传热学

Heat transfer

张靖周

能源与动力学院

第二章

导热基本定律及稳态导热

稳态导热： $$\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0$$

- 直角坐标系：

$$\frac{\partial}{\partial x}(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\lambda \frac{\partial T}{\partial z}) + q_v = 0$$

- 圆柱坐标系：

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \varphi}(\lambda \frac{\partial T}{\partial \varphi}) + \frac{\partial}{\partial z}(\lambda \frac{\partial T}{\partial z}) + q_v = 0$$

谨记以下两个方程

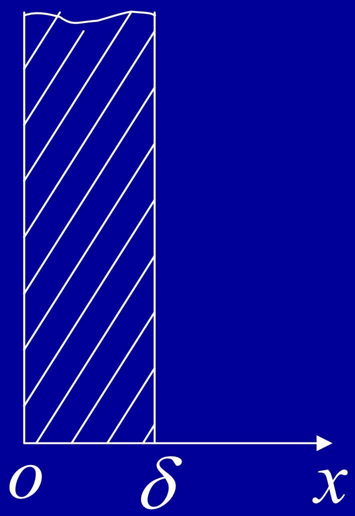
- 直角坐标系:

$$\frac{d}{dx}(\lambda\frac{dT}{dx}) + q_v = 0$$

- 圆柱坐标系:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(\lambda r\frac{dT}{dr}) + q_v = 0$$

2-4 通过平壁的导热



假设：长度和宽度远大于厚度 δ

— 简化为一维导热问题

a) 导热微分方程:

$$\frac{d}{dx}\left(\lambda\frac{dT}{dx}\right)+q_v=0$$

b) 几何条件：单层或多层；δ

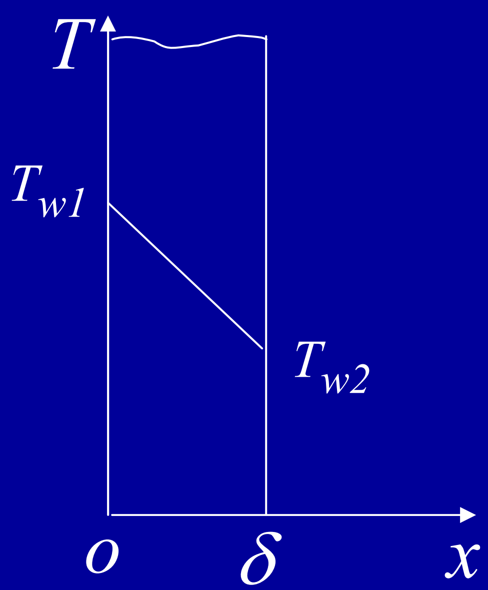
c) 物理条件：ρ、c、λ 已知；有或无内热源

e) 边界条件：第一类：已知 T_w

第三类：已知 h, T_f

一、第一类边界条件下通过平壁的一维稳态导热

1、单层平壁



(1) λ 为常数、无内热源

$$\frac{d^2T}{dx^2}=0 \quad \begin{cases} x=0,\ T=T_{w1} \\ x=\delta,\ T=T_{w2} \end{cases}$$

直接积分，得：

$$\frac{dT}{dx}=c_1 \Rightarrow T=c_1x+c_2$$

根据边界条件，得：

$$c_2=T_{w1};\quad c_1=(T_{w2}-T_{w1})/\delta$$

- 平壁内温度分布：

线性分布

$$T=\frac{T_{w2}-T_{w1}}{\delta}x+T_{w1}=T_{w1}-(T_{w1}-T_{w2})\frac{x}{\delta}$$

- 导过平壁的热流量：

$$Q=-\lambda A\frac{dT}{dx}=\lambda A\frac{T_{w1}-T_{w2}}{\delta}=\frac{T_{w1}-T_{w2}}{\delta/\lambda A}=\frac{T_{w1}-T_{w2}}{R_{\lambda}}\left[\mathrm{W}\right]$$

$R_{\lambda}=\delta/(\lambda A)$ − 导热面积为 A 时导热热阻 $\left[{}^{\circ}C/W\right]$

- 热流密度：

$$q=\frac{Q}{A}=\lambda\frac{T_{w1}-T_{w2}}{\delta}=\frac{T_{w1}-T_{w2}}{\delta/\lambda}=\frac{T_{w1}-T_{w2}}{r_{\lambda}}\left[\mathrm{W/m^2}\right]$$

$r_{\lambda}=\delta/\lambda$ − 单位面积上导热热阻 $\left[\mathrm{m^2\,{}^{\circ}C/W}\right]$

特别注意：

$R_\lambda = \delta/(\lambda A)$ – 导热面积为 A 时导热热阻 $[^\circ C/W]$

$r_\lambda = \delta/\lambda$ – 单位面积上导热热阻 $[\mathrm{m}^2\,{}^\circ\mathrm{C/W}]$

$\boxed{\text{当导热系数}\lambda \neq const\text{或}q_V \neq 0\text{时，}}$

平壁内的温度分布将不再呈现出线性分布的特点，热阻形式也将发生变化。

切不可盲目引用一些既成的结论而忽视该结论成立的条件！★★

(2) λ 随温度变化、无内热源

$$\frac{d}{dx}\left(\lambda\frac{dT}{dx}\right)=0 \qquad \begin{cases} x=0,\ T=T_{w1} \\ x=\delta,\ T=T_{w2} \end{cases}$$

$$\lambda=\lambda_0(1+bT) \qquad \lambda_0\text{、}b\text{为常数}$$

导热系数随温度呈线性变化

$$\frac{d}{dx}\left(\lambda_0(1+bT)\frac{dT}{dx}\right)=0$$

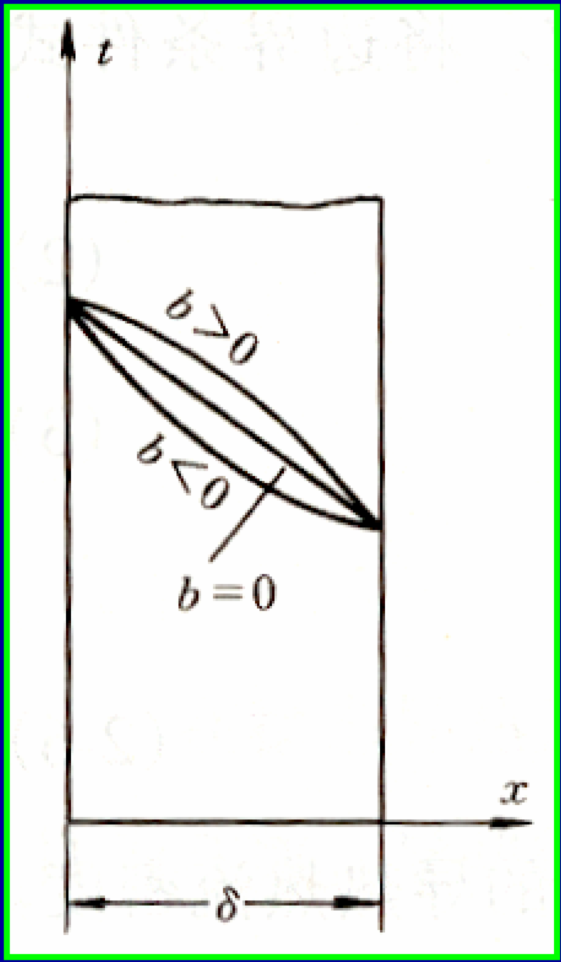
直接积分，得：

$$\lambda_0(1+bT)\frac{dT}{dx}=c_1$$

$$\lambda_0(T+\frac{b}{2}T^2)=c_1x+c_2$$

根据边界条件，得：

$$\lambda_0(T_{w1}+\frac{b}{2}T_{w1}^2)=c_2;\quad \lambda_0(T_{w2}+\frac{b}{2}T_{w2}^2)=c_1\delta+c_2$$



$$c_2=\lambda_0\left(T_{w1}+\frac{b}{2}T_{w1}^2\right)$$

$$c_1=\frac{\lambda_0\left(T_{w2}+\frac{b}{2}T_{w2}^2\right)-\lambda_0\left(T_{w1}+\frac{b}{2}T_{w1}^2\right)}{\delta}$$

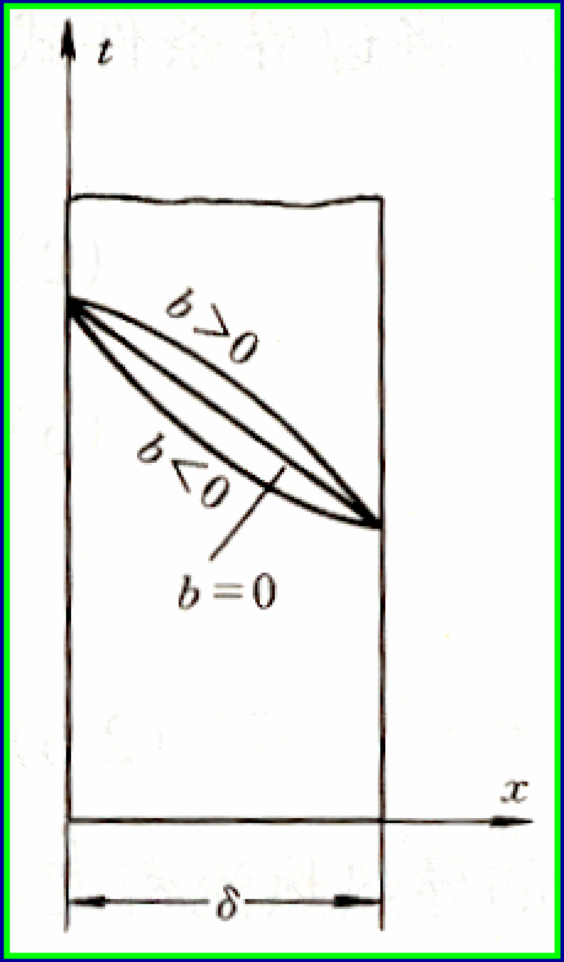
$$=-\frac{T_{w1}-T_{w2}}{\delta}\lambda_0\left[1+\frac{b}{2}\left(T_{w1}+T_{w2}\right)\right]$$

- 温度分布：

二次曲线方程

$$T+\frac{b}{2}T^2=\left(T_{w1}+\frac{b}{2}T_{w1}^2\right)-\frac{T_{w1}-T_{w2}}{\delta}\left[1+\frac{b}{2}\left(T_{w1}+T_{w2}\right)\right]x$$

曲线的凹凸性



$$\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{b}{1+bT}\left(\frac{dT}{dx}\right)^2 = -\frac{b}{\lambda/\lambda_0}\left(\frac{dT}{dx}\right)^2$$

当$b>0$时：$\dfrac{d^2T}{dx^2}<0$ （下凹）

当$b=0$时：$\dfrac{d^2T}{dx^2}=0$ （直线）

当$b<0$时：$\dfrac{d^2T}{dx^2}>0$ （上凸）

思考：从稳态导热过程分析

■ 热流密度：

$$q=-\lambda\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}=-\lambda_0[1+bT]\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}$$

$$=-c_1=\frac{T_{w1}-T_{w2}}{\delta}\lambda_0\left[1+\frac{b}{2}(T_{w1}+T_{w2})\right]$$

记平均导热系数：

$$\overline{\lambda}=\lambda_0[1+b\overline{T}]=\lambda_0\left[1+\frac{b}{2}(T_{w1}+T_{w2})\right]$$

$$q=-\lambda\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}=\overline{\lambda}\frac{T_{w1}-T_{w2}}{\delta}$$

导热系数线性变化

思考:

导热系数与温度呈线性变化，热阻的形式?

$$\overline{\lambda} = \lambda_0\left[1 + b\overline{T}\right] = \lambda_0\left[1 + \frac{b}{2}(T_{w1} + T_{w2})\right]$$

$$q = -\lambda\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = \overline{\lambda}\frac{T_{w1} - T_{w2}}{\delta}$$

若导热系数与温度呈复杂的变化规律，热阻的形式?

