

文章编号:1000-6893(2007)05-1033-07

结构/直角切割网格下时域有限体积法 在计算电磁中的应用研究

陈刚, 高正红

(西北工业大学 航空学院, 陕西 西安 710072)

Study on FVTD Method for CEM Using Structured/Adaptive Cartesian Grids

Chen Gang, Gao Zhengong

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

摘 要: 采用有限体积法直接求解时域麦克斯韦方程组,研究了二维圆柱、翼型和三维球体、立方体、双球体等典型完全导电目标的电磁散射问题。空间离散使用近似黎曼解构建网格通量,并针对二维结构网格、三维自适应直角切割网格分别给出重构方法,时间方向采用二步龙格库塔法。计算与理论、实验或文献结果符合良好。

关键词: 时域有限体积法; 自适应直角网格; 电磁散射

中图分类号: V218 **文献标识码:** A

Abstract: A finite-volume (FV) method is introduced to solve the time-domain (TD) Maxwell equations with applications to handle scattering problems of several classic perfect electrical conductors including cylinder, airfoil in 2D cases and sphere, cube and dual spheres in 3D cases. Spatial discretization and time integration involved are implemented by adopting approximate Riemann solution and two step Runge-Kutta method respectively. Reconstruction schemes for structured grids in 2D case and adaptive Cartesian grids in 3D case are presented successively. The computational results agree quite well with the theory values, measurement data as well as results from references.

Key words: FVTD; adaptive Cartesian grids; electromagnetic scattering

近十几年来,基于 Maxwell 方程组和流体力学中 Euler 方程组同是双曲型,具有相同的数学特性,许多学者^[1-3]将计算流体力学(CFD)中的时域有限体积法(FVTD)推广应用于计算电磁(CEM)问题,已实现了进气道、翼面、导弹外形等目标电磁散射的准确计算。在这些研究当中,多采用结构网格。但由于结构网格在三维复杂外形上难以生成,而非结构网格具有非常强的复杂外形适应能力,因此,近年来非结构网格逐渐成为计算电磁领域一个热点。自适应直角切割网格属于非结构网格的一种,由于其生成相对简单,易于实现生成自动化,并且适用于任意复杂外形,尤其适用于分层、分区多材料结构和多体拓扑结构,已成为 CEM 的一个重要研究方向。

本文在此基础上,发展了具有贴体、高物面分辨能力等优点的结构网格下二维导电柱体求解

器。分别以圆柱和 NACA0012 翼型验证算法,并考察了翼型前缘修形对目标散射特性的影响。接着,将非结构 FVTD^[1]算法应用于具有生成简单、强自适应和处理复杂外形能力等优点的直角网格,成功实现三维导电目标电磁散射的数值模拟。选取球体、立方体、双球算例验证算法。另外,为了解决二、三维散射中的零点漂移问题,以及考虑到数值模拟应尽量接近物理实际,借鉴时域有限差分法的做法引入平面波源,这不同于现有文献中提到的直接引入方法。

1 数值方法

FVTD 法是一种半离散方法,即将空间离散和时间推进完全分开。它离散计算空间后,将电、磁场矢量共置于网格中心。先采用基于近似黎曼解的通量计算方法获得通量;再用求解常微分方程的技术进行时间推进,获得电磁场的近场时域过程;最后通过时/频转换和近/远场转换获取目标的表面电流和雷达散射截面(RCS)^[3]。

收稿日期:2006-06-21; 修订日期:2007-06-06
基金项目:国家自然科学基金(90205020)
通讯作者:高正红 E-mail:zgao@nwpu.edu.cn

1.1 基本方程

在无耗介质(如自由空间)中,Maxwell 方程组为

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{L} = \mathbf{0} \quad (1)$$

式中:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -\mathbf{H} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (3)$$

考虑线性、各向同性媒质时,有如下本构方程

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (4)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (5)$$

