

文章编号 :1001-4322(2004)04-0409-04

光-力耦合受激布里渊散射方程组*

郭少锋, 陆启生, 赵国民, 江厚满, 周 萍, 李 莉, 邓少永

(国防科学技术大学 理学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要: 采用位移形式表征各向同性介质的运动, 从而对传统的 SBS 耦合波方程组进行改造, 使之适用于多维的情况并体现光学理论和力学理论的耦合。采用有限差分方法数值求解了光学-力学耦合型后向 SBS 方程组, 得到了瞬态的位移场、速度场和应力场。计算结果表明, 当泵浦光光强为 $2.0 \times 10^{15} \text{W/m}^2$ 时, SBS 可激发厚度为 1cm 的 K9 玻璃样品的表面产生出 0.1nm 量级的位移和 10m/s 量级的速度, 对应的应力幅度达到 10MPa 量级。

关键词: 光学材料; 受激布里渊散射; 位移场; 应力场; 激光破坏

中图分类号: TN241; O437

文献标识码: A

受激布里渊散射(SBS)是入射的强激光场与介质的电致伸缩产生的弹性声波场耦合的结果。因此, 理论分析的过程是导出在光波电场作用下, 介质由电致伸缩而产生的弹性声波场传播方程, 以及介质内存在电致伸缩运动时光波的传播方程。传统的 SBS 耦合波方程组为^[1]

$$\begin{cases} \nabla^2 - \frac{\alpha}{v_a} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{v_a^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} = \frac{\epsilon_0}{v_a^2} \frac{1}{2} \nabla^2 (E^2) \\ \nabla^2 E - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\epsilon_0 c^2} (E) \end{cases} \quad (1)$$

式中: α 为存在光场的情况下介质密度的变化量; v_a 为声波的传播速度, α 为声波在介质内的衰减系数; ϵ_0 称为介质的电致伸缩系数或弹性光学系数(这里的 ϵ_0 相当于文献[1]中的 $\epsilon_0/2$); E 为作用在介质上的强激光场; n 为介质的折射率; c 为真空中的光速; ϵ_0 为真空介电常数。

自从发现 SBS 现象之后, 人们对 SBS 的兴趣主要集中在光学方面, 关心的是散射光的相位、频率、增益以及脉冲形状等特性。近年来, 一部分学者开始从理论上探讨 SBS 诱导破坏^[2~8](我们称之为 SBSID 问题, 即 stimulated Brillouin scattering induced damage)的可能性, 运用的理论工具依然是上述的耦合波方程组, 关注的焦点却从光学方面转移到力学方面。仔细分析公式(1), 会发现它在力学方面存在明显缺陷: 由于是用密度的变化量来描述声波运动方程, 我们无法求解出完整的力学量, 例如位移场、多维情况下的各应力分量等。而破坏机理研究使我们必须关注完整的力学量, 另外实验测量工作又要求预估样品表面的位移、速度和加速度, 在这些方面方程组(1)就无能为力了。本文的工作是对方程组(1)进行改造, 使之适合于力学分析, 然后以一维瞬态后向 SBS 为例, 对改造后的方程进行数值求解, 得到强激光激发出的位移场和应力场, 以供实验参考。

1 位移型耦合波方程组

为体现光学-力学耦合的本质, 我们从弹性力学方程组和 Maxwell 方程组出发, 推导新形式的耦合波方程组。在推导过程中, 假设 SBS 介质为各向同性的线弹性体, 光场采用平面波近似, 泵浦光和散射光同为线偏振, 且偏振方向一致。弹性力学控制方程组为^[9]

$$\text{平衡方程(动态)} \quad \sigma_{ij,j} + f_i = \rho_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$\text{几何方程(线性)} \quad \epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3)$$

$$\text{本构方程(各向同性)} \quad \sigma_{ij} = \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G \epsilon_{ij} \quad (4)$$

式中: λ, G 为拉梅系数; f_i 是电致伸缩力, 它与施加在介质上的电场的平方的梯度成正比, $f_i = -\epsilon_0 (E^2)_{,i}/2$, 为电致伸缩系数; u_i 表示质点的位移分量, $u_{i,j} = \partial u_i / \partial x_j$, x_j 为坐标分量。