(3) λ为常数、有内热源

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{q_v}{\lambda}=0 \qquad \begin{cases} x=0,\ T=T_{w1} \\ x=\delta,\ T=T_{w2} \end{cases}$$

直接积分，得：

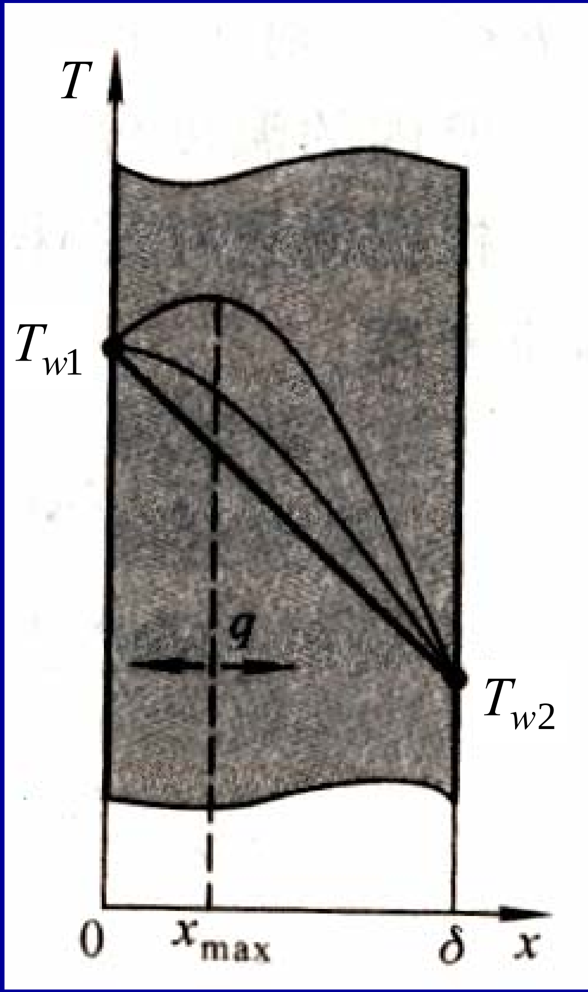
$$\frac{dT}{dx}=-\frac{q_v}{\lambda}x+c_1$$

$$T = -\frac{q_v}{2\lambda}x^2 + c_1 x + c_2$$

根据边界条件，得：

$$T_{w1} = c_2; \quad T_{w2} = -\frac{q_v}{2\lambda}\delta^2 + c_1\delta + c_2$$

$$c_2 = T_{w1}; \quad c_1 = -\frac{T_{w1} - T_{w2}}{\delta} + \frac{q_v}{2\lambda}\delta$$



温度分布：

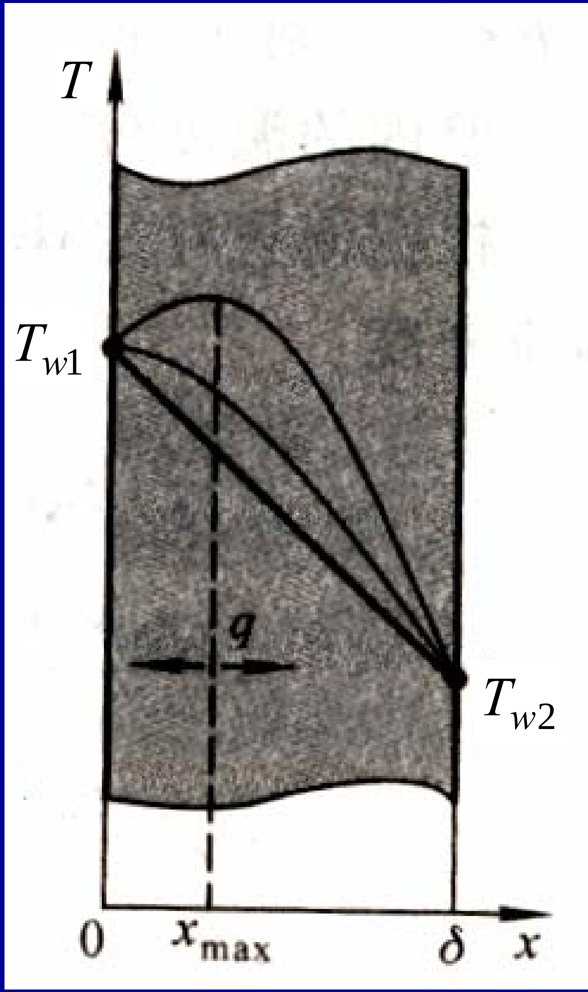
$$T = -\frac{q_v}{2\lambda}x^2 + \left(-\frac{T_{w1} - T_{w2}}{\delta} + \frac{q_v}{2\lambda}\delta\right)x + T_{w1}$$

$$= \frac{(\delta x - x^2)}{2\lambda}q_v - \frac{T_{w1} - T_{w2}}{\delta}x + T_{w1}$$

热流密度：

$$q = -\lambda\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = -\lambda\left[\frac{(\delta - 2x)}{2\lambda}q_v - \frac{T_{w1} - T_{w2}}{\delta}\right]$$

当没有内热源时：$q_v = 0$； $T = T_{w1} - \dfrac{T_{w1} - T_{w2}}{\delta}x$



温度极值点：

当$T_{w1}=T_{w2}$时：$T=\dfrac{(\delta x-x^2)}{2\lambda}q_v+T_{w1}$

令：$\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}=\dfrac{(\delta-2x)}{2\lambda}q_v=0\Rightarrow x=\dfrac{\delta}{2}$

问题：温度的极值能否落在0与δ之外？

当$T_{w1}\neq T_{w2}$时：$\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}=\dfrac{\delta}{2\lambda}q_v-\dfrac{x}{\lambda}q_v+\dfrac{T_{w2}-T_{w1}}{\delta}$

令：$\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}=0\quad\Rightarrow\quad x=\dfrac{\delta}{2}+\dfrac{T_{w2}-T_{w1}}{\delta}\dfrac{\lambda}{q_v}$

2、多层平壁(无内热源，导热系数为常数)

多层平壁：由几层不同材料组成　热阻分析法

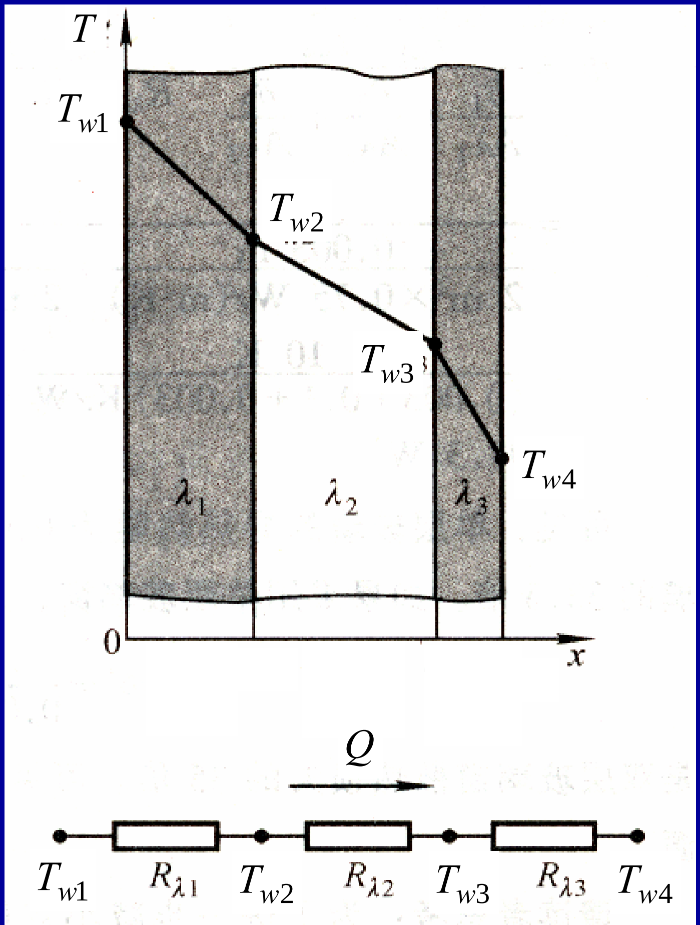


图 9－11　三层平壁的稳态导热

假设各层之间接触良好，可以近似地认为接合面上各处的温度相等

$$Q=\frac{T_{w1}-T_{w}\cdots}{\delta_1/\lambda_1 A\cdots}$$

Q=温差除以热阻之和

$$Q=\frac{T_{w1}-T_{w4}}{\dfrac{\delta_1}{\lambda_1 A}+\dfrac{\delta_2}{\lambda_2 A}+\dfrac{\delta_3}{\lambda_3 A}}$$

$$q=\frac{Q}{A}=\frac{T_{w1}-T_{w4}}{\dfrac{\delta_1}{\lambda_1}+\dfrac{\delta_2}{\lambda_2}+\dfrac{\delta_3}{\lambda_3}}$$

