传热学

Heat transfer

张靖周

能源与动力学院

第三章

非稳态导热

3-4 非稳态导热的正规状况阶段

一、瞬态导热过程正规状况概念

- 设有一定壁厚的平壁，初始温度为 T_i，将其左侧表面的温度突然加热升高到 T_w 并维持不变，而右侧表面仍与温度为 T_i 的空气相接触。

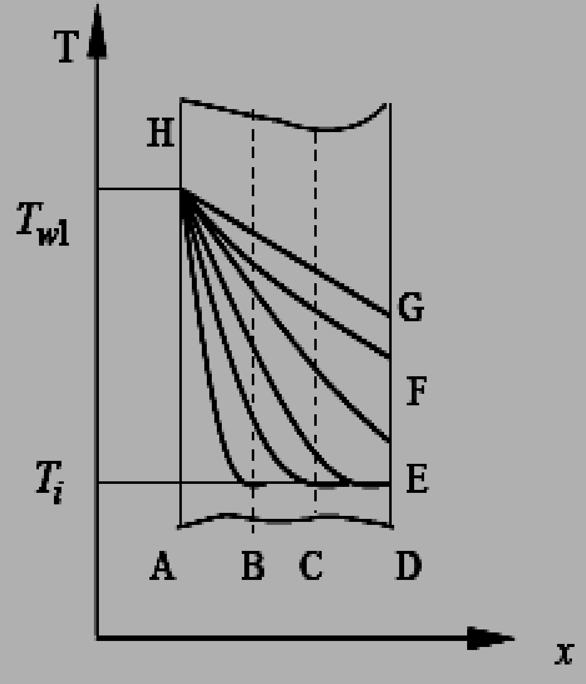


图 3-21 非稳态导热过程

平壁内温度场的变化过程

1.在紧靠平壁左侧的区域温度首先上升，其余部分仍然保持为原来的温度。经过某一时刻，壁内温度分布如图中曲线**HBD**所示

2. 随着时间的推移，温度变化波及的范围逐渐扩大，平壁内自左向右，各截面温度依次升高，温度变化一层一层地传播到平壁的右侧表面**HCD---HD**

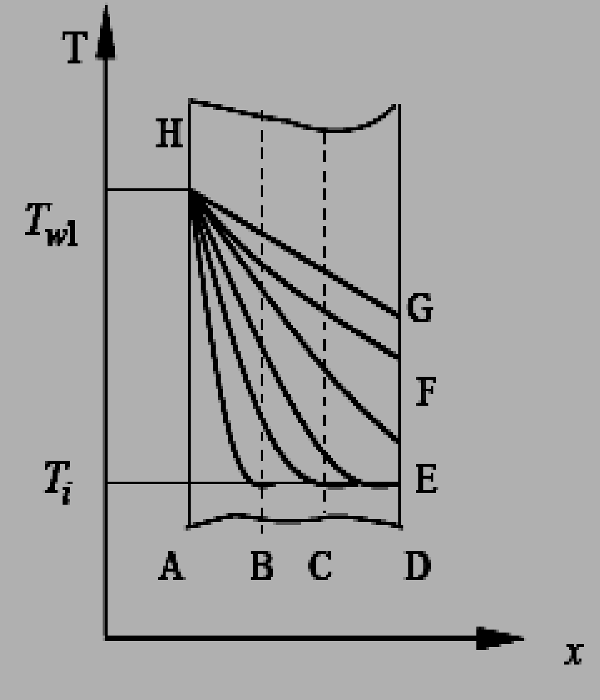


图 3-21 非稳态导热过程

平壁内温度场的变化过程

3.在一定时间之后，右侧表面温度也逐渐升高,如曲线**HE--HF**所示

（正规状况阶段 **?**）

4. 经过足够长的时间 (理论上为无限长时间)，壁内温度分布将成为一条直线**HG**。非稳态导热过程结束，进入稳态导热过程

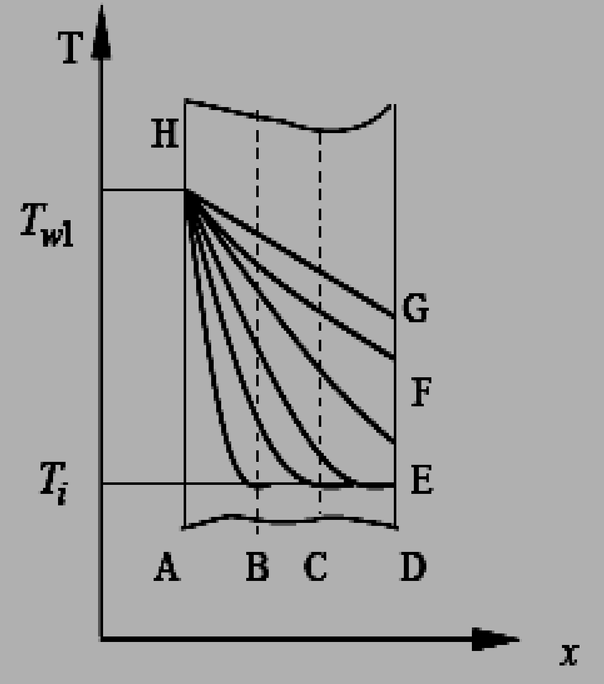


图 3-21 非稳态导热过程

- 非稳态导热的正规状况阶段概念
- 存在着右侧面不参与换热和参与换热的两个不同阶段
- 在右侧面不参与换热的阶段里，物体中的温度分布受初始温度分布的影响很大，这一初始阶段称为非正规状况阶段
- 当右侧面参与换热以后，物体的初始温度分布的影响逐渐消失，物体中不同时刻的温度分布主要取决于边界条件和物性---正规阶段