* 收稿日期: 2003-07-02; 修订日期: 2003-11-26

基金项目: 国家 863 计划项目资助课题

作者简介: 郭少锋(1975—), 男, 博士, 主要从事激光破坏机理研究工作; E-mail: guoshaofeng@163.net。

式(2)~(4)构成弹性力学理论的基本方程组,在求解时可采用位移法,即选取位移分量为基本未知量,并用它来表示应力和应变,然后代入平衡方程,整理之后可得到位移形式的运动方程

$$Gu_{i,jj} + (\lambda + G)u_{j,ji} + f_i = \rho_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (5)$$

在SBS过程中产生的弹性波都是高频振荡的超声波,频率一般为 $10^{10} \sim 10^{11}$ Hz,在介质中具有极强的衰减,可以在(5)式中唯象地引入衰减项来表示这一过程,于是有

$$Gu_{i,jj} + (\lambda + G)u_{j,ji} - \gamma \frac{\partial u_i}{\partial t} + f_i = \rho_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (6)$$

式中: γ 为粘滞系数。

光波作为电磁波在介质中传播应遵守普遍的Maxwell方程组,我们只考虑不含电荷和电流的情况,经过一定的矢量运算和简化,可得到标量波动方程^[10]

$$\nabla^2 E_i - \mu_0 \frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P_i^{NL}}{\partial t^2} \quad (7)$$

式中: E_i 为电场分量; ϵ_0 和 μ_0 分别为介电常数和真空磁导率;非线性电极化强度 $P_i^{NL} = \epsilon_0 \chi^{(2)} E_i$, $\chi^{(2)}$ 为各种非线性效应(包括非线性光学效应以及热力学效应)使介电常数产生的起伏量。电致伸缩效应导致的非线性电极化强度为

$$P_i^{NL} = \epsilon_0 \chi^{(2)} E_i = \epsilon_0 (\chi_{111}^{(2)} E_i + \chi_{112}^{(2)} E_i + \chi_{121}^{(2)} E_i + \chi_{122}^{(2)} E_i) \quad (8)$$

这样,存在电致伸缩效应的情况下,激光场的传播方程可以写为

$$\nabla^2 E_i - \mu_0 \frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} = -\mu_0 \epsilon_0 \chi^{(2)} E_i u_{i,i} \quad (9)$$

将(6)和(9)式联立起来,就得到光学-力学耦合型的SBS方程组

$$\begin{cases} Gu_{i,jj} + (\lambda + G)u_{j,ji} - \gamma \frac{\partial u_i}{\partial t} + f_i = \rho_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \\ \nabla^2 E_i - \mu_0 \frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} = -\mu_0 \epsilon_0 \chi^{(2)} E_i u_{i,i} \end{cases} \quad (10)$$

从式(10)可以看出,通过电致伸缩效应,光学响应和力学响应耦合在一起。该方程组是封闭的,结合一定的边界条件,在理论上完全可以解出各个位移分量,继而得到我们关心的速度场和应力场,结合材料的破坏准则,就可以研究SBSID问题。显然,该方程组的求解是一个非常复杂的问题,本文的目的不在于探讨数值求解方法,而是去研究丰富生动的物理内容,下文对(10)式进行简化,并用于研究一维后向SBS问题。

2 一维后向SBS的数值模拟

采用方程组(10)对放大器型的后向SBS问题进行数值模拟,并与基于方程组(1)计算得到的结果进行了比较。为了分析问题以及数值计算的方便,我们仅考虑一维问题,认为位移仅在激光传播方向上(设为 x 方向)有分量存在,即 $u = (u_1, 0, 0)$,另设 $x=0$ 处为泵浦光入口,对应的材料表面称为前表面。方程组(10)退化为

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - \frac{1}{v_a^2} \frac{\partial u_1}{\partial t} - \frac{1}{v_a^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = -\frac{\rho_0}{2} \frac{\partial}{\partial x} (E^2) \\ \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (E \frac{\partial u_1}{\partial x}) \end{cases} \quad (11)$$