式中: \mathbf{B} 为磁感应强度(Wb/m^2); \mathbf{D} 为电位移矢量(C/m^2); \mathbf{H} 为磁场强度(A/m); \mathbf{E} 为电场强度(V/m);介电常数 ϵ 和磁导率 μ 均为标量常数,且波相速 $c=1/\sqrt{\epsilon\mu}$ 。

用 FVTD 直接求解式(1),首先需要将计算域离散成许多小控制体,即网格化计算空间。网格可以是结构的,如四边形和六面体结构网格,也可以是非结构的,如本文使用的直角切割网格等。这样,在由 N 个多边形平面组成的任意控制体(二维退化为由线组成的多边形)上对式(1)积分得

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} dV + \sum_{i=1}^N \mathbf{n}_i \times \mathbf{L}_i dS_i = 0 \quad (6)$$

式中: dV 为控制体体积; \mathbf{n}_i 为控制体面 i 的单位法向方向; dS_i 为面 i 的面积; \mathbf{Q} 取控制体的体积平均,可以认为是单元中心点处的场量值; \mathbf{L} 在网格面上取值。式(6)左边第二项称为通量项。一般地,简单地使用中心差分格式计算该项会引起奇偶失调。因此,借鉴 CFD 形式的迎风格式——近似黎曼解实现通量计算。这种方法可分解为 1.2 和 1.4 节所述的 3 个步骤。

1.2 重构方法

在格心格式中,网格单元面心处的场量无法直接通过迭代计算得到,而必须利用迭代解出的网格格心参数进行重新构造。迎风格式一般将通量分解为 2 项,分别计算 2 项后再做相应处理。本文使用的近似黎曼解也是首先需要通过重构分别获取网格面的左、右场值,称为左、右状态量(如图 1 所示)。

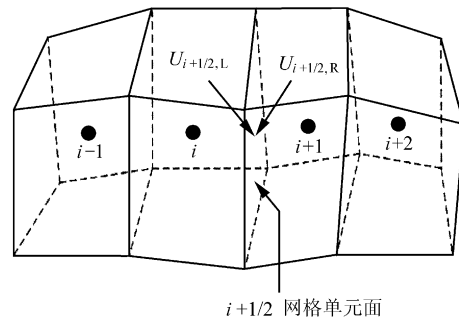


图 1 单元分界面通量计算示意图
Fig. 1 Flux on the interface of elements

对于结构网格,重构比较直接。网格单元 ξ , η , ζ 方向可分别使用相应方向若干个相邻网格进行插值,获取各个面左、右状态量。本文采用 Van Leer 的 MUSCL^[2] 格式(以 ξ 方向为例):

$$\mathbf{Q}_{i+1/2,L} = \mathbf{Q}_i + \frac{1}{4} [(1-\kappa) \nabla + (1+\kappa) \Delta] \mathbf{Q}_i \quad (7)$$

$$\mathbf{Q}_{i+1/2,R} = \mathbf{Q}_{i+1} - \frac{1}{4} [(1+\kappa) \nabla + (1-\kappa) \Delta] \mathbf{Q}_{i+1} \quad (8)$$

式中:下标 L,R 表示左、右状态量; ∇ 和 Δ 分别为后差和前差算符; κ 为格式的控制参数,这里取 $\kappa=1/3$,构成具有三阶精度的迎风偏置格式。

对于非结构网格,重构的关键是计算单元网格 α 中心处各个场量 q 的梯度 ∇q_0 值。按一阶泰勒展开有

$$\left. \begin{aligned} q(x,y,z) &= q(x_0,y_0,z_0) + \nabla q_0 \cdot \Delta \mathbf{r} \\ \Delta \mathbf{r} &= (x,y,z) - (x_0,y_0,z_0) \end{aligned} \right\} (9)$$

式中:坐标 (x,y,z) 为面心位置; (x_0,y_0,z_0) 为格心位置。利用高斯定理可以将单元 α 内变量 q 的梯度体积平均值表示为

$$\frac{1}{V_\alpha} \int \nabla q dV = \frac{1}{V_\alpha} \int \mathbf{n} q dS \quad (10)$$