★这一阶段在物理过程及数学处理上有什么特点？

二、理论解析上的特点

- 以表面对流换热热阻忽略的一维非稳态导热为例
- Bi→∞的温度变化特征

  第三类边界边界条件 ↔ 第一类边界条件
- 数学描写

$$\frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial \tau}=\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \xrightarrow{\theta = T - T_f} \boxed{\frac{1}{a}\frac{\partial \theta}{\partial \tau}=\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}}$$

$$\tau = 0 \qquad \theta = T_i - T_f = \theta_i$$

$$x = 0 \qquad \theta = 0$$

$$x = 2\delta \qquad \theta = 0$$

分离变量法

引入： $\theta(x,\tau) = X(x)\Gamma(\tau)$

可得

$$\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} = -\frac{1}{a\Gamma}\frac{d\Gamma}{d\tau} = -\beta^2$$

分离常数只能取负值，请思考

常微分方程

$$\begin{cases} \dfrac{d^2X}{dx^2} + \beta^2 X = 0 \Rightarrow X(x) = A\cos(\beta x) + B\sin(\beta x) \\ \dfrac{d\Gamma}{d\tau} + a\beta^2\Gamma = 0 \Rightarrow \Gamma = Ce^{-a\beta^2\tau} \end{cases}$$

解的指数部分随时间而衰减

■ 解的形式

$$\boxed{T = e^{-a\beta^2\tau}\left[C_1\cos(\beta x) + C_2\sin(\beta x)\right]}$$

边界条件

$$x = 0,\quad \theta = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

边界条件

$$x = 2\delta,\quad \theta = 0 \Rightarrow \sin(2\delta\beta) = 0$$

■ 傅里叶正弦级数

$$\boxed{\theta = \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\left(\frac{n\pi}{2\delta}\right)^2 a\tau}\sin\left(\frac{n\pi x}{2\delta}\right)}$$

■ C_n的确定(尚有一个初始条件未用)

$$\tau = 0, \quad \theta = \theta_i$$

$$\theta_i = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin(\frac{n\pi x}{2\delta})$$

三角函数正交性

$$\boxed{C_n = \frac{1}{\delta}\int_0^{2\delta} \theta_i \sin\frac{n\pi x}{2\delta} dx = \frac{4\theta_i}{n\pi}} \qquad \boxed{n = 1, 3, 5 \cdots\cdots}$$

■ 最终的级数解

$$\boxed{\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_f}{T_i - T_f} = \frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n} e^{-(\frac{n\pi}{2\delta})^2 a\tau} \sin\frac{n\pi x}{2\delta}}$$

例题

- 一无限大平板，热扩散系数 $a = 1.8\times10^{-6} m^2/s$ ，厚度为25mm，具有均匀初始温度150℃。若突然把表面温度降到30℃，试计算1分钟后平板中间的温度。
- 忽略表面对流换热热阻，也可以看成是无限大平板在第一类边界条件下的非稳态导热问题

$$\boxed{\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T-T_f}{T_i-T_f} = \frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}e^{-(\frac{n\pi}{2\delta})^2 a\tau}\sin\frac{n\pi x}{2\delta}}$$

$n = 1, 3, 5 \cdots\cdots$

$$\frac{T-T_f}{T_i-T_f} = \frac{4}{\pi}(0.18177 - 7.22\times10^{-8} + 6.15\times10^{-20} - 5.21\times10^{-37}) = 0.2314$$

- 现在来讨论一下解的结果：

(1) 平板的温度分布表达式是一个无穷级数的总和。级数的每一项均有常数项、三角函数项和指数函数项三部分的乘积所组成。随着过程的发展，由于傅里叶数**Fo**的增大，级数收敛得更快。

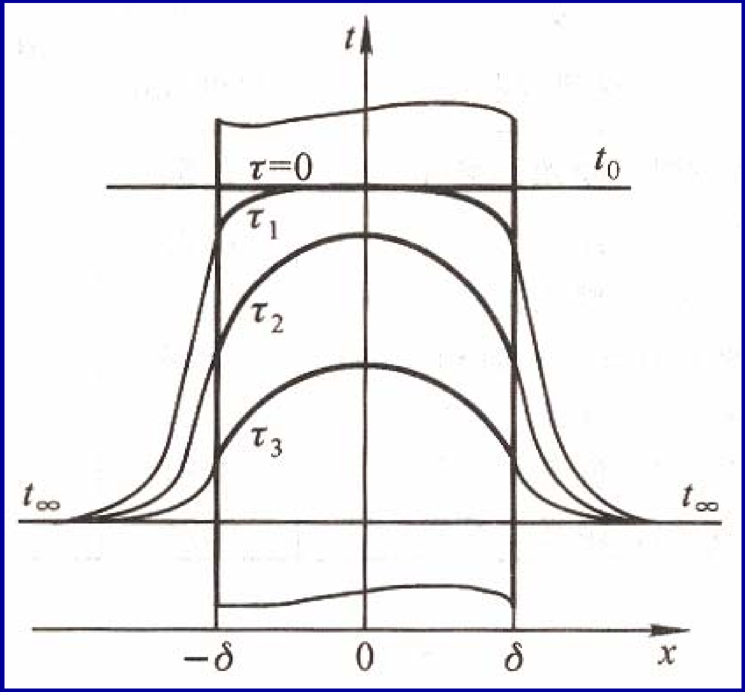
(2) 在一般工程计算中，取级数的**3-5**项就可以满足解的精度。如 $Fo \geq 0.55$，只取级数的第一项，引起的误差只有**0.25%**。当 $Fo \geq 0.2$ 以后，采用该级数的第一项与采用完整级数计算的平板中心温度的差别只有**1%**。