式中: $v_a = [(\lambda + 2G)/\rho_0]^{1/2}$ 。令 $E = E_p + E_s = A_p(x, t) \exp[i(k_p x - \omega_p t)] + A_s(x, t) \exp[i(-k_s x - \omega_s t)] + c.c.$, $u_1 = A_u(x, t) \exp[i(k_u x - \omega_u t)] + c.c.$,其中, E_p , E_s 和 A_a 分别是泵浦光、Stokes光和声波场的复振幅,c.c.表示前一项的共轭项。由能量守恒和动量守恒,泵浦光、散射光和超声波的频率和波矢之间满足

$$\omega_p = \omega_s + \omega_u, \quad k_p = k_s + k_u \quad (12)$$

对于后向散射,易得 $\omega_u = 2\omega_p - \omega_s$, $k_u = 2k_p - k_s$ 。引入缓变振幅(SVA)近似^[11]并忽略波矢失配项,可得到非线性动力学方程组

$$\begin{cases} \frac{\partial A_p(x, t)}{\partial x} + \frac{n}{c} \frac{\partial A_p(x, t)}{\partial t} = \frac{k_u k_p}{2n^2} A_s(x, t) A_s(x, t) - \frac{i c k_p}{2n^2} A_s(x, t) \frac{\partial A_u(x, t)}{\partial x} \\ - \frac{\partial A_s(x, t)}{\partial x} + \frac{n}{c} \frac{\partial A_s(x, t)}{\partial t} = \frac{k_u k_s}{2n^2} A_u^*(x, t) A_p(x, t) - \frac{i c k_s}{2n^2} A_p(x, t) \frac{\partial A_u^*(x, t)}{\partial x} \\ \frac{\partial A_u(x, t)}{\partial x} + \frac{\omega_a}{2} A_u(x, t) + \frac{1}{v_a} (1 + \frac{i \omega_a}{2k_u}) \frac{\partial A_u(x, t)}{\partial t} = -\frac{\rho_0}{4} \frac{1}{v_a^2} A_s^*(x, t) A_p(x, t) \end{cases} \quad (13)$$

式中: $\omega_a = \omega_u / v_a$ 。问题的光学边界为

$$A_p / x=0 = (I_1 Z_0 / 2n)^{1/2}, A_s / x=L = (I_2 Z_0 / 2n)^{1/2} \tag{14}$$

力学边界为

$$\frac{\partial A_n(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \tag{15}$$

这说明左边界是自由的。

我们采用有限差分方法求解上述耦合波方程组。计算中选取光学玻璃材料(K9)作为样品,以脉冲 YAG 激光作为泵浦光,这样, $\rho = 2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $n = 1.5132$, $k_s = k_p = 5.92 \times 10^6 / \text{m}$, $k_a = 1.18 \times 10^7 / \text{m}$, $v_a = 5.98 \times 10^3 \text{ m/s}$, $\nu_a = 5 \times 10^4 / \text{m}$ 。可以从 Lorentz-Lorenz 关系式^[11]得到, $\epsilon = (n^2 - 1)(n^2 + 2)/3 = 1.84$,另选取作用区长度 $L = 1 \text{ cm}$ 。设泵浦光光强 $I_p = 2.0 \times 10^{15} \text{ W/m}^2$, Stokes 种子光光强为 $I_s = 100 \text{ W/m}^2$,作用时间为 5ns。

计算所得的前表面的位移和速度的时间演变如图 1、图 2 所示,激发出的应力幅度最大值随时间的演变如图 3 散点线所示,5ns 时的应力场如图 4 散点线所示。为了验证式(11)的正确性,我们也求解了传统的 SBS 方程组(1),其应力结果如图 3、图 4 中的实线所示。

在图 1、图 2 中,我们首次计算得到了 SBS 过程在材料表面激发的质点位移和速度,当泵浦光强度为 $2.0 \times 10^{15} \text{ W/m}^2$ 时,5ns 内前表面激发出的位移幅度最大为 0.2nm,速率最大为 18m/s,拟采用光学干涉法对 SBS 激发的表面位移及速度进行实验测量,而数值模拟的结果为实验设计以及可行性分析提供了重要的参考。我们只给出了前表面的结果,是因为后表面的值远小于前表面。从图 1、图 2 还可以看出,位移和速度随时间的演变形式是相同的,在经历一个初始起振时刻后,开始发展起来,这是受激散射过程的典型特征。