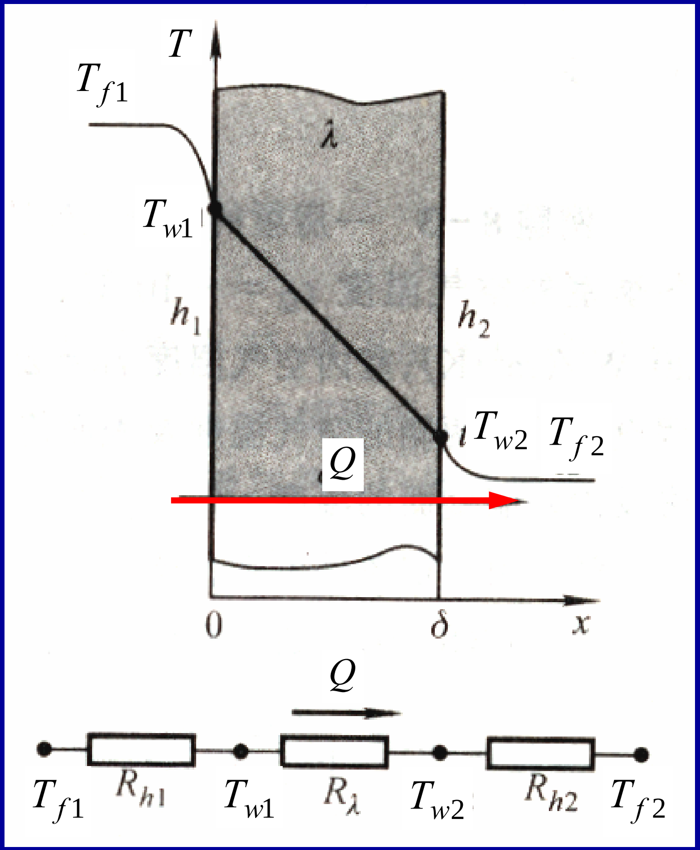
对于多层（n层）平壁：

$$Q = \frac{T_{w1} - T_{w\,n+1}}{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} R_{\lambda\,\mathrm{i}}}$$

$$R_{\lambda\,\mathrm{i}} = \frac{\delta_i}{\lambda_i A}$$

二、第三类边界条件下通过平壁的一维稳态导热

1、单层平壁（λ为常数、无内热源）



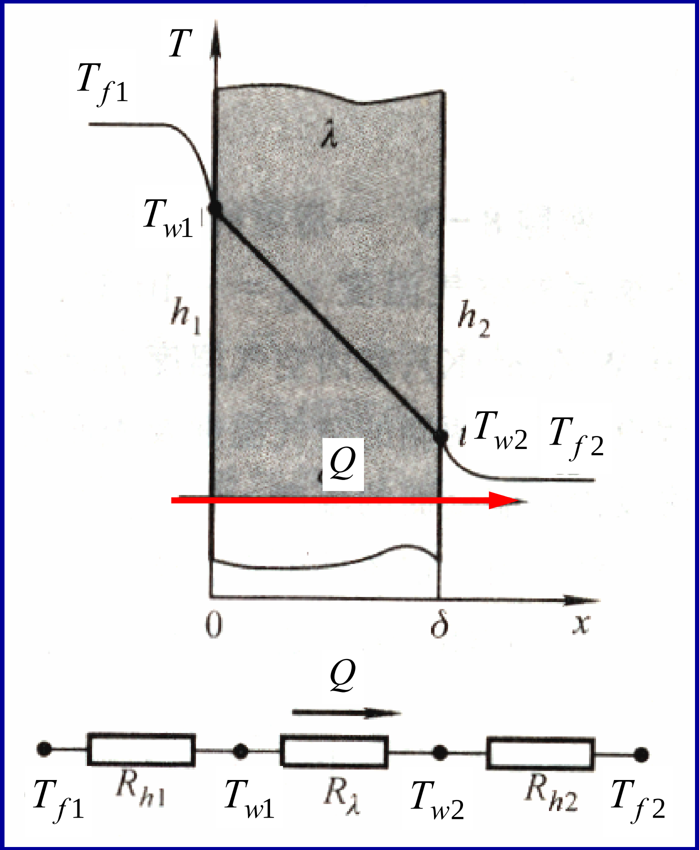
$$\frac{d^2T}{dx^2}=0$$

$$x=0,\ -\lambda\frac{dT}{dx}=h_1(T_{f1}-T_{w1})$$

$$x=\delta,\ -\lambda\frac{dT}{dx}=h_2(T_{w2}-T_{f2})$$

- 该问题就是在前面绪论中提到的传热过程

在稳态传热过程传热过程中：

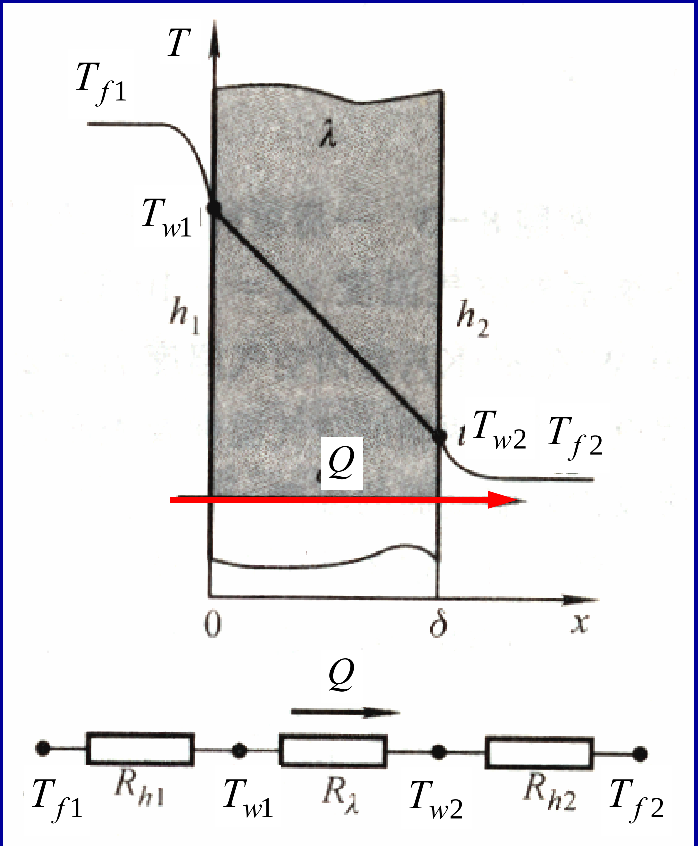


$$q_{x=0} = h_1(T_{f1} - T_{w1})$$

$$q = \lambda(T_{w1} - T_{w2}) / \delta$$

$$q_{x=\delta} = h_2(T_{w2} - T_{f2})$$

$$q_{x=0} = q_{x=\delta} = q$$



$$q = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\dfrac{1}{h_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{h_2}} = k(T_{f1} - T_{f2})$$

$$k = \frac{1}{\dfrac{1}{h_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{h_2}}$$

k — 传热系数 [W/(m²K)]

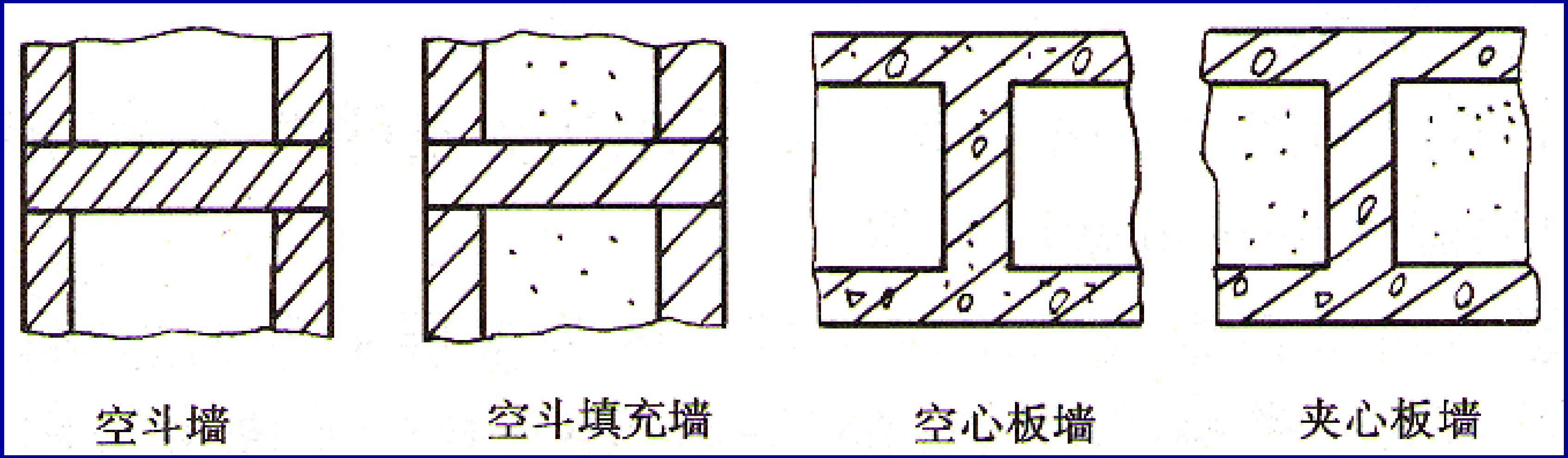
2、多层平壁（λ为常数、无内热源）

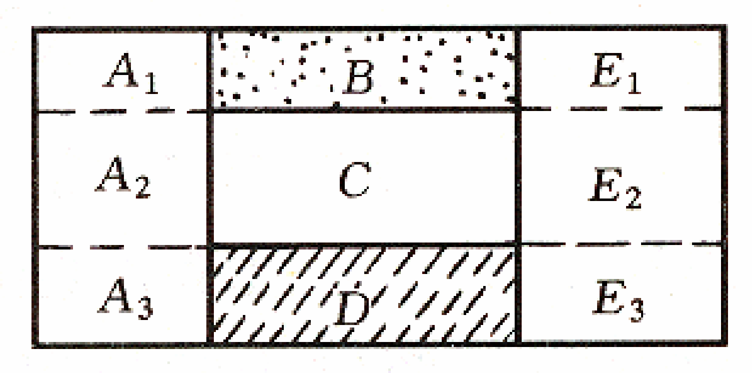
$$q = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\dfrac{1}{h_1} + \sum_{i=1}^{n} \dfrac{\delta_i}{\lambda_i} + \dfrac{1}{h_2}} \qquad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