- **Fo>0.2**以后，正规状况阶段

无穷级数的解可以用第一项来近似地代替

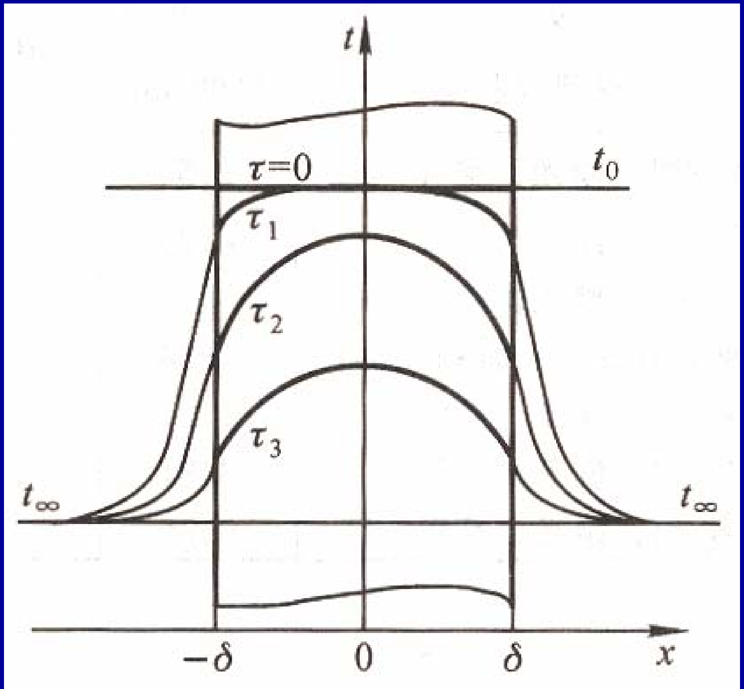
三、物理过程上的特征

- 问题描述



厚度 2δ 的无限大平壁，λ、a 为已知常数；τ=0时温度为 T_0；突然把两侧介质温度降低为 T_∞ 并保持不变；壁表面与介质之间的表面传热系数为h。两侧冷却情况相同、温度分布对称。中心为原点。

■ 数学描写



导热微分方程：

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

初始条件：

$$\tau = 0,\quad T = T_0$$

边界条件：
(第三类)

$$x = 0,\ \partial T/\partial x = 0;$$

$$x = \delta,\ -\lambda \partial T/\partial x = h(T|_{\delta} - T_{\infty})$$

级数解

$$\frac{\theta(x,\tau)}{\theta_i}=\frac{T-T_f}{T_i-T_f}=2\sum_{n=1}^{\infty}e^{-(\beta_n\delta)^2 Fo}\left[\frac{\cos(\beta_n x)\sin(\beta_n\delta)}{\beta_n\delta+\cos(\beta_n\delta)\sin(\beta_n\delta)}\right]$$

正规状况阶段

$$\boxed{\frac{\theta(x,\tau)}{\theta_i}=\frac{2\sin(\beta_1\delta)}{\beta_1\delta+\cos(\beta_1\delta)\sin(\beta_1\delta)}e^{-(\beta_1\delta)^2 Fo}\cos(\beta_1\delta\frac{x}{\delta})}$$

特征值
(超越方程)

$$tg(\beta\delta)=\frac{Bi}{\beta\delta}$$

物理特征

$$\frac{\theta(x,\tau)}{\theta_i}=\frac{2\sin(\beta_1\delta)}{\beta_1\delta+\cos(\beta_1\delta)\sin(\beta_1\delta)}e^{-(\beta_1\delta)^2 Fo}\cos(\beta_1\delta\frac{x}{\delta})$$

中心温度(δ=0)

$$\frac{\theta_m(\tau)}{\theta_i}=\frac{2\sin(\beta_1\delta)}{\beta_1\delta+\cos(\beta_1\delta)\sin(\beta_1\delta)}e^{-(\beta_1\delta)^2 Fo}$$

$$\frac{\theta(x,\tau)}{\theta_m(\tau)}=\cos(\beta_1\delta\frac{x}{\delta})$$

- 初始条件的影响已经消失

$$\frac{\theta(x,\tau)}{\theta_i} = \frac{2\sin(\beta_1\delta)}{\beta_1\delta + \cos(\beta_1\delta)\sin(\beta_1\delta)} e^{-(\beta_1\delta)^2 Fo} \cos(\beta_1\delta \frac{x}{\delta})$$