假设解向量在单元网格内线性分布,则梯度在整个网格内为常数,即有

$$\nabla q = \frac{1}{V_\alpha} \int \mathbf{n} q dS \quad (11)$$

显然式(11)仍然需要知道网格面上的场量值,需进一步做近似处理,留待 1.3 节给出。

1.3 通量计算

完成网格面场量重构,获取左、右状态量后,应用 Shankar^[1] 发展的近似黎曼解算法,由式

(12)和式(13)即可计算通量,

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H}^* = \mathbf{n} \times \frac{(\mu c)_R \mathbf{H}_R + (\mu c)_L \mathbf{H}_L - \mathbf{n} \times (\mathbf{E}_R - \mathbf{E}_L)}{(\mu c)_L + (\mu c)_R} \quad (12)$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E}^* = \mathbf{n} \times \frac{(\epsilon c)_R \mathbf{E}_R + (\epsilon c)_L \mathbf{E}_L + \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_R - \mathbf{H}_L)}{(\epsilon c)_L + (\epsilon c)_R} \quad (13)$$

式中 \mathbf{n} 为网格面的单位法向量,由左边指向右边。

考虑 1.2 节留下的问题。令符号 \mathbf{A} 表示 \mathbf{E} 或 \mathbf{H} 。应用式(11),并用 \mathbf{A}^* 近似该式中边界上的值,即

$$\nabla \mathbf{A} \approx \frac{1}{V_\alpha} \int n \mathbf{A}^* dS \triangleq \mathbf{K}_\alpha \quad (14)$$

在利用式(12)~式(13)计算 \mathbf{A}^* 时,左、右状态量可直接取左、右网格格心处场量值。容易看出,在通量计算时只用到切向量,故而可以做 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{A}^* = \mathbf{n} \cdot \mathbf{A}_\alpha$ 处理^[1], \mathbf{A}_α 为单元 α 格心处场量值。在该处理基础上,利用向量恒等式 $\mathbf{a} = \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{a}) - \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{a})$,重写式(14)得

$$\mathbf{K}_\alpha = \frac{1}{V_\alpha} \int n [n \times n \times (\mathbf{A}_\alpha - \mathbf{A}^*)] dS \quad (15)$$

式(9)和式(15)相结合完成非结构网格下的重构。

1.4 时间积分

若用 \mathbf{R} 表示式(6)第 2 项,则该式可写为

$$V \frac{d\mathbf{Q}}{dt} = -\mathbf{R}(\mathbf{Q}) \quad (16)$$

则时间步 n 到时间步 $n+1$ 的积分可用二步龙格库塔法^[2]表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}^{(0)} &= \mathbf{Q}^{(n)} \\ \mathbf{Q}^{(1)} &= \mathbf{Q}^{(0)} - \lambda \mathbf{R}(\mathbf{Q}^{(0)}) \\ \mathbf{Q}^{(n+1)} &= \mathbf{Q}^{(0)} - 0.5\lambda(\mathbf{R}(\mathbf{Q}^{(0)}) + \mathbf{R}(\mathbf{Q}^{(1)})) \end{aligned} \quad (17)$$

式中: $\lambda = \Delta t/V$ 。显式格式时间步长要受到稳定性条件限制。一般有

$$\Delta t \leq v \Delta x / c \quad (18)$$

式中: v 为格式的 Courant 数; Δx 取整个计算域内网格的平均大小最小值。

为避免计算入射电磁波在空间传播所引入的误差,本文使用散射场形式的 Maxwell 方程组,在无源情况下,其形式与总场形式相同,因此上述时空离散形式不变。

2 边界条件

本文涉及完全导体壁面边界条件和远场边界条件。

壁面处切向电场、法向磁场为零^[2]:

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E}_{\text{wall},s} = -\mathbf{n} \times \mathbf{E}_{\text{wall},i} \quad (19)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}_{\text{wall},s} = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}_{\text{wall},i} \quad (20)$$

式中下标 s 表示散射场, i 表示入射场。上式不完备,使用补充条件^[2]:

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \cdot \nabla(\mathbf{n} \times \mathbf{H}) &= 0 \\ \mathbf{n} \cdot \nabla(\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

远场边界条件文献大多采用基于特征值的一阶无反射边界条件^[1]。本文采用简单的外推条件。

3 激励模型

本文使用正弦平面波作为激励。数值模拟时,整个计算域赋初值 0,随着平面波的传播,波与目标作用,逐渐建立稳定的电磁场。入射平面波用一维波随时间逐步推进方式引入^[4],图 2 给出二维示意图,三维类推。设平面波沿 y' 方向传播。首先时间推进,得到 y' 方向上一系列样点上的入射电、磁场值;然后通过向 y' 轴投影和线性插值获得目标表面网格点 (x, y) 处入射场值。

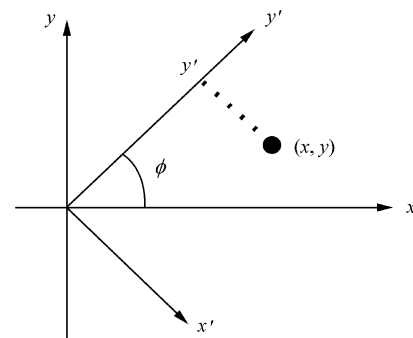


图 2 引入平面波(ϕ :入射角)

Fig. 2 Import plane wave (ϕ : incident angle)

为了缩短稳态建立所需要的时间和减小冲激效应,引入升余弦函数作为时谐场建立的开关函数^[4]:

$$U(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 0.5(1 - \cos(\pi t/t_0)) & 0 \leq t \leq t_0 \\ 1 & t_0 \leq t \end{cases} \quad (22)$$

4 算例及讨论

4.1 二维算例

平面波照射下二维散射问题,入射电磁场有 TM 波和 TE 波 2 种形式,图 3 给出了 TM, TE 波垂直入射 \approx 向无限长导体柱的示意图。本文采用由入射波幅值归一的表面电流或由入射波长归一的双站 RCS 作为计算结果。计算中使用商业软件 Gridgen 生成正交性良好的计算网格,物面网格分辨率取每波长 20~25 网格,远场设在离目标中心 $2\lambda\sim 3\lambda$ (λ 为波长)处,计算结束时间以设置在最远处一个场点进入稳定状态为标准。

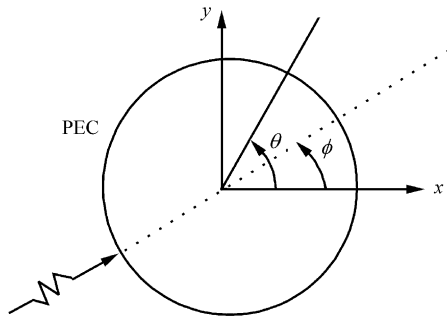


图 3 二维散射(ϕ 入射角, θ 观察角)

Fig. 3 Two dimension scattering (ϕ incident angle, θ observe angle)

算例 1 为圆柱外形, $ka=8$ (k 为波数, a 为圆柱半径)。图 4~图 5 依次比较了 TE 波入射下表面电流和双站 RCS 值的计算结果与理论值,可见计算结果与级数解析解吻合很好。TM 波也有很好结果,限于篇幅省略。