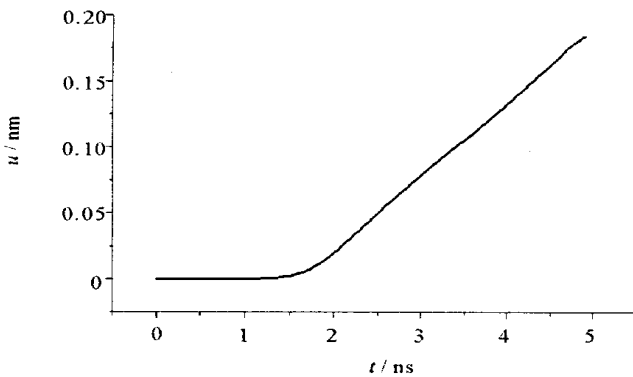


Fig. 1 Temporal profile of front surface displacement
图 1 前表面位移的时间演化

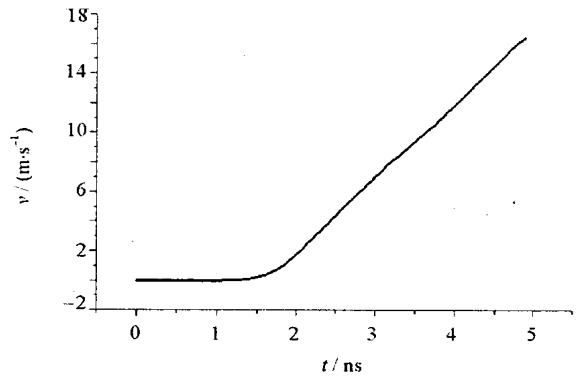


Fig. 2 Temporal profile of front surface velocity
图 2 前表面速度的时间演化

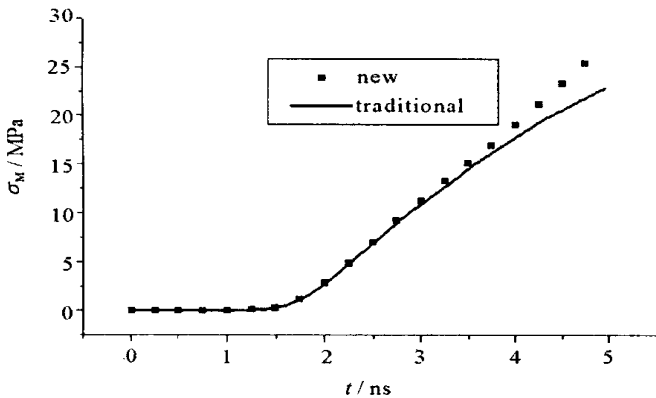


Fig. 3 Temporal profiles of SBS induced stress
图 3 SBS 诱导的最大应力随时间的演变

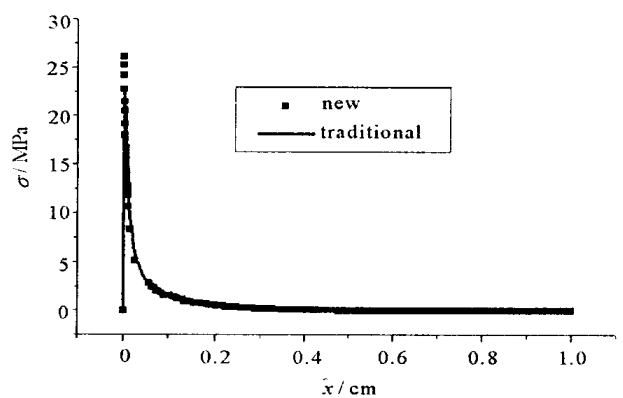


Fig. 4 Spatial profiles of SBS induced stress
图 4 SBS 诱导应力的空间分布形

得到位移场 $u_1(x, t)$ 后,由关系式 $\sigma_1(x, t) = E_Y \partial u_1(x, t) / \partial x$ (式中 E_Y 为杨氏模量,对于 K9 玻璃,可取为 $8.0 \times 10^{10} \text{ Pa}$),继而得到材料内激发的应力场。由图 3 知,SBS 可以诱导出高达 10MPa 量级的应力,已经接近玻璃材料的抗拉强度,因此 SBS 完全有可能造成材料的力学破坏;由图 4 知,应力分布体现出前表面应力集中的特点,说明材料破坏的最可能位置是前表面。图 3 和图 4 中两条实线对应的结果是利用方程组(1)求得

(x, t) , 然后利用关系式 $\rho_1(x, t) = -E_Y(x, t)/v_0$ 得到的。实线和散点线吻合得很好, 说明光-力耦合型的 SBS 方程组和传统的耦合波方程组在一维情况下是一致的。