取对数

$$\ln\theta = -(a\beta_1^2)\tau + \ln\left[\theta_i \frac{2\sin(\beta_1\delta)}{\beta_1\delta + \cos(\beta_1\delta)\sin(\beta_1\delta)} \cos(\beta_1\delta \frac{x}{\delta})\right]$$

令 $m = a\beta_1^2$

同时注意到β_1只是 Bi的函数

$$\ln\theta = -m\tau + K(Bi, \frac{x}{\delta})$$

■ 物体内各处的温度变化曲线是一组直线，且具有相同

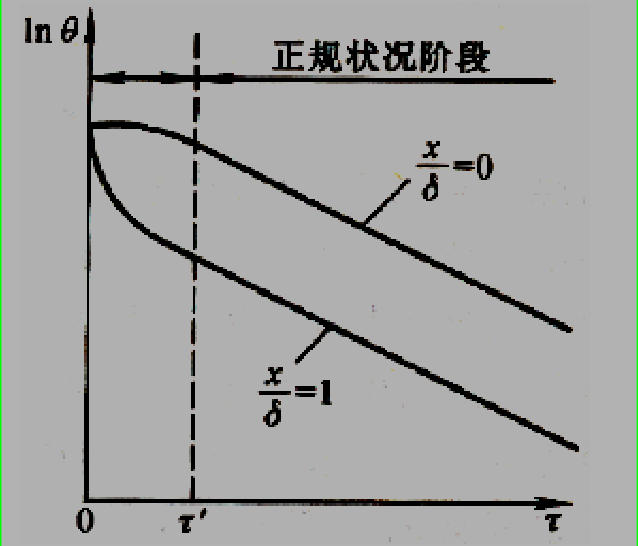
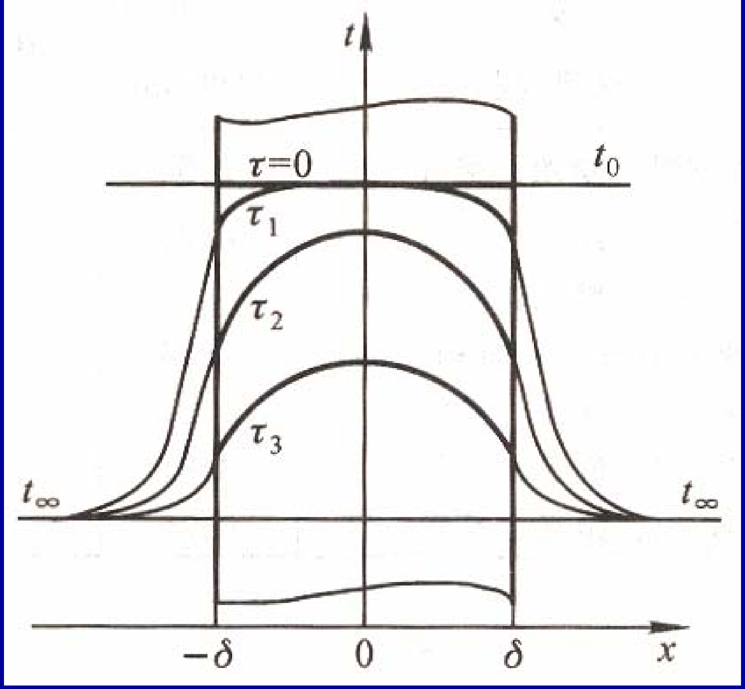


图 3-27 正规状况温度分布

3-3 无限大平壁的瞬态导热

一、分析解法（分离变量法，自学）

- 问题描述



厚度 2δ 的无限大平壁，λ、a 为已知常数；$\tau=0$时温度为 T_0; 突然把两侧介质温度降低为 T_∞ 并保持不变；壁表面与介质之间的表面传热系数为h。两侧冷却情况相同、温度分布对称。中心为原点。

3-5 非稳态导热问题的数值计算

非稳态导热与稳态导热的主要区别：控制方程中多一个非稳态项；温度随空间和时间变化

$$\boxed{\rho C_P \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}) + S}$$

能量平衡关系：网格单元不仅与相邻的网格单元之间有热量的导入或导出，网格单元本身的热力学能也随时间发生变化

- 温度对时间的一阶导数：向前差分、向后差分

差分方程：显式差分格式、隐式差分格式

一、差分格式

- 非稳态项在时间坐标上的离散按泰勒级数展开

$$\boxed{T_P(\tau+\Delta\tau)=T_P(\tau)+\frac{\partial T}{\partial\tau}\Delta\tau+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 T}{\partial\tau^2}\Delta\tau^2+\cdots}$$

$$\boxed{T_P(\tau-\Delta\tau)=T_P(\tau)-\frac{\partial T}{\partial\tau}\Delta\tau+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 T}{\partial\tau^2}\Delta\tau^2+\cdots}$$