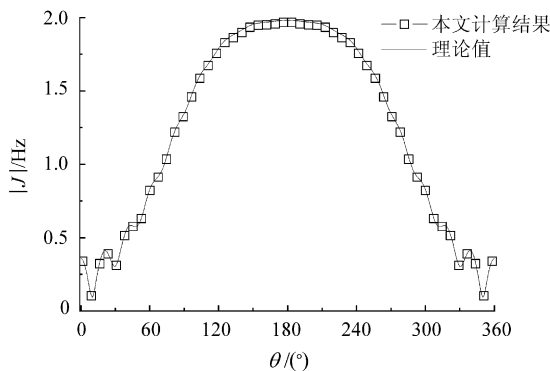


图 4 圆柱表面电流密度比较 (TE 波, $ka=8$)

Fig. 4 Comparison of the surface current density on the column (TE wave, $ka=8$)

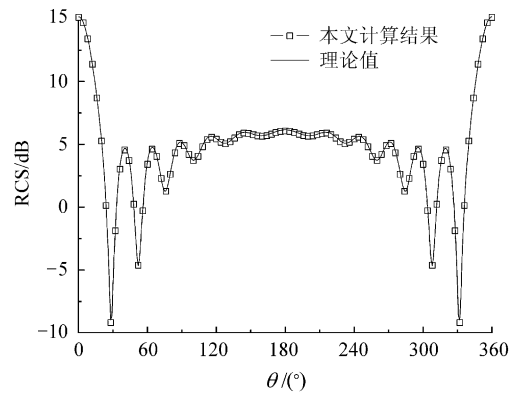


图 5 圆柱双站 RCSs 比较 (TE 波, $ka=8$)

Fig. 5 Comparison of the bi-static RCSs of the column (TE wave, $ka=8$)

算例 2 选取 NACA0012 翼型,它是实际工程常用外形,没有解析解。翼弦长为 10λ , TM 波 90° 入射。图 6 给出 O 型计算网格示意图。图 7 是计算结果与文献[5]时域有限差分结果的比较,可见两者在峰值处吻合良好。算例 1,算例 2 充分验证了算法的高精度特点。

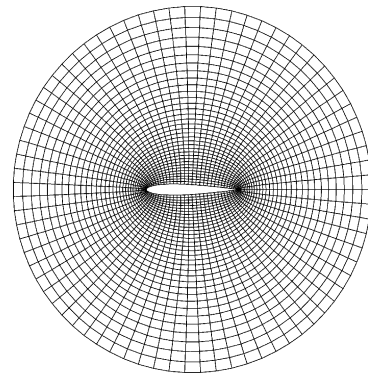


图 6 NACA0012 翼型计算网格

Fig. 6 Computation grid of airfoil NACA0012

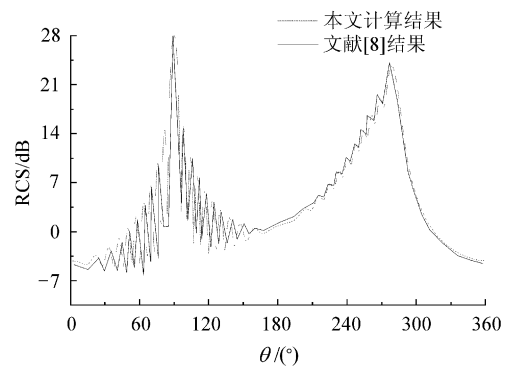


图 7 NACA0012 翼型双站 RCSs (TM 波, $L=10\lambda$)

Fig. 7 Bi-static RCSs of airfoil NACA0012 (TM wave, $L=10\lambda$)

算例 3 是一个简单的应用。飞行器隐身技术中一个主要手段是外形隐身,其中机翼前缘影响

较为明显。图 8 为对 NACA0012 翼型前缘进行修形,图 9 考察了修形对目标散射特性的影响。翼型弦长 15λ ,TE 波前缘入射, 180° 为后向散射。由图可知,前缘修形变尖后,散射能量进行了重新分布,后向散射强度降低 $4\sim 6$ dB,而两侧强度增大,离修形较远的前向则基本不受影响。TM 波结果一样,不再赘述。