通过复合平壁的导热

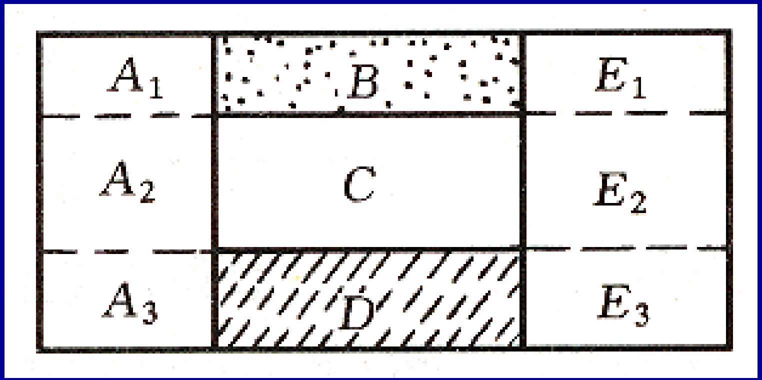
工程上会遇到这样一类平壁：无论沿宽度还是厚度方向，都是由不同材料组合而成 —— 复合平壁

如：空斗墙、空斗填充墙、空心板墙、夹心板墙





在复合平壁中，由于不同材料的导热系数不同，严格地说复合平壁的温度场是二维或三维的。

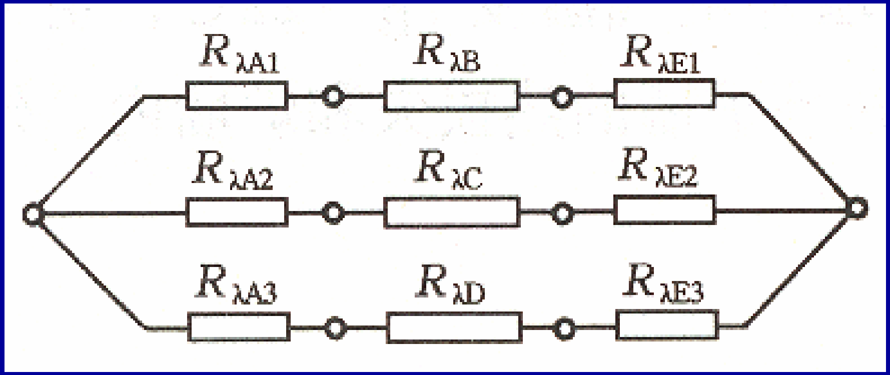


简化处理：当组成复合平壁的各种不同材料的导热系数相差不大时，可近似当作一维导热问题处理

复合平壁的导热量：$\Phi = \dfrac{\Delta t}{\sum R_\lambda}$

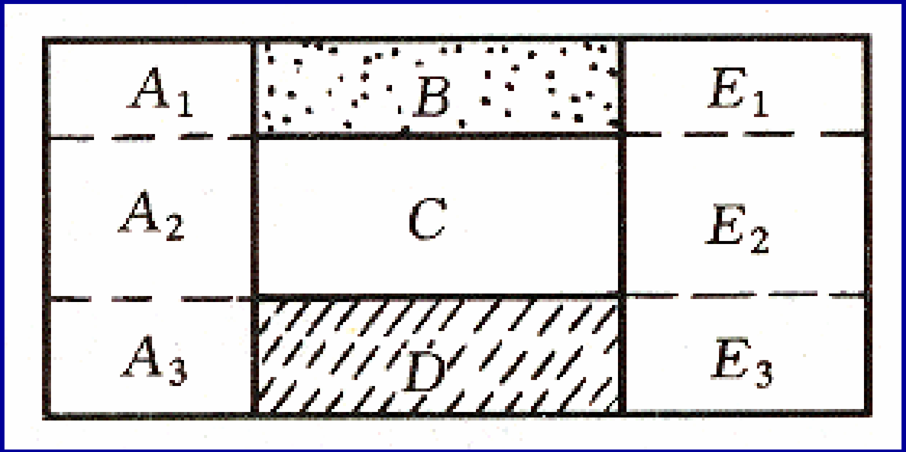
两侧表面总温差

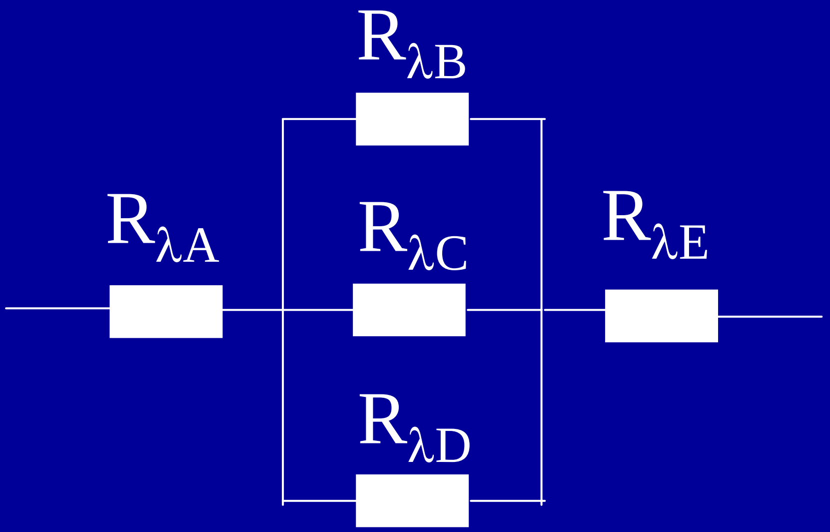
总导热热阻



B、***C***、***D***材料的导热系数相差不大时，假设与 x 方向平行的表面是绝热的

$$\sum R_\lambda = \frac{1}{\dfrac{1}{R_{\lambda \mathrm{A1}} + R_{\lambda \mathrm{B}} + R_{\lambda \mathrm{E1}}} + \dfrac{1}{R_{\lambda \mathrm{A2}} + R_{\lambda \mathrm{C}} + R_{\lambda \mathrm{E2}}} + \dfrac{1}{R_{\lambda \mathrm{A3}} + R_{\lambda \mathrm{D}} + R_{\lambda \mathrm{E3}}}}$$

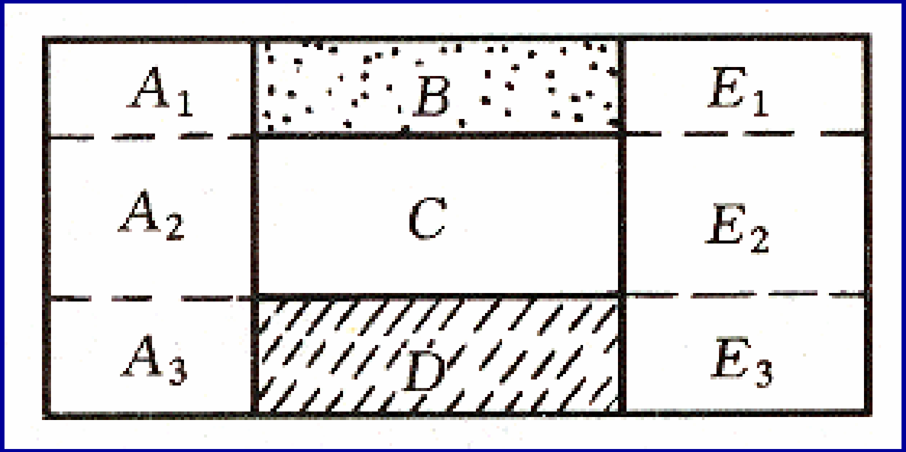




B、***C***、***D***材料的导热系数相差不大时，假设垂直于 ***x*** 方向的表面是等温的

$$\sum R_\lambda = R_{\lambda\,\mathrm{A}} + \frac{1}{\dfrac{1}{R_{\lambda\,\mathrm{B}}} + \dfrac{1}{R_{\lambda\,\mathrm{C}}} + \dfrac{1}{R_{\lambda\,\mathrm{D}}}} + R_{\lambda\,\mathrm{E}}$$

这两种方法得到的结果的差异随***B***、***C***、***D***材料导热系数的差异的增大而增加



若*B*、*C*、*D*材料的导热系数相差较大时，应按二维或三维温度场计算。准确的方法是数值求解。

作为近似的简便计算，可按上述第一种方法、根据串、并联热阻方法计算总热阻后，再加以修正

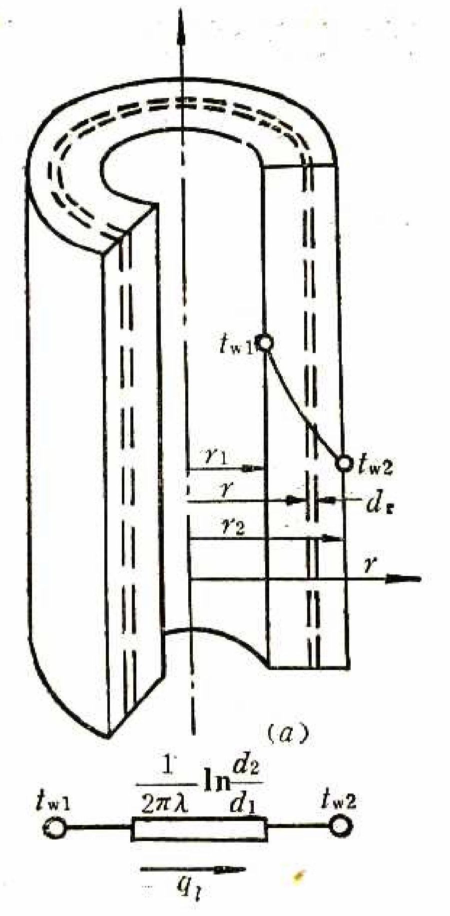
二维热流影响的修正系数　　表 2-1

$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$	φ	$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$	φ
0.09~0.19	0.86	0.4~0.69	0.96
0.2~0.39	0.93	0.7~0.99	0.98

2-5 通过圆筒壁的导热

一、第一类边界条件下通过圆筒壁的导热

1、单层圆筒壁(无内热源,导热系数为常数)