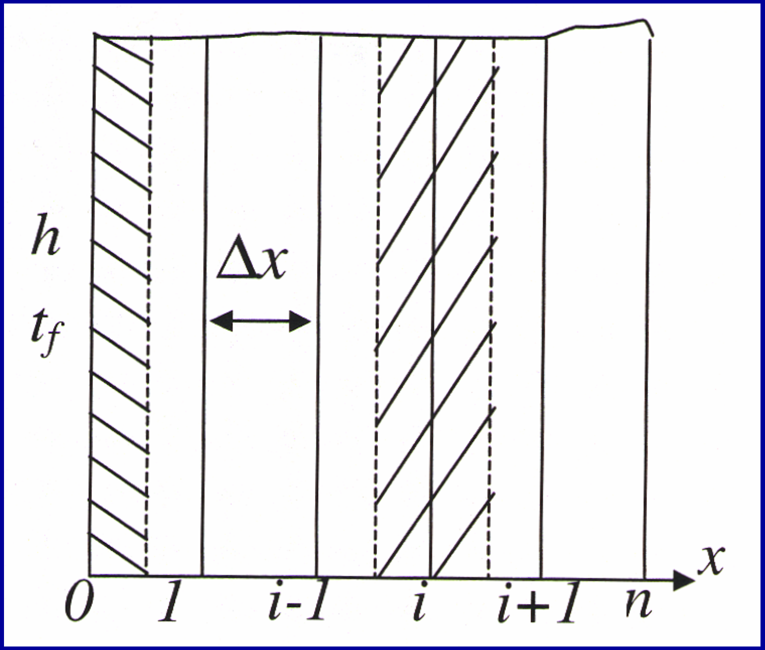
- 向前差分
  显示差分格式

$$\frac{\partial T}{\partial\tau}=\frac{T_P(\tau+\Delta\tau)-T_P(\tau)}{\Delta\tau}+o(\Delta\tau)=\frac{T_P^{k+1}-T_P^{k}}{\Delta\tau}$$

- 向后差分
  隐式差分格式

$$\frac{\partial T}{\partial\tau}=\frac{T_P(\tau)-T_P(\tau-\Delta\tau)}{\Delta\tau}+o(\Delta\tau)=\frac{T_P^{k}-T_P^{k-1}}{\Delta\tau}$$

二、显式差分格式



■ 内部节点

常物性、无内热源、一维、非稳态导热

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Δx、$\Delta\tau$、截面积A

可用泰勒级数展开法或热平衡法 $\quad Q = \Delta U + W$

内节点 **i**、在 $k\Delta\tau$ 时刻热平衡关系式：

$$\boxed{\lambda A\frac{T_{i-1}^{k} - T_i^{k}}{\Delta x} + \lambda A\frac{T_{i+1}^{k} - T_i^{k}}{\Delta x} = \rho A\Delta x\cdot c\frac{T_i^{k+1} - T_i^{k}}{\Delta\tau}}$$

内节点 ***i***、 ***kΔτ*** 时刻：

$$\boxed{\lambda A\frac{T_{i-1}^{k}-T_{i}^{k}}{\Delta x}+\lambda A\frac{T_{i+1}^{k}-T_{i}^{k}}{\Delta x}=\rho A\Delta x\cdot c\frac{T_{i}^{k+1}-T_{i}^{k}}{\Delta\tau}}$$

$$T_i^{k+1}-T_i^{k}=\frac{a\cdot\Delta\tau}{\Delta x^2}\left(T_{i-1}^{k}-2T_i^{k}+T_{i+1}^{k}\right)$$

令：$\mathrm{Fo}_\Delta=\dfrac{a\cdot\Delta\tau}{\Delta x^2}$ — 网格傅里叶数

用Taylor级数展开法可以得到同样的结果

$$T_i^{k+1}=\mathrm{Fo}_\Delta\left(T_{i-1}^{k}+T_{i+1}^{k}\right)+\left(1-2\mathrm{Fo}_\Delta\right)T_i$$

$$(i=1,2,\ldots n-1;\quad k=1,2,\ldots.m)$$

$$\boxed{\begin{gathered}T_i^{k+1}=\mathrm{Fo}_\Delta(T_{i-1}^k+T_{i+1}^k)+(1-2\mathrm{Fo}_\Delta)T_i^k\\(i=1,2,\ldots n-1;\quad k=1,2,\ldots.m)\end{gathered}}$$

只要知道 $k\Delta\tau$ 时刻各节点温度，就可以利用上式计算出 $(k+1)\,\Delta\tau$ 时刻各节点的温度

■ 显式差分格式： $(k+1)\,\Delta\tau$ 时刻各节点的温度直接利用前一个时刻（ $k\Delta\tau$ ）各节点的温度以显函数的形式表示

★根据稳定性分析：必须保证每项前面的系数 ≥ 0

$$1-2\mathrm{Fo}_\Delta\geq 0\ \Rightarrow \mathrm{Fo}_\Delta=\frac{a\Delta\tau}{\Delta x^2}\leq\frac{1}{2}$$

一维非稳态内节点显式差分格式的稳定性条件

$$\boxed{\mathrm{Fo}_{\Delta}=\frac{a\Delta\tau}{\Delta x^{2}}\le\frac{1}{2}}$$

■ 一维非稳态内节点显式差分格式的稳定性条件

一旦 Δx 确定，$\Delta\tau$ 的选取就不是任意的！

二维和三维非稳态导热内节点显式格式的稳定性条件：

$$\mathrm{Fo}_{\Delta}=\frac{a\Delta\tau}{\Delta x^{2}}\le\frac{1}{4};\quad \mathrm{Fo}_{\Delta}=\frac{a\Delta\tau}{\Delta x^{2}}\le\frac{1}{6}$$