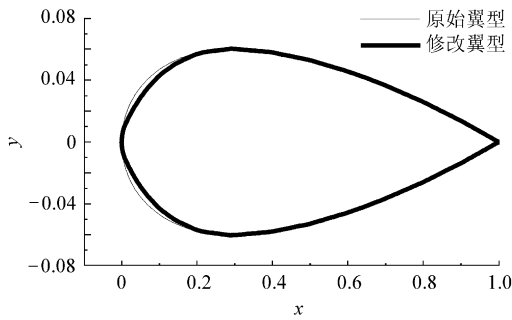


图 8 NACA0012 翼型及其修改翼型的外形比较

Fig. 8 Comparison of shapes of airfoil NACA0012 and modified airfoil

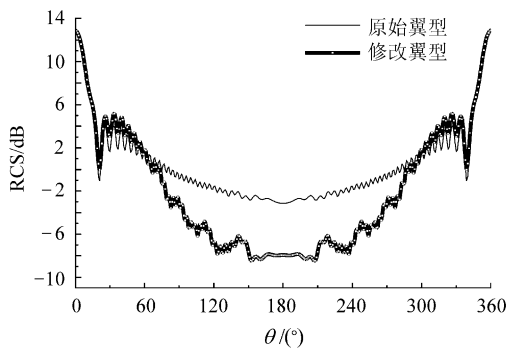


图 9 NACA0012 翼型及其修改翼型的双站 RCSs 比较 (TE 波, $L=15\lambda$)

Fig. 9 Comparison of the bi-static RCSs of airfoil NACA0012 and modified airfoil (TE wave, $L=15\lambda$)

4.2 三维算例

本文直角网格使用文献[6]发展的基于复合叉树的自适应笛卡尔网格生成程序。该程序提供可视界面,在手动划定立方体、球体、(斜)柱体等加密区域的基础上,同时引入物面、曲率和流场自适应等加密能力,并且拥有小网格融合能力,具有使用简单、网格疏密分布自如、物面分辨力高等优点。

图 10 是计算三维目标使用的坐标系及 2 个观察平面定义示意图。电场矢量所在平面记为 E 平面,磁场矢量所在平面记为 H 平面。物面网格分辨率取每波长 $25\sim 40$ 网格,远场设在离目标表面 $1.5\lambda\sim 2.0\lambda$ 处,分辨率则取每波长 $8\sim 10$ 网

格,计算结束时间以设置在最远处一个场点进入稳定状态为标准。

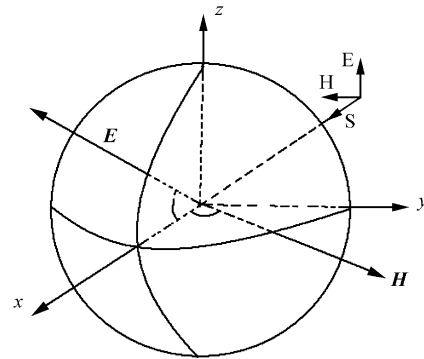


图 10 三维散射示意图

Fig. 10 Three dimension scattering

算例 4 选择球体外形。图 11~图 12 给出电尺寸 ka 分别取值为 3 和 2π 时目标的雷达散射截面(以 πa^2 归一化)计算值与级数解的比较结果。图中 CE,TE 分别为 E 观察平面上计算结果和理论值,CH,TH 则为 H 观察平面上的结果。两图中,数值解与理论值吻合良好,初步验证三维求解器的可靠性。

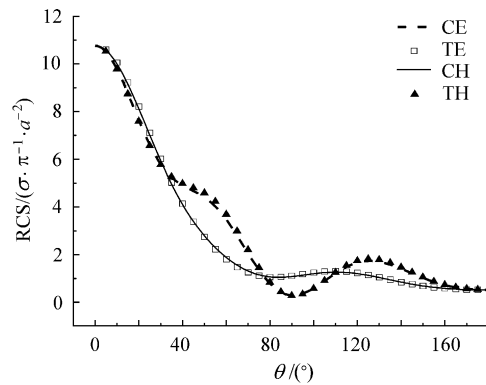


图 11 球体双站 RCSs($ka=3.0$)