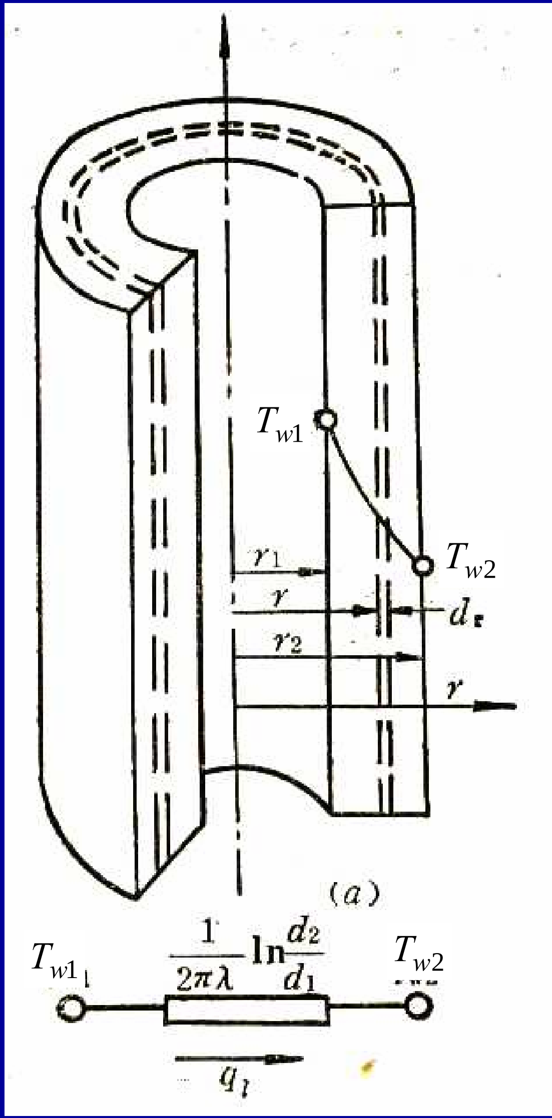


工程上许多导热体是圆筒形的，如：热力管道、换热器中的管道等

圆筒壁的外半径小于长度的1/10时，可以看作无限长；内、外壁温保持均匀时，不必考虑轴向和周向导热

→ 一维径向稳态导热

假设：单圆筒的长度为L，热导率为定值、无内热源



a) 导热微分方程:

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0$$

b) 几何条件：单层圆筒壁；r_1，r_2

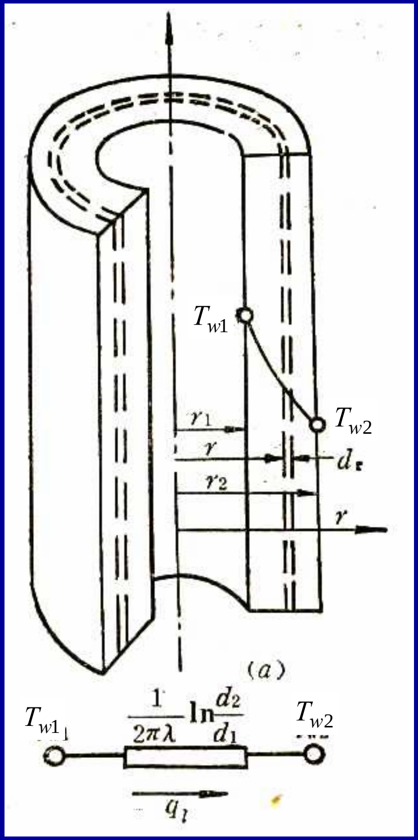
c) 物理条件：λ 已知；无内热源

e) 边界条件：$r = r_1$，$T = T_{w1}$；

$r = r_2$，$T = T_{w2}$

$$r\frac{dT}{dr} = c_1 \quad \Rightarrow \quad T = c_1 \ln r + c_2$$

$$T_{w1} = c_1 \ln r_1 + c_2; \quad T_{w2} = c_1 \ln r_2 + c_2$$



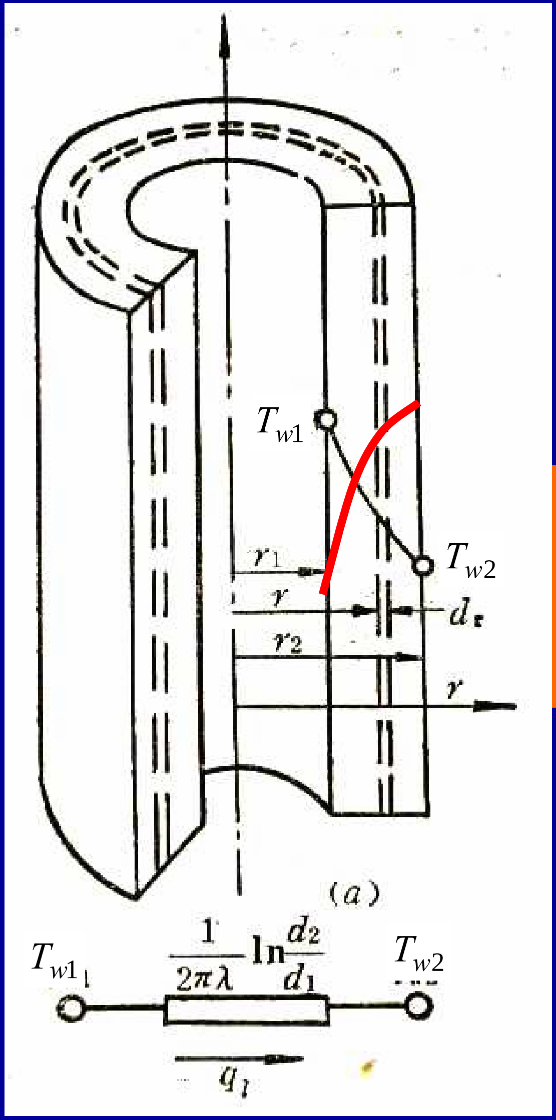
圆筒壁内温度分布：

$$c_1 = \frac{T_{w2} - T_{w1}}{\ln(r_2/r_1)};$$

$$c_2 = T_{w1} - (T_{w2} - T_{w1})\frac{\ln r_1}{\ln(r_2/r_1)}$$

$$\therefore \quad T = \frac{T_{w2} - T_{w1}}{\ln(r_2/r_1)}\ln r + T_{w1} - (T_{w2} - T_{w1})\frac{\ln r_1}{\ln(r_2/r_1)}$$

$$= T_{w1} - (T_{w1} - T_{w2})\frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)}$$



圆筒壁内温度分布：

$$T = T_{w1} - (T_{w1} - T_{w2})\frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)}$$

圆筒壁内温度分布曲线的形状？

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{T_{w1} - T_{w2}}{\ln(r_2/r_1)}\frac{1}{r}; \quad \frac{d^2T}{dr^2} = \frac{T_{w1} - T_{w2}}{\ln(r_2/r_1)}\frac{1}{r^2}$$

若 $T_{w1} > T_{w2}$: $\dfrac{d^2T}{dr^2} > 0$ 向上凸

若 $T_{w1} < T_{w2}$: $\dfrac{d^2T}{dr^2} < 0$ 向下凹

$$Q = -\lambda A\frac{dT}{dr} = -\lambda 2\pi rL\left(-\frac{T_{w1} - T_{w2}}{\ln(r_2/r_1)}\frac{1}{r}\right) = \frac{T_{w1} - T_{w2}}{\frac{1}{2\pi\lambda L}\ln\frac{r_2}{r_1}} = \frac{T_{w1} - T_{w2}}{R_\lambda} \quad [\mathrm{W}]$$

- 圆筒壁内导热热流量：

$$Q=\frac{T_{w1}-T_{w2}}{\frac{1}{2\pi\lambda L}\ln\frac{r_2}{r_1}}=\frac{T_{w1}-T_{w2}}{R_\lambda}\quad[\mathrm{W}]$$

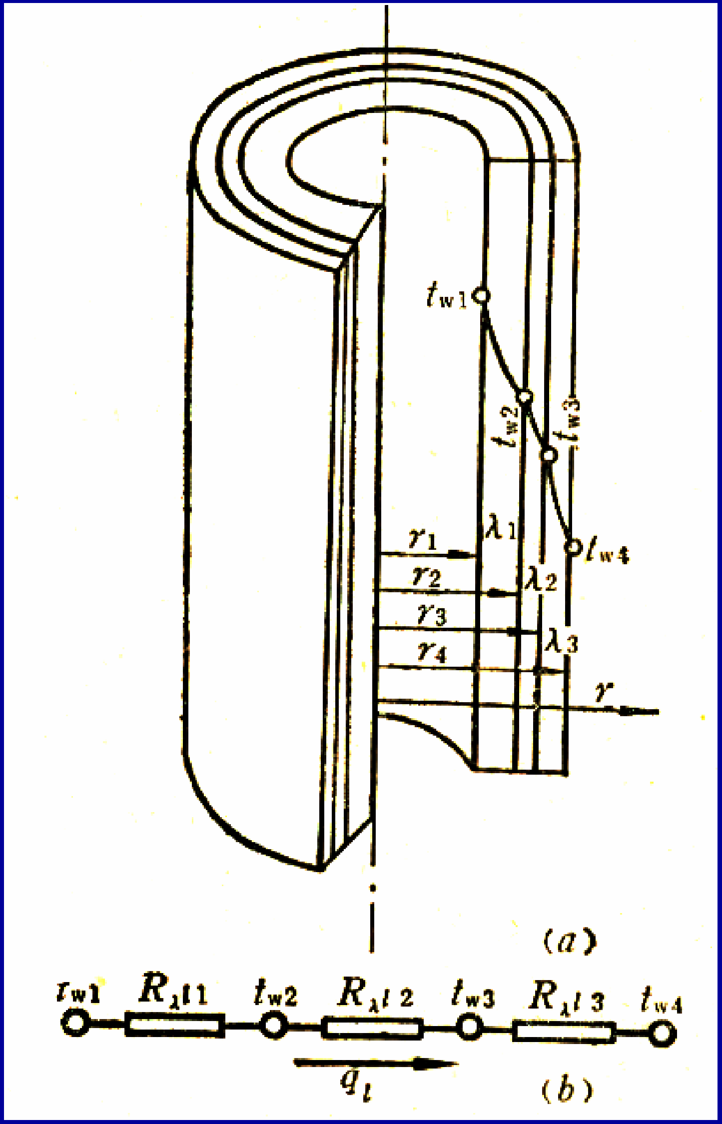
$$R_\lambda=\frac{1}{2\pi\lambda L}\ln\frac{r_2}{r_1}$$ —— 长度为L的圆筒壁的导热热阻 $[^\circ\mathrm{C/W}]$

- 单位长度圆筒壁的热流量：

$$q_l=\frac{Q}{L}=\frac{T_{w1}-T_{w2}}{\frac{1}{2\pi\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1}}=\frac{T_{w1}-T_{w2}}{R_{\lambda l}}\quad[\mathrm{W/m}]$$

$$R_{\lambda l}=\frac{1}{2\pi\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1}$$ —— 单位长度圆筒壁的导热热阻 $[\mathrm{m\cdot{}^\circ C/W}]$

2、多层圆筒壁(无内热源,导热系数为常数)



由不同材料构成的多层圆筒壁，其导热热流量可按总温差和总热阻计算

$$Q=\frac{T_{w1}-T_{w4}}{\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{2\pi\lambda_i L}\ln\frac{r_{i+1}}{r_i}} \qquad [\mathrm{W}]$$