若违反稳定性条件，则计算值波动、出现违反热力学第二定律的现象

例题分析

一个半无限大平板，初始温度为**100**℃，无内热源且物性为常数。在某一时刻将其表面温度突然升高到**500**℃并维持恒定。现用数值法来求解其温度分布，计算中取网格间距均匀，时间步长与距离步长的关系为 $Fo_{\Delta}=1$。试分析计算中会出现的异常现象。

解：$$T_P^{k+1}=Fo_\Delta(T_E^k+T_W^k)+(1-2Fo_\Delta)T_P^k$$

$\Delta\tau$ 时刻

$$T_2^1=T_1^0+T_3^0-T_2^0=500+100-100=500$$

$$T_3^1=T_2^0+T_4^0-T_3^0=100+100-100=100$$

$$T_4^1=T_3^0+T_4^0-T_5^0=100+100-100=100$$

$2\Delta\tau$ 时刻

$$T_2^2=T_1^1+T_3^1-T_2^1=500+100-500=100$$

$$T_3^2=T_2^1+T_4^1-T_3^1=500+100-100=500$$

$$T_4^2=T_3^1+T_4^1-T_5^1=100+100-100=100$$

$3\Delta\tau$ 时刻

$$T_2^3=T_1^2+T_3^2-T_2^2=500+500-100=900$$

$$T_3^3=T_2^2+T_4^2-T_3^2=100+100-500=-300$$

讨论：节点2的温度变化**100** →**500** →**100** →**900**呈现不稳定的振荡，数学上称为解的不稳定性；同时出现 $T_2^{(3)}>T_2^{(0)}$ 和$T_3^{(3)}<T_3^{(0)}$ 的现象，这种现象上荒谬的，它违反了热力学第二定律。这个例题直观地表明，在显式格式中，如果时间步长和距离步长的选择不满足判别准则，将出现解的不稳定性。

边界节点的显式差分格式

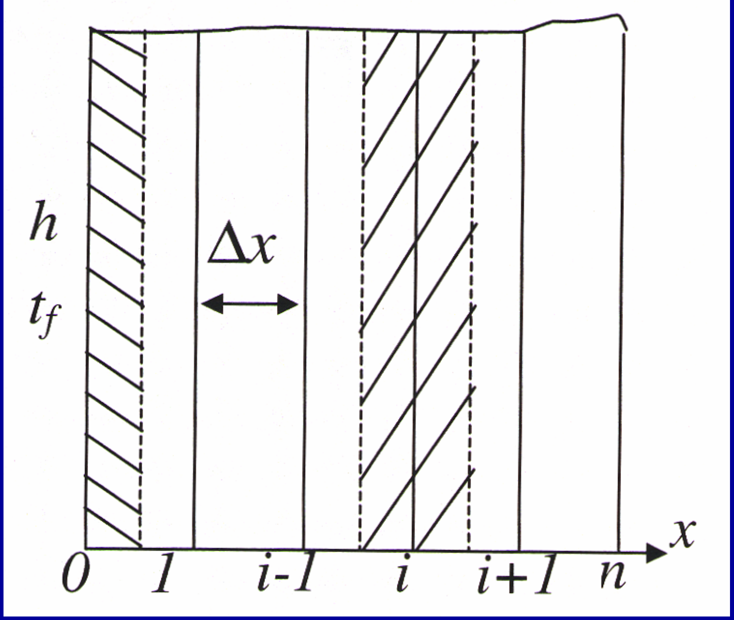
第一类边界条件： 问题简单；边界节点温度给定

第二类、第三类边界条件：

根据给定的具体条件，针对边界节点所在的网格单元，写出热平衡关系式，建立边界节点温度差分方程

显式或隐式差分格式

假设边界条件为第三类：h, T_f



边界节点0， $k\Delta\tau$ 时刻热平衡：

$$\lambda A \frac{T_1^k - T_0^k}{\Delta x} + hA(T_f^k - T_0^k)$$

$$= \rho A \frac{\Delta x}{2} \cdot c \frac{T_0^{k+1} - T_0^k}{\Delta \tau}$$

$$\lambda A\frac{T_1^k - T_0^k}{\Delta x} + hA(T_f^k - T_0^k) = \rho A\frac{\Delta x}{2}\cdot c\frac{T_0^{k+1} - T_0^k}{\Delta \tau}$$

$$T_1^k - T_0^k + \frac{h\Delta x}{\lambda}(T_f^k - T_0^k) = \frac{\rho c\Delta x^2}{2\lambda\Delta \tau}(T_0^{k+1} - T_0^k)$$

$\mathrm{Bi}_\Delta = \dfrac{h\Delta x}{\lambda}$ — 网格毕渥数； $\dfrac{\rho c\Delta x^2}{\lambda\Delta \tau} = \dfrac{\Delta x^2}{a\Delta \tau} = \dfrac{1}{\mathrm{Fo}_\Delta}$

$$\boxed{\begin{gathered} T_0^{k+1} = 2\mathrm{Fo}_\Delta(T_1^k + \mathrm{Bi}_\Delta T_f^k) + (1 - 2\mathrm{Fo}_\Delta - 2\mathrm{Fo}_\Delta\mathrm{Bi}_\Delta)T_0^k \\ (k = 1,2,\ldots.m) \end{gathered}}$$