Fig. 11 Bi-static RCSs of sphere ($ka=3.0$)

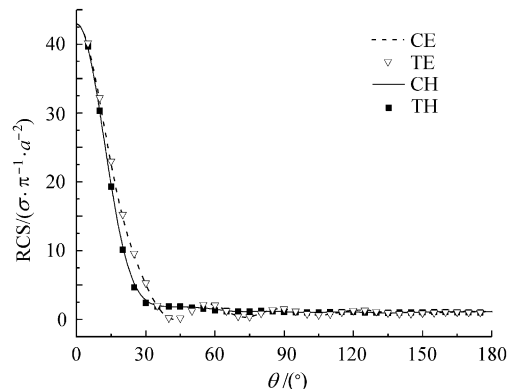


图 12 球体双站 RCSs($ka=2\pi$)

Fig. 12 Bi-static RCSs of sphere ($ka=2\pi$)

算例5选择边长分别为 0.75λ 和 1.5λ 的2个立方体外形(平面波垂直照射某个面),进一步验证算法的精度。图13~图14为E观察平面上的RCSs(以波长平方归一化)本文计算结果与文献[7]测得数据以及矩量法^[8]的对比结果。由图可见,计算结果与实验数据比较接近,总体计算结果优于矩量法的结果。分析原因,两类方法均属于高精度计算方法,但具体计算时,由于物体表面及空间网格划分不同,对计算精度有一定的影响。因此使用不同求解方法,需要对面元或网格划分予以仔细考虑。

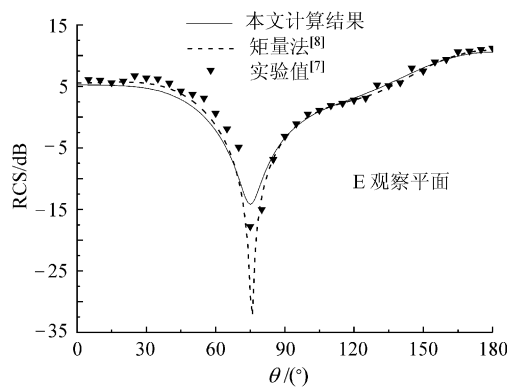


图13 立方体双站 RCSs(边长 $b=0.75\lambda$)

Fig. 13 Bi-static RCSs of cube (length $b=0.75\lambda$)

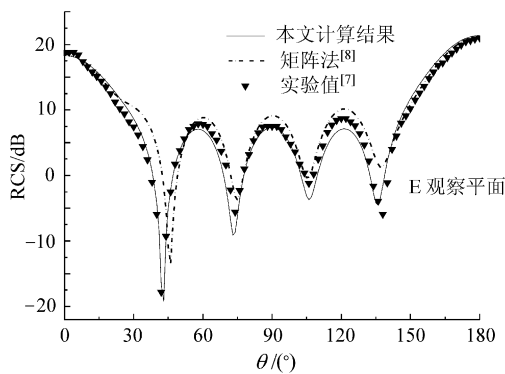


图14 立方体双站 RCSs(边长 $b=1.5\lambda$)

Fig. 14 Bi-static RCSs of cube (length $b=1.5\lambda$)

算例6为考察直角网格的复杂甚至多体外形适应能力,选取双球外形。球体电尺寸 $ka=\pi$,两球心距离为 2λ ,沿 x 轴排列。图15为两层矩形区域和外形加密后生成的计算网格。图16将计算结果与文献[2] GMT方法、文献[3]采用多块对接网格技术的FVTD方法以及矩量法做了比较。网格的不同对计算结果有一定的影响。