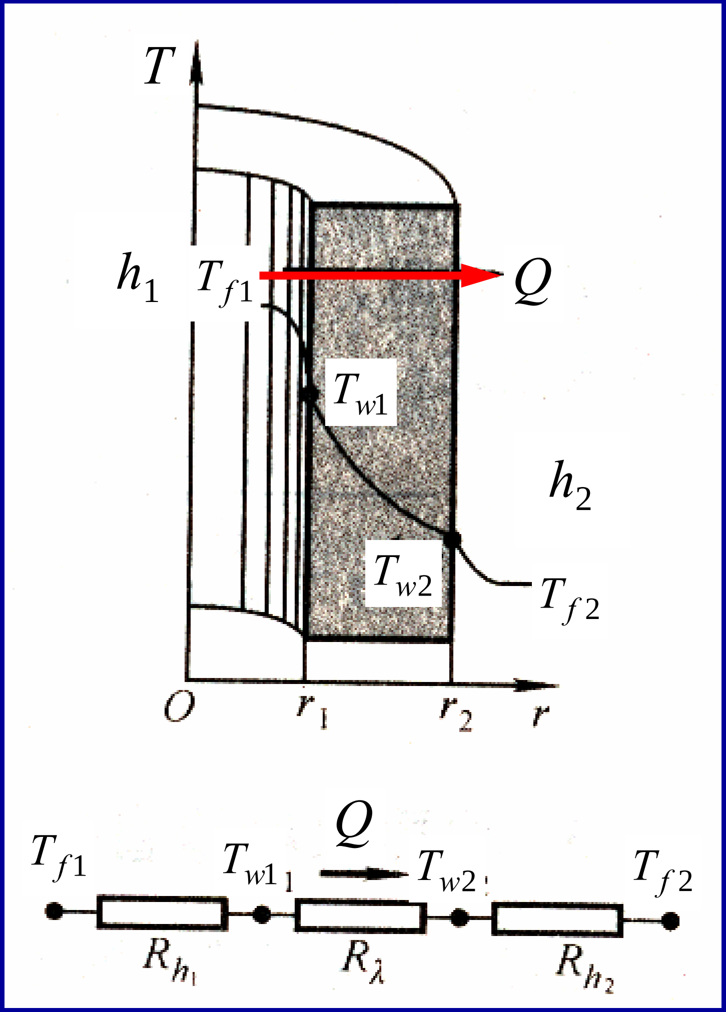
$$q_l=\frac{T_{w1}-T_{w4}}{\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{2\pi\lambda_i}\ln\frac{r_{i+1}}{r_i}} \qquad [\mathrm{W/m}]$$

n 层圆筒壁

$$q_l=\frac{T_{w1}-T_{wn+1}}{\sum_{i=1}^{n}R_{\lambda li}}=\frac{T_{w1}-T_{wn+1}}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2\pi\lambda_i}\ln\frac{r_{i+1}}{r_i}}$$

二、第三类边界条件下通过圆筒壁的导热

1、单层圆筒壁(无内热源,导热系数为常数)

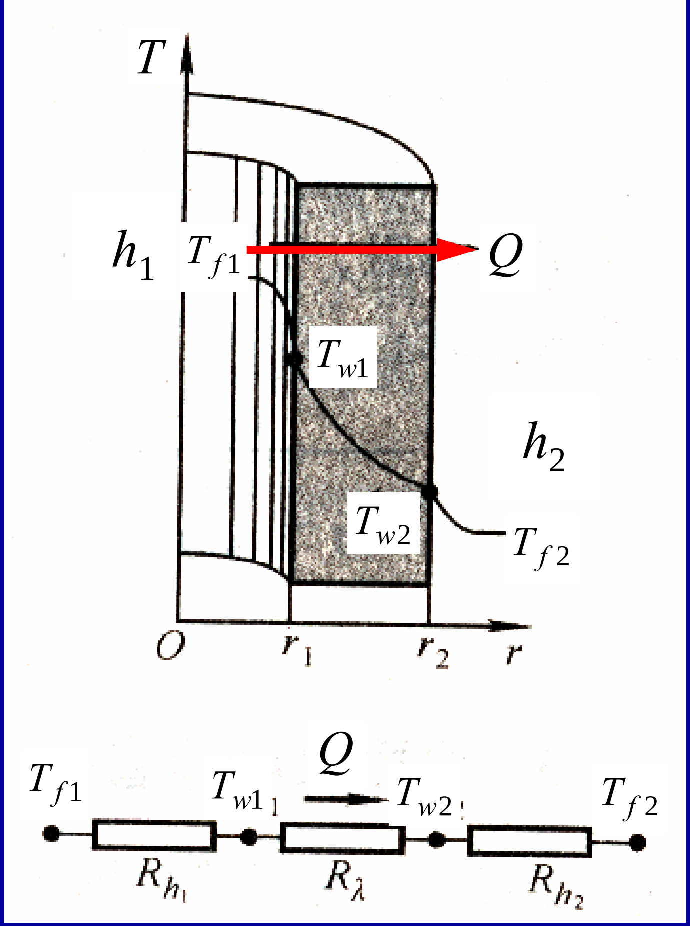


条件：热导率为定值、无内热源

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)=0$$

$$r=r_1,\ -\lambda\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r1}=h_1(T_{f1}-T_{w1})$$

$$r=r_2,\ -\lambda\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r2}=h_2(T_{w2}-T_{f2})$$



稳态导热：

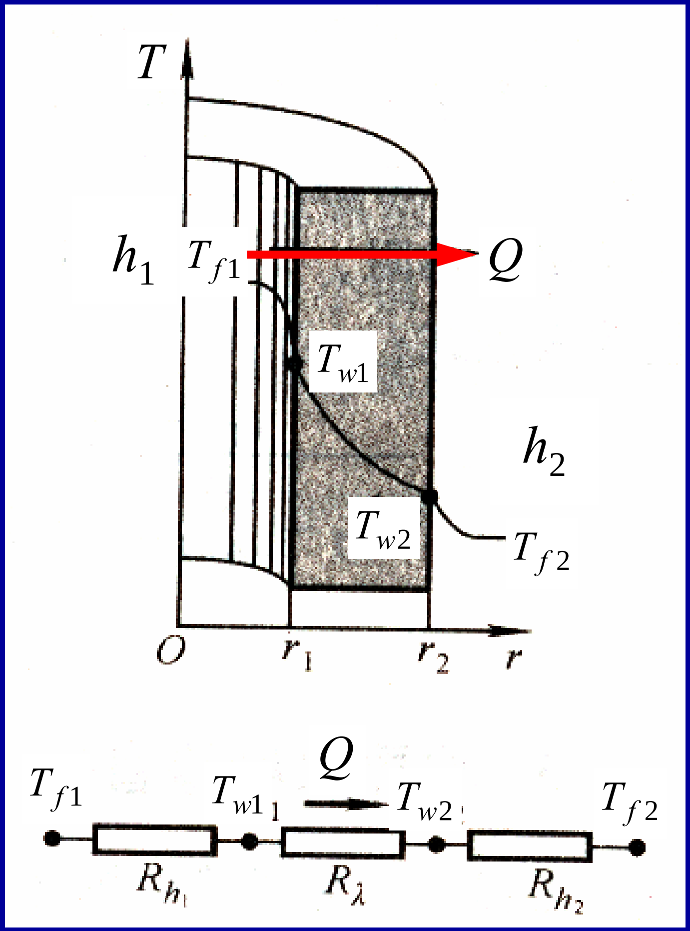
$$q_l\big|_{r1} = 2\pi r_1 h_1 (T_{f1} - T_{w1})$$

$$q_l = \frac{T_{w1} - T_{w2}}{\dfrac{1}{2\pi\lambda}\ln\dfrac{r_2}{r_1}}$$

$$q_l\big|_{r2} = 2\pi r_2 h_2 (T_{w2} - T_{f2})$$

$$R_l = \frac{1}{h_1 2\pi r_1} + \frac{1}{2\pi\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{h_2 2\pi r_2} = \frac{1}{h_1 \pi d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{h_2 \pi d_2}$$

通过单位长度圆筒壁传热过程的热阻 [mK/W]



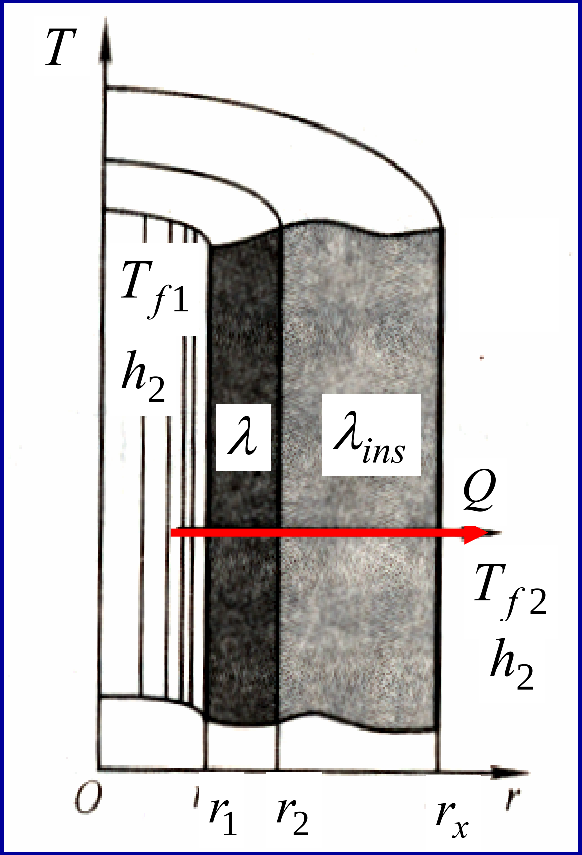
思考：温度分布应如何求出？

2、多层圆筒壁

$$q_l = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\dfrac{1}{h_1 \pi d_1} + \sum_{i=1}^{n} \dfrac{1}{2\pi\lambda_i} \ln \dfrac{d_{i+1}}{d_i} + \dfrac{1}{h_2 \pi d_{n+1}}}$$