稳定性条件： $1 - 2\mathrm{Fo}_\Delta - 2\mathrm{Fo}_\Delta\mathrm{Bi}_\Delta \geq 0$

$$\mathrm{Fo}_\Delta \leq \frac{1}{2\mathrm{Bi}_\Delta + 2}$$

综合考虑内节点与边界节点：对于第三类边界条件、应用显式差分格式时，其稳定性条件：

第三类边界条件、一维非稳态导热均匀网格的显式差分格式稳定性条件：

$$\mathrm{Fo}_\Delta \le \frac{1}{2\mathrm{Bi}_\Delta + 2}$$

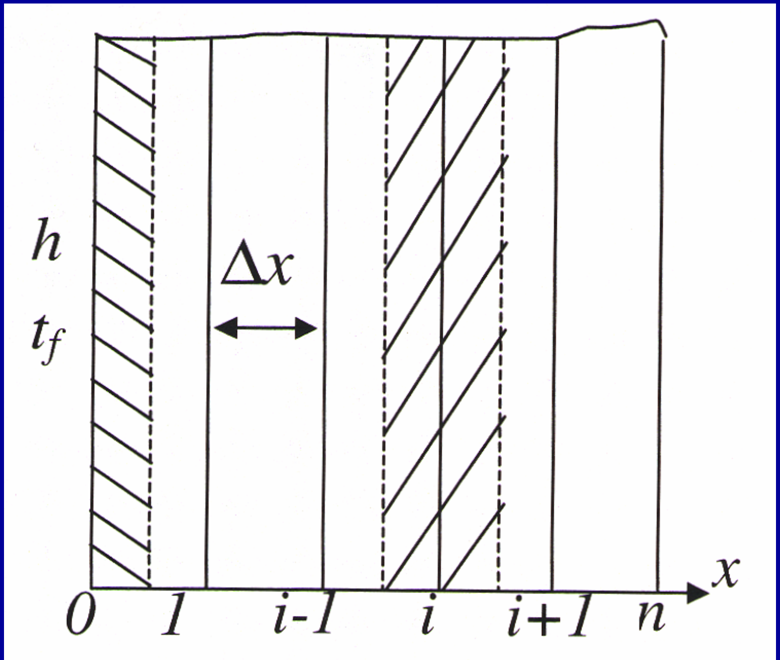
第三类边界条件、二维非稳态导热均匀网格的显式差分格式稳定性条件：

$$\mathrm{Fo}_\Delta \le \frac{1}{2\mathrm{Bi}_\Delta + 4}$$

第三类边界条件、三维非稳态导热均匀网格的显式差分格式稳定性条件：

$$\mathrm{Fo}_\Delta \le \frac{1}{2\mathrm{Bi}_\Delta + 6}$$

三、内部节点的隐式差分格式



- 内部节点

常物性、无内热源、一维、非稳态导热

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

温度对时间的一阶导数改为向后差分

内节点 ***i***、在 $\boldsymbol{k\Delta\tau}$ 时刻热平衡关系式：

$$\boxed{\lambda A\frac{T_{i-1}^{k}-T_{i}^{k}}{\Delta x}+\lambda A\frac{T_{i+1}^{k}-T_{i}^{k}}{\Delta x}=\rho A\Delta x\cdot c\frac{T_{i}^{k}-T_{i}^{k-1}}{\Delta \tau}}$$

内节点 ***i***、 ***kΔτ*** 时刻：

$$\boxed{\lambda A\frac{T_{i-1}^{k}-T_{i}^{k}}{\Delta x}+\lambda A\frac{T_{i+1}^{k}-T_{i}^{k}}{\Delta x}=\rho A\Delta x\cdot c\frac{T_{i}^{k}-T_{i}^{k-1}}{\Delta\tau}}$$

$$T_{i}^{k}-T_{i}^{k-1}=\frac{a\cdot\Delta\tau}{\Delta x^{2}}(T_{i-1}^{k}-2T_{i}^{k}+T_{i+1}^{k})$$

$$\boxed{\therefore\quad (1+2\mathrm{Fo}_{\Delta})\;T_{i}^{k}=\mathrm{Fo}_{\Delta}(T_{i-1}^{k}+T_{i+1}^{k})+T_{i}^{k-1}}$$

