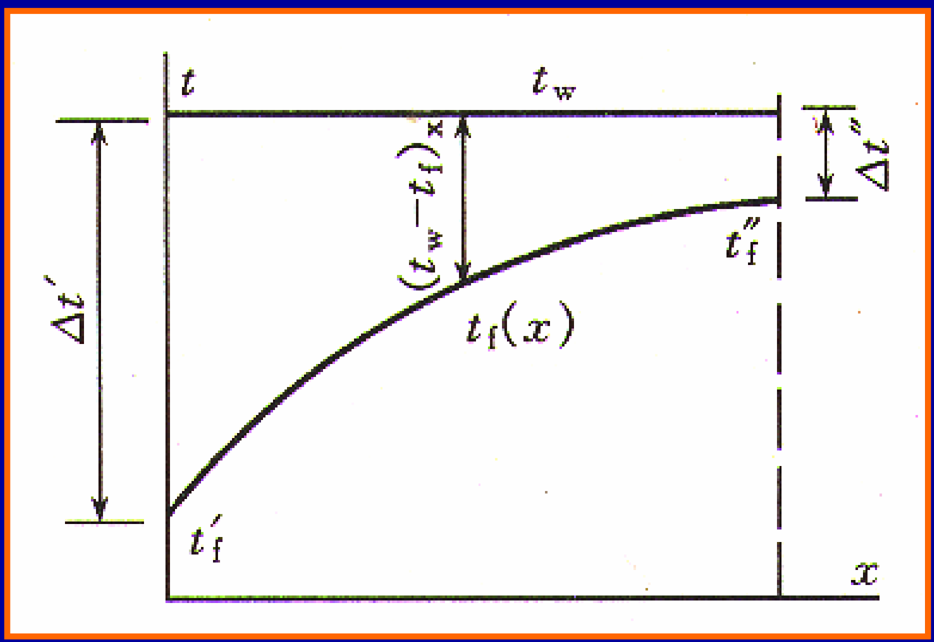
积分，得：

$$\ln\frac{\left(T_w-T_f\right)_x}{T_w^{'}-T_f^{'}}=-\frac{2hx}{\rho c_p u_m R}$$

h — 平均换热系数

当 T_w=const时： $\ln\dfrac{(T_w - T_f)_x}{T_w^{'} - T_f^{'}} = -\dfrac{2hx}{\rho c_p u_m R}$ **h** — 平均换热系数

$$\frac{\Delta T_x}{\Delta T^{'}} = e^{-\frac{2hx}{\rho c_p u_m R}} \qquad \frac{\Delta T^{''}}{\Delta T^{'}} = e^{-\frac{2hl}{\rho c_p u_m R}}$$



全管长流体的平均温度：

$$T_f = T_w \pm \Delta T_m$$

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T^{'} - \Delta T^{''}}{\ln\dfrac{\Delta T^{'}}{\Delta T^{''}}}$$ 对数平均温差

当$\Delta T^{'}/\Delta T^{''} < 2$时，$\Delta T_m = (\Delta T^{'} + \Delta T^{''})/2$ 误差小于4%

三、充分发展对流换热分析解

- 圆管内二维稳定流动的数学描写

$$\rho(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial r})=-\frac{dp}{dx}+\frac{\mu}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial u}{\partial r})$$

简化

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\frac{du}{dr})=\frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}$$

边界条件：

$$r=0,\quad \frac{\partial u}{\partial r}=0$$

$$r=r_0,\quad u=0$$

积分出：

$$u = -\frac{r_0^2}{4\mu}\frac{dp}{dx}\left(1-\frac{r^2}{r_0^2}\right)$$

- 抛物线型分布
- 平均流速

$$u_m = \frac{1}{\pi r_0^2}\int_0^{r_0} 2\pi r u dr = -\frac{r_0^2}{8\mu}\frac{dp}{dx}$$

$$\frac{u}{u_m} = 2\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]$$

流体在圆管内稳定换热的数学描写

$$\rho C_P\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial r}\right)=\frac{\lambda}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)$$

简化：

$$\boxed{u\frac{\partial T}{\partial x}=\frac{a}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)}$$

恒热流

$$\boxed{u\frac{\partial T}{\partial x}=\frac{a}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)} \Leftarrow \begin{cases} \dfrac{u}{u_m}=2\left[1-\left(\dfrac{r}{r_0}\right)^2\right] \\ \dfrac{\partial T}{\partial x}=\dfrac{dT_f}{dx}=\dfrac{dT_w}{dx} \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)=\frac{2u_m}{a}\frac{dT_f}{dx}\left(1-\frac{r^2}{r_0^2}\right)}$$

积分

$$T=\frac{2u_m}{a}\frac{dT_f}{dx}\left(\frac{r^2}{4}-\frac{r^4}{16r_0^2}\right)+C_1\ln r+C_2$$

利用边界条件

$$r = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \text{或} T \text{为有限值}$$

$$r = r_0, \quad T = T_w$$

得到

$$T - T_w = -\frac{2u_m r_0^2}{a}\frac{dT_f}{dx}\left[\frac{3}{16} + \frac{1}{16}\left(\frac{r}{r_0}\right)^4 - \frac{1}{4}\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]$$

$$= -\frac{q_w}{\lambda r_0}\left[\frac{3}{4}r_0^2 + \frac{r^4}{4r_0^2} - r^2\right]$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}T_f}{\mathrm{d}x} = \frac{2q_w}{\rho c_p u_m R} = \frac{2h_x(T_w - T_f)}{\rho c_p u_m R}}$$

由 $$T_f = \frac{1}{u_m A}\int_0^A uTdA$$

积分得到

$$T_f = T_w - \frac{11}{48}\frac{u_m r_0^2}{a}\frac{2q_w}{\rho C_P r_0 u_m} = -\frac{q_w}{\lambda r_0}\left[\frac{3}{4}r_0^2 + \frac{r^4}{4r_0^2} - r^2\right]$$

$$T_f - T_w = -\frac{11}{48}\frac{2q_w r_0}{\rho C_P a} = -\frac{11}{48}\frac{q_w d}{\lambda}$$

$$h = \frac{q_w}{T_w - T_w} = \frac{48}{11}\frac{\lambda}{d}$$

$$Nu = \frac{hd}{\lambda} = \frac{48}{11} = 4.364$$

恒壁温

$$u\frac{\partial T}{\partial x}=\frac{a}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial T}{\partial r}) \Leftarrow \begin{cases} \dfrac{u}{u_m}=2\left[1-\left(\dfrac{r}{r_0}\right)^2\right] \\ \dfrac{\partial T}{\partial x}=\dfrac{T-T_w}{T_f-T_w}\dfrac{dT_f}{dx} \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial T}{\partial r})=\frac{2u_m}{a}\frac{dT_m}{dx}(1-\frac{r^2}{r_0^2})\frac{T-T_w}{T_m-T_w}}$$

- 不能直接积分，可用迭代法求解。

  初始值采用恒热流的温度分布，代入积分求出新的温度分布，仍为**r**的函数逐次逼近

$$T_f,\quad \frac{T-T_w}{T_f-T_w}$$

$$Nu=\frac{hd}{\lambda}=3.656$$

本讲要点

- 理解湍流对动量和热量传递的影响
  湍流动量扩散系数、湍流热扩散系数的概念
- 掌握边界层类比的基本思想和方法
- 掌握雷诺类比和柯尔朋类比律
  应用条件
- 掌握常物性流体管内流动换热的基本特征
  进口段、充分发展段、温度分布规律
- 了解常物性流体对流换热的理论求解方法