2-6 临界热绝缘直径

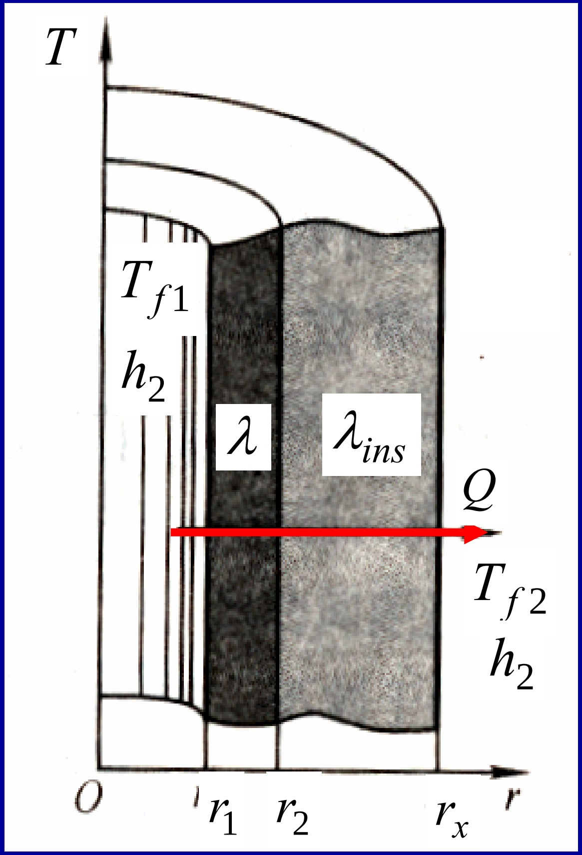
一、问题的引出



工程上，为减少管道的散热损失，常在管道外侧覆盖热绝缘层或称隔热保温层

问题：覆盖热绝缘层是否在任何情况下都能减少热损失？保温层是否越厚越好？为什么？

二、热阻分析



- 单位长度管道上的总热阻：

$$R_l = \frac{1}{h_1 \pi d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda_{ins}}\ln\frac{d_x}{d_2} + \frac{1}{h_2 \pi d_x}$$

对给定管道：$\boldsymbol{h_1}$、$\boldsymbol{h_2}$、$\boldsymbol{d_1}$、$\boldsymbol{d_2}$、λ给定

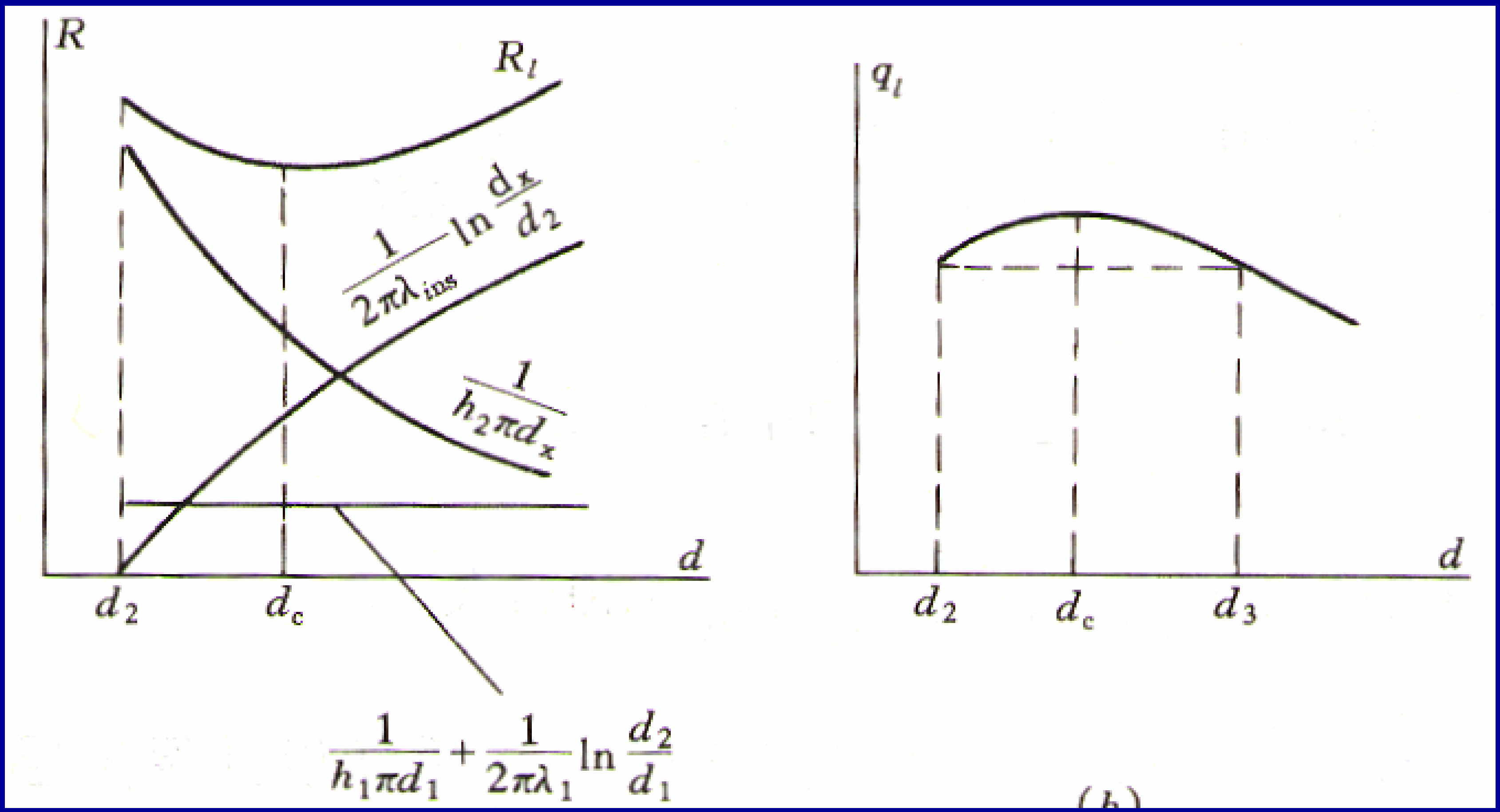
前两项为定值，后两项随$\boldsymbol{d_x}$变化而变化

$$d_x \uparrow \Rightarrow \ln\frac{d_x}{d_2}\uparrow, \quad \frac{1}{h_2 \pi d_x}\downarrow$$

结论：$\boldsymbol{R_l \sim d_x}$ 非单调变化

— 先减小、后增大；有极小值

总热阻：$$R_l = \frac{1}{h_1 \pi d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda_{ins}}\ln\frac{d_x}{d_2} + \frac{1}{h_2 \pi d_x}$$



临界热绝缘直径：总热阻达到极小值时的热绝缘层外径

三、临界绝热直径

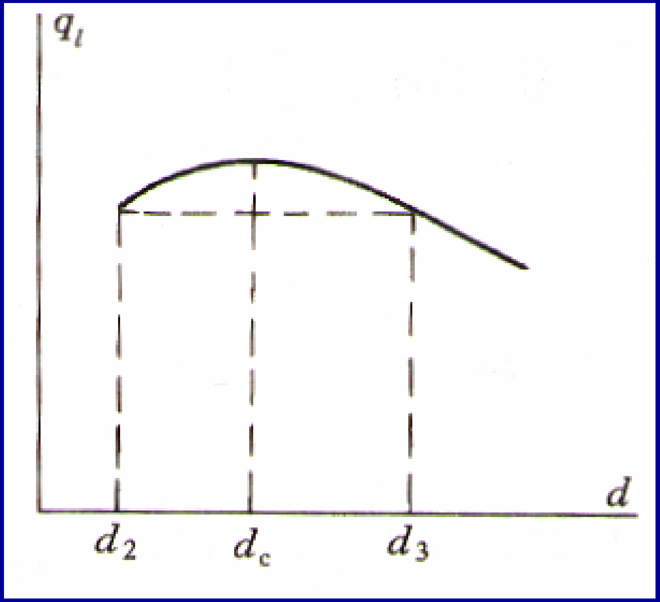
总热阻: $$R_l = \frac{1}{h_1 \pi d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda_{ins}}\ln\frac{d_x}{d_2} + \frac{1}{h_2 \pi d_x}$$

求极值:

$$\frac{dR_l}{dd_x} = \frac{1}{2\pi\lambda_{ins}}\frac{1}{d_x} - \frac{1}{h_2 \pi d_x^2} = 0 \Rightarrow \boxed{d_x = d_c = \frac{2\lambda_{ins}}{h_2}}$$

总热阻达到极小值?

$$\left.\frac{d^2 R_l}{dd_x^2}\right|_{d_x = d_c} = \left.\left(-\frac{1}{2\pi\lambda_{ins}}\frac{1}{d_x^2} + \frac{2}{h_2 \pi d_x^3}\right)\right|_{d_c} = \frac{h_2^2}{8\pi\lambda_{ins}^3} > 0 \Rightarrow \text{极小值}$$



- 临界绝热直径只取决于管道外部的对流换热系数和保温材料的导热系数，该值是工程应用中的一个判据。

- 注意：若$\boldsymbol{d_2 < d_c}$，当$\boldsymbol{d_x}$在$\boldsymbol{d_2}$与$\boldsymbol{d_3}$范围内时，管道向外的散热量比无绝缘层时更大，只有

$$d_x > d_3 \Rightarrow q_l \downarrow$$

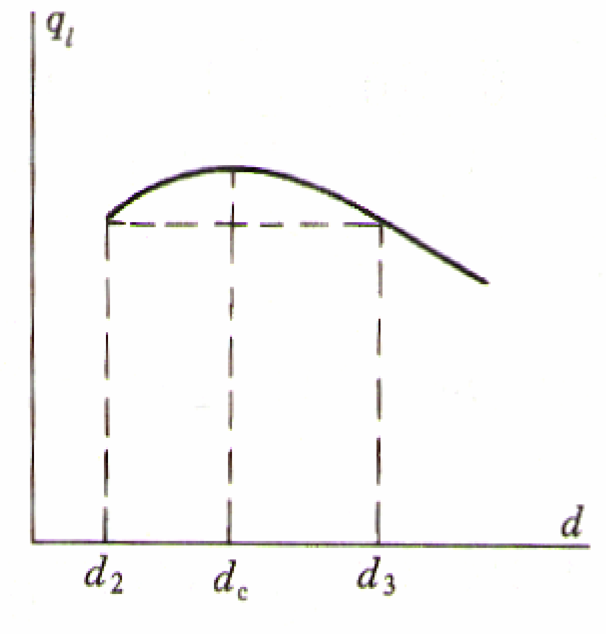
只有当$\boldsymbol{d_2 \geq d_c}$时，覆盖绝热层肯定减少热损失！

- 临界绝热直径只取决于管道外部的对流换热系数和保温材料的导热系数，该值是工程应用中的一个判据。

例：电线, 包黑胶布: λ_{ins}=0.04W/(mK)，h_{air}=10W/(m^{2}K)

$$d_c = 2\lambda_{\text{胶布}} / h_{\text{air}} = 8\text{mm}$$

一般 $d_2 \sim 2\text{mm} < d_c$ ⟹ 有利于散热!