3 结束语

我们推导出了新型的 SBS 方程组并将其应用于一维后向问题的求解。与传统 SBS 方程组的结果相比较说明了一维退化形式的正确性。式(11)的优点在于能给出多维问题的完整力学描述, 一维的工作只是初步的验证性工作, 我们将继续研究其求解方法, 得出更具实际意义的也更加复杂的多维问题的模拟结果。

参考文献:

- [1] 刘颂豪, 赫光生. 强光光学及其应用[M]. 广州: 广东科技出版社, 1995. (Liu S H, He G S. Optics of intense light and its applications. Guangzhou: Guangdong Science and Technology Press, 1995)
- [2] Kyzas D T, Wiland T L. Determination of SBS induced damage limits in large fused silica optics for intense, time varying laser pulses^[1]. Proc SPIE: Laser induced Damage in Optical Materials[C]. 1990, **1441**:469—497.
- [3] 陈飞, 孟绍贤. 2ns 大口径高功率激光对光学玻璃材料破坏研究[J]. 光学学报, 1998, **18**(10):1362—1365. (Chen F, Meng S X. Damage of optical glasses materials with 2ns large aperture high power laser. Acta Optica Sinica, 1998, **18**(10):1362—1365)
- [4] 於海武, 孟绍贤. 光学材料破坏的超声模型[J]. 光学学报, 1996, **16**(10):1446—1450. (Yu H W, Meng S X. Ultrasound model on damage of optical glasses. Acta Optica Sinica, 1996, **16**(10):1446—1450)
- [5] Yu H W, Meng S X. Transient stimulated Brillouin scattering and damage of optical glass[J]. J Appl Phys, 1997, **81**(1):85—88.
- [6] 郭少锋, 陆启生, 程湘爱, 等. 双谐激光场作用下 SBS 过程诱导的光学材料破坏[J]. 强激光与粒子束, 2003, **15**(3):229—233. (Guo S F, Lu Q S, Cheng X A, et al. Damage of optical materials induced by SBS process under biharmonic laser irradiation. High Power Laser and Particle Beams, 2003, **15**(3):229—233)
- [7] 郭少锋, 陆启生, 程湘爱, 等. 后向受激布里渊散射诱导的光学材料破坏机理研究[J]. 强激光与粒子束, 2003, **15**(9):850—854. (Guo S F, Lu Q S, Cheng X A, et al. Theoretical study on damage induced by stimulated Brillouin scattering process. High Power Laser and Particle Beams, 2003, **15**(9):850—854)
- [8] 邓少永, 郭少锋, 陆启生, 等. 激光与材料参数对瞬态 SBS 诱导的激光超声破坏效果的影响[J]. 强激光与粒子束, 2003, **15**(11):1041—1046. (Deng S Y, Guo S F, Lu Q S, et al. Influence of pulse duration and interaction length on transient SBS induced damage. High Power Laser and Particle Beams, 2003, **15**(11):1041—1046)
- [9] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 北京: 科学出版社, 1985. (Xu Z L. Elastic mechanics[M]. Beijing: Science Press, 1985.)
- [10] 钱士雄, 王恭明. 非线性光学-原理与进展[M]. 上海: 复旦大学出版社, 2001. 54. (Qian S X, Wang G M. Principles and progress of nonlinear optics. Shanghai: Fudan University Press, 2001. 54)
- [11] Boyd R W. Nonlinear optics[M]. London: Academic Press, 1992.

Optical-mechanical coupled SBS equations

GUO Shao-feng, LU Qi-sheng, ZHAO Guo-min, JIANG Hou-man, ZHOU Ping, LI Li, DENG Shao-yong
(College of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: A new type coupled wave equations, whose acoustic branch is rewritten in terms of displacement, is established to describe SBS process. One dimensional backward SBS is researched by solving this coupled wave equations numerically and displacement and velocity profile in the entrance surface of pump laser are obtained, and the characteristics of SBS induced stress is presented. Calculation shows that the SBS induced surface displacement and velocity can reach the magnitude of 0.1nm and 10m/s respectively when pump intensity is $2.0 \times 10^{15} \text{W/m}^2$, and the corresponding stress exceeds 10MPa. The calculation results by new type equations agree well with those by traditional methods.

Key words: Optical materials; SBS; Displacement; Stress profile; Laser-induced damage