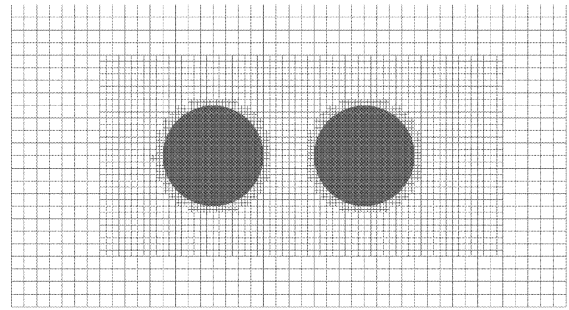


图15 双球体电磁散射计算网格

Fig. 15 Computation grid of double sphere

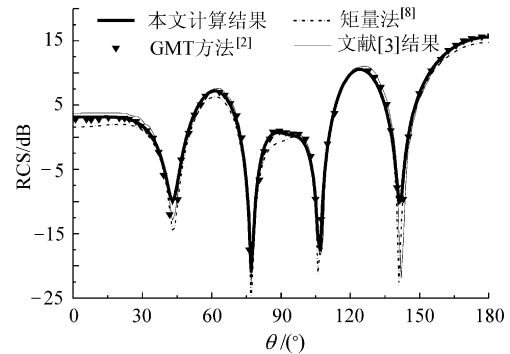


图16 双球体双站 RCSs(0° 为后向)

Fig. 16 Bi-static RCSs of double sphere

5 结论

本文采用的FVTD算法以及建立的结构网格下二维目标和自适应直角切割网格下三维目标电磁散射求解器具有精度高、适应复杂外形能力强等特点。

参考文献

- [1] Vijaya S, William F H, Alireza M, et al. Advances in time-domain CEM using structured/unstructured formulations and massively parallel architectures[R]. AIAA 95-1963, 1995.
- [2] Blake D C, Buter T A. Overset grid methods applied to a finite volume time domain Maxwell equations solver[R]. AIAA 96-2338, 1996.
- [3] 赫新,陈坚强,毛梅良,等. 多块对接网格技术在电磁散射问题中的应用[J]. 计算物理,2005,22(5):465-470.
He Xin, Chen Jianqiang, Mao Meiliang, et al. An application of the multi-block patched grid technique in electromagnetic scattering problems[J]. Chinese Journal of Computation Physics, 2005,22(5):465-470. (in Chinese)
- [4] 葛德彪,石守元,朱之伟. 一种新的FDTD入射场设置方法[J]. 微波学报,1995,11(3):187-190.
Ge Debiao, Shi Shouyuan, Zhu Zhiwei. A new FDTD scheme for introducing incident fields[J]. Journal of Micro-

- waves, 1995, 11(3):187-190. (in Chinese)
- [5] Vinh H, Dwyer H A, van Dam C P. Finite-difference algorithms for the time-domain Maxwell's equations—a numerical approach to RCS analysis[R]. AIAA 92-2989, 1992.
- [6] 王俊杰. 基于 Euler 方程的三维自适应笛卡尔网格在复杂外形上的应用研究[D]. 西安:西北工业大学, 2005.
Wang Junjie. Applications of 3-D adaptive cartesian grid algorithm on the complicated shape based on the Euler equations[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2005. (in Chinese)
- [7] Cote M, Woodworth M, Yaghjian A. Scattering from the perfectly conducting cube[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1988, 36(9):1321-1329.
- [8] Rao S M, Wilton D R, Glisson A W. Electromagnetic scat-

tering by surface arbitrary shape[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1982, 30(3): 409-418.

作者简介:

陈刚(1980—) 男, 硕士。主要研究方向: 电磁计算、复杂外形直角切割网格自适应技术、飞行器外形设计等。

Tel: 010-68386914

E-mail: daniel_cg@sina.com

高正红(1960—) 女, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 飞行器外形设计、电磁计算、飞机大迎角绕流流动模拟等。

Tel: 029-88495971

E-mail: zgao@nwpu.edu.cn

(责任编辑: 刘振国)