$$\mathrm{Fo}_{\Delta}=\frac{a\cdot\Delta\tau}{\Delta x^{2}}$$ —— 网格傅里叶数

改写为：

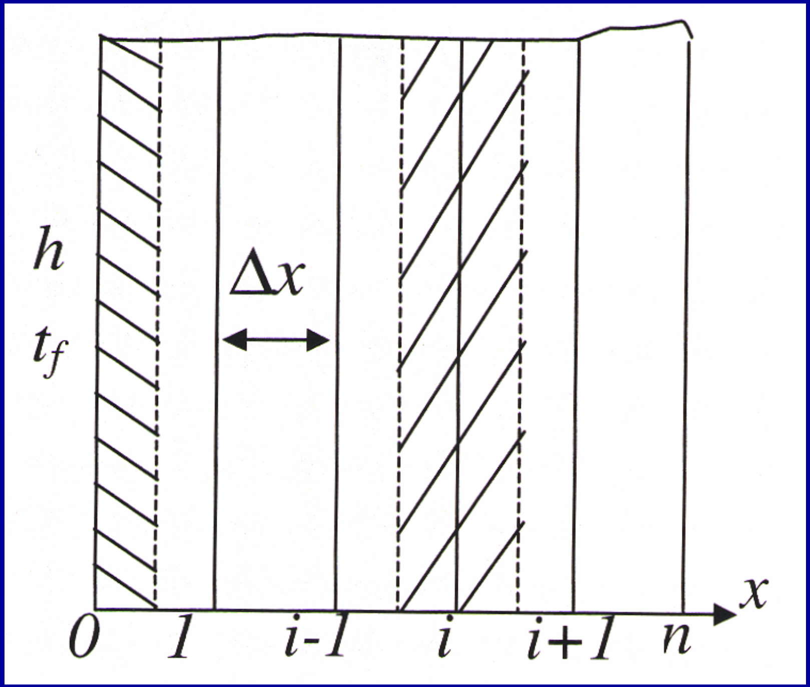
$$(1+2\mathrm{Fo}_{\Delta})\ T_i^{k+1}=\mathrm{Fo}_{\Delta}(T_{i-1}^{k+1}+T_{i+1}^{k+1})+T_i^{k}$$

$$(i=1,2,\ldots n-1;\quad k=1,2,\ldots .m)$$

隐差分格式： **(k+1) $\Delta\tau$** 时刻各节点的温度不能直接利用前一个时刻（ **$k\Delta\tau$** ）各节点的温度以显函数的形式表示（含有未知的 T_{i+1}^{k+1}）

隐差分格式无条件稳定

Δx和$\Delta\tau$的选取可以是任意的！



边界节点的隐式差分格式

热力学能的变化项用向后差分

边界节点0， $k\Delta\tau$ 时刻热平衡：

$$\lambda A\frac{T_1^k - T_0^k}{\Delta x} + hA(T_f^k - T_0^k) = \rho A\frac{\Delta x}{2}\cdot c\frac{T_0^k - T_0^{k-1}}{\Delta\tau}$$

$$\lambda A\frac{T_1^{k+1} - T_0^{k+1}}{\Delta x} + hA(T_f^{k+1} - T_0^{k+1}) = \rho A\frac{\Delta x}{2}\cdot c\frac{T_0^{k+1} - T_0^k}{\Delta\tau}$$

$$T_1^{k+1} - T_0^{k+1} + \frac{h\Delta x}{\lambda}(T_f^{k+1} - T_0^{k+1}) = \frac{\rho c \Delta x^2}{2\lambda\Delta\tau}(T_0^{k+1} - T_0^{k})$$

$$T_1^{k+1} - T_0^{k+1} + \mathrm{Bi}_\Delta(T_f^{k+1} - T_0^{k+1}) = \frac{1}{2\mathrm{Fo}_\Delta}(T_0^{k+1} - T_0^{k})$$

$$\boxed{\begin{gathered}(1 + 2\mathrm{Fo}_\Delta + 2\mathrm{Fo}_\Delta \mathrm{Bi}_\Delta) T_0^{k+1} = T_0^{k} + 2\mathrm{Fo}_\Delta (T_1^{k+1} + \mathrm{Bi}_\Delta T_f^{k+1}) \\ (k = 1, 2, \ldots. m)\end{gathered}}$$

隐式差分格式是无条件稳定的

四、节点方程组的求解

所有内节点差分方程 + 边界节点差分方程

（1）应用显式差分格式时：计算简单；根据初始条件可依次计算出各个时刻、各节点的温度值

$$T_i^{k+1} = \mathrm{Fo}_\Delta (T_{i-1}^k + T_{i+1}^k) + (1 - 2\mathrm{Fo}_\Delta) T_i^k$$

$$T_0^{k+1} = 2\mathrm{Fo}_\Delta (T_1^k + \mathrm{Bi}_\Delta T_f^k) + (1 - 2\mathrm{Fo}_\Delta - 2\mathrm{Fo}_\Delta \mathrm{Bi}_\Delta) T_0^k$$

注意：稳定性条件；

Δx与$\Delta\tau$的选取非任意！

（2）应用隐式差分格式时：需采用迭代法

$$(1+2\mathrm{Fo}_\Delta)\ T_i^{k+1}=\mathrm{Fo}_\Delta(T_{i-1}^{k+1}+T_{i+1}^{k+1})+T_i^k$$

$$(1+2\mathrm{Fo}_\Delta+2\mathrm{Fo}_\Delta\mathrm{Bi}_\Delta)T_0^{k+1}=T_0^k+2\mathrm{Fo}_\Delta(T_1^{k+1}+\mathrm{Bi}_\Delta T_f^{k+1})$$

$$(i=1,2,\ldots n-1;\quad k=1,2,\ldots.m)$$

（参见教科书及陶文铨著的《数值传热学》）

本讲要点

- 了解非稳态导热正规状况的特点
- 理解显示差分格式和隐式差分格式的含义
- 掌握显示差分格式的稳定性判据