

研究论文

带有矩形嵌件薄壁型腔内熔接过程动态模拟

郑素佩, 欧阳洁, 张红平, 张 玲

(西北工业大学应用数学系, 陕西 西安 710072)

摘要: 为了准确模拟具有对称结构的带有矩形嵌件的薄壁型腔内熔接线的动态形成过程, 采用 Level Set/Ghost 方法追踪充填阶段聚合物熔体前沿界面。引入具有高阶精度且数值稳定无振荡的 5WENO (the fifth order weighted essentially nonoscillatory) 格式对 Level Set/Ghost 方程进行数值求解, 耦合求解物理量控制方程的一般差分格式实现熔接过程的动态模拟。数值算例对整个流场的压力、温度及速度进行了分析和讨论, 并将熔接区域的压力、温度和非熔接区域的压力、温度进行了比较。数值结果与理论分析结果一致, 且与前人数值结果相比有很好的精度。

关键词: 熔接线; Level Set/Ghost 方法; Hele-Shaw 模型; WENO 格式

中图分类号: TQ 320.66

文献标识码: A

文章编号: 0438-1157 (2008) 01-0232-07

Dynamic simulation for weldlines in thin mold with rectangle cylinder

ZHENG Supei, OUYANG Jie, ZHANG Hongping, ZHANG Ling

(Department of Applied Mathematics, Northwestern Polytechnical University,
Xi'an 710072, Shaanxi, China)

Abstract: The Level Set/Ghost method was introduced to dynamically simulate the weldlines in the symmetric thin mold with rectangle cylinder precisely. The physical controlling equations were discretized by the general finite difference schemes, and the 5WENO (the fifth order weighted essentially nonoscillatory) scheme was implemented for the Level Set/Ghost equations. And then weldlines were captured accurately. Moreover, the analysis was made on the pressure, temperature and velocity at different times. The results were found to agree reasonably well with the corresponding theoretical analysis and to have higher accuracy than the numerical results of prior researches.

Key words: weldline; Level Set/Ghost method; Hele-Shaw model; WENO scheme

引 言

在注塑成型过程中, 当采用多浇口或型腔中存在孔洞、嵌件以及制品厚度尺寸变化较大时, 塑料熔体在模具内会发生两个方向以上的流动, 当两股熔体相遇时, 就会在制品中形成熔接线, 并且熔接

线现象并非注塑成型所特有, 其他的塑料成型加工中如反应注射、吹塑、压铸等也会遇到熔接线问题。熔接线的存在不仅影响到制品的外观质量, 而且对制品的力学性能 (强度和刚度) 的影响也很大。熔接线是聚合物熔体动态流动产生的, 因此研究充填阶段聚合物熔体的动态流动过程具有非常重

2007-04-13 收到初稿, 2007-06-28 收到修改稿。

联系人: 欧阳洁。第一作者: 郑素佩 (1978—), 女, 博士研究生。

基金项目: 国家自然科学基金重大项目 (10590353); 陕西省自然科学基金项目 (2005A16)。

Received date: 2007-04-13.

Corresponding author: Prof. OUYANG Jie. E-mail: jieouyang@nwpu.edu.cn

Foundation item: supported by the National Natural Science Foundation of China (10590353) and the Natural Science Foundation of Shaanxi Province (2005A16).

要的意义。

熔体动态流动过程研究的核心是熔体前沿界面的追踪, 目前常用的追踪方法是控制体积法^[1-2]和 VOF (volume of fluid) 方法^[3]。但这两种方法均将前沿界面限制在某个范围内 (0~1), 这在一定程度上降低了数值求解的准确性。而由 Osher 等^[4]提出的 Level Set 方法克服了这方面的问题, 该方法以其准确性、易于向高维推广和能准确描述界面的几何性质等诸多优点而受到研究者的广泛研究和关注^[5-6]。

鉴于此, 本文选用 Level Set 方法追踪聚合物熔体前沿界面, 采用数值稳定性好且易于编程实现的 Ghost Fluid 方法^[7]实现物理量求解与 Level Set 方程求解的耦合 (Level Set 方法和 Ghost Fluid 方法简称为 Level Set/Ghost 方法), 数值实现了带有矩形嵌件的薄壁矩形腔内熔接线的动态形成过程, 给出了熔接线的形状、位置和熔接区域的流场分布, 并分析了熔接区域的物性特点。

1 控制方程

1.1 物理量控制方程及边界条件

基于一定的假设, 可以得到非牛顿流体在非等温条件下的广义 Hele-Shaw 流动模型^[8]。

1.1.1 控制方程

连续性方程

$$\frac{\partial(h\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(h\bar{v})}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

运动方程

$$\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) = 0 \quad (3)$$

能量方程

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \mu \dot{\gamma}^2 \quad (4)$$

其中, μ 表示剪切黏度, 此处采用幂律黏度模型, 即

$$\mu = A \exp\left(\frac{T_a}{T}\right) \dot{\gamma}^{n'-1} = m(T) \dot{\gamma}^{n'-1} \quad (5)$$

其中, $m(T)$ 是一个与温度有关的函数^[9], 对于等温熔体流动, $m(T)$ 为一常数^[10]; $\dot{\gamma}$ 为剪切速率, 取

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2} \quad (6)$$

1.1.2 边界条件 在模拟具有对称结构的带嵌件

薄壁矩形腔内非等温聚合物熔体流动时, 所采用的边界条件为:

① 在型腔壁面及嵌件壁面上, 速度采用无滑移边界条件, 即 $u(x, y, z, t) = 0$, $v(x, y, z, t) = 0$; 压力采用无渗透边界条件, 即 $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$; 温度已知, 即 $T = T_w$;

② 速度、压力、温度关于中面对称, 即 $\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0$;

③ 前沿界面上压力为零。

由 Hele-Shaw 模型的假设可知, 聚合物熔体压力 p 与 z 无关。将式 (2) 和式 (3) 对 z 积分, 利用连续性方程 (1) 及相应的边界条件就可以得到压力和速度控制方程

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(S \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(S \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0 \quad (7)$$

$$u = \Lambda_x \int_z^h \frac{\tilde{z}}{\mu} d\tilde{z}