问题：如何确定 d_3？

$$R_l = \frac{1}{h_1 \pi d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda_{ins}}\ln\frac{d_x}{d_2} + \frac{1}{h_2 \pi d_x}$$

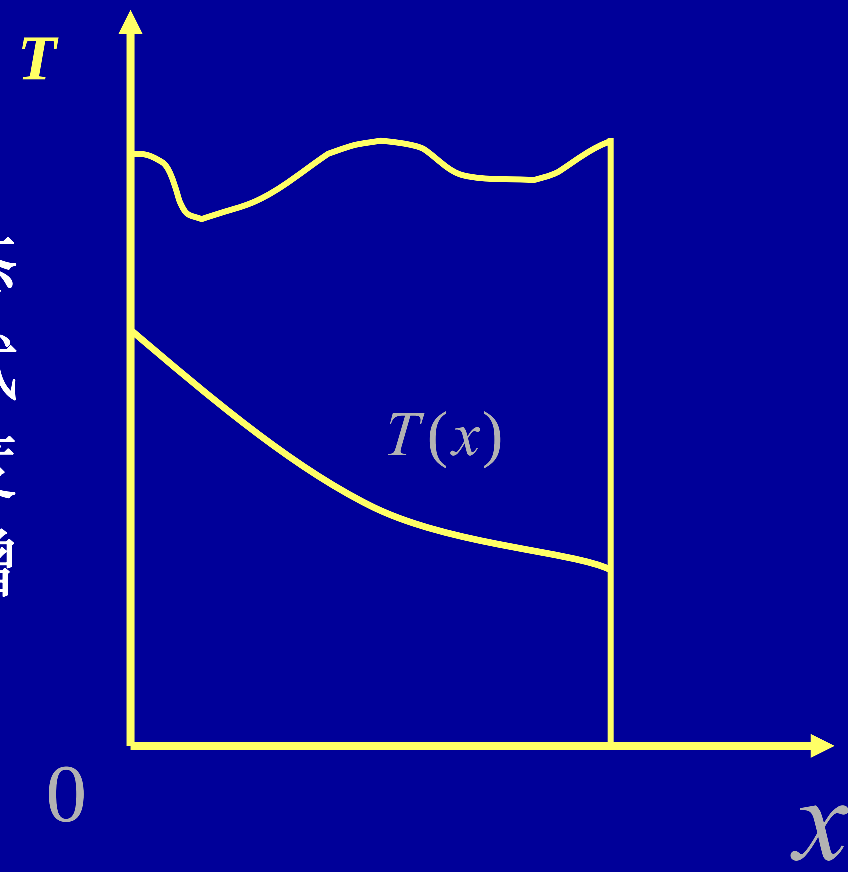
$$\frac{1}{2\pi\lambda_{ins}}\ln\frac{d_2}{d_2} + \frac{1}{h_2 \pi d_2} = \frac{1}{2\pi\lambda_{ins}}\ln\frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{h_2 \pi d_3}$$

$$d_3 = e^{\left[\ln d_2 + \frac{2\lambda_{ins}}{h_2}\left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_3}\right)\right]}$$

迭代求解 d_3

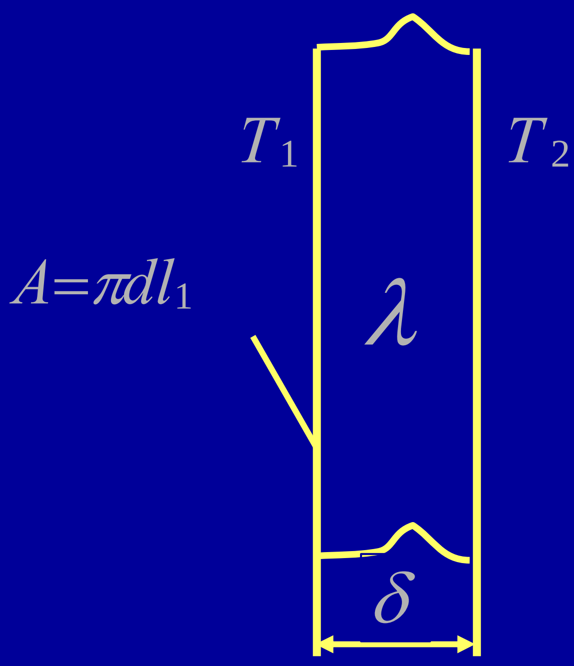
例2-1

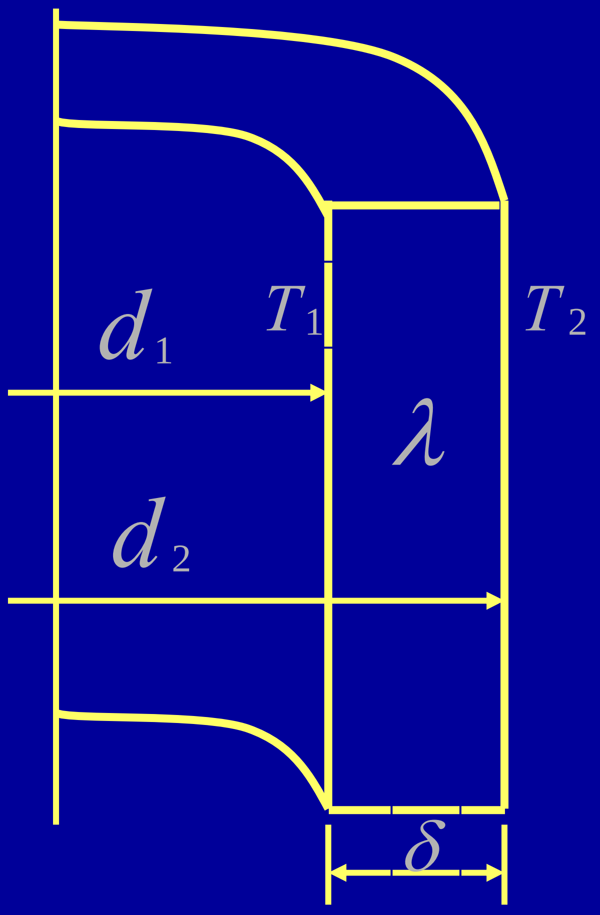
一维无内热源、平壁稳态导热的温度场如图所示。试说明它的导热系数是随温度增加而增加，还是随温度增加而减小？



例2-2

平壁与圆管壁材料相同，厚度相同，在两侧表面温度相同的条件下，圆管内表面积等于平壁表面积，如图所示，试问那种情况下导热量大？





解：由题意，平壁导热量$Q_1=\dfrac{\Delta T}{\dfrac{\delta}{\lambda A}}=\dfrac{\Delta T}{\dfrac{\delta}{\lambda\pi d_1 l}}$

圆管壁导热量$Q_2=\dfrac{\Delta T}{\dfrac{1}{2\pi\lambda l}\ln\dfrac{d_2}{d_1}}$

故换热量之比：$\dfrac{Q_1}{Q_2}=\dfrac{\dfrac{1}{2\pi\lambda l}\ln\dfrac{d_2}{d_1}}{\dfrac{\delta}{\pi\lambda d_1 l}}=\dfrac{\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{d_2}{d_1}}{\dfrac{\delta}{d_1}}=\dfrac{\ln(1+\dfrac{2\delta}{d_1})}{\dfrac{2\delta}{d_1}}$

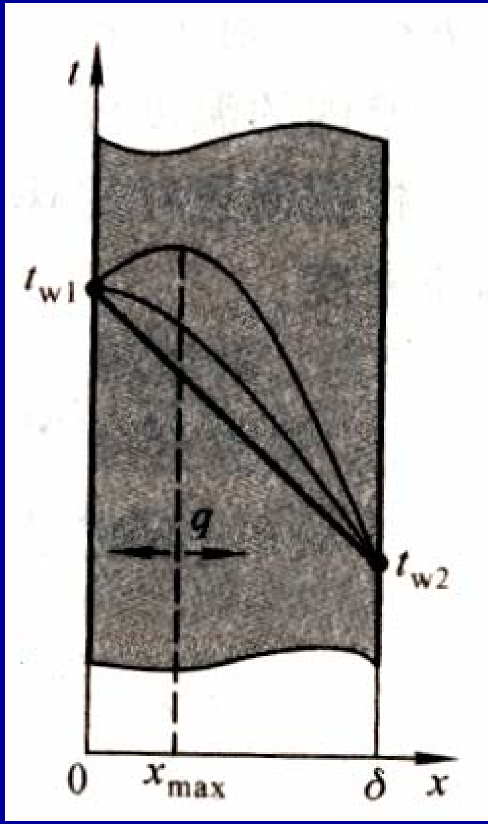
显然，$\dfrac{Q_1}{Q_2}<1$，所以圆管壁的导热量大。

例2-3

如图所示的墙壁，其导热系数为50 W/m^2C ，厚度为50mm，在稳态情况下的墙壁内一维温度分布为：$T=200-2000x^2$, 式中 ***T*** 的单位为 ℃，***x***的单位为m，试求：

(1) 墙壁两侧表面的热流密度；

(2) 壁内单位体积的内热源生成热。



解：（1）由傅立叶定律：

$$q=-\lambda\frac{dT}{dx}=-\lambda(-4000x)=4000\lambda x$$

所以墙壁两侧表面的热流密度：

$$q\big|_{x-0}=-\lambda\frac{dT}{dx}\big|_{x=0}=0$$

$$q\big|_{x=\delta}=4000\lambda x\big|_{x=\delta}=4000\times50\times0.05=10\,kW\big/m^2$$

(2)由导热微分方程：$\dfrac{d^2T}{dx^2}+\dfrac{q_v}{\lambda}=0$

得：$q_v=-\lambda\dfrac{d^2T}{dx^2}=-\lambda(-4000)=4000\lambda$

$$=4000\times50=2\times10^5\,W\big/m^3$$

思考：能否用其它途径？

讨论：由能量守恒，设沿热量传播方向的面积为**A**，则

$$q_V A\delta = q|_{x=\delta} A - q|_{x=0} A$$

即：
$$q_V \delta = q|_{x=\delta} - q|_{x=0}$$

将上述数值代入$q_v = 2\times10^5 W/m^3$ 。这表明，用两种方法求得的 q_v值相同。

本讲要点

- 掌握一维稳态导热的微分方程
- 掌握一维稳态导热的分析过程

  第一类边界条件、第三类边界条件//复合壁
- 掌握热阻分析的方法

  注意热阻的概念和表达式(条件!)
- 温度分布的定性分析

  变导热系数，变截面，内热源，边界条件
- 临界绝热直径

  临界绝热直径的概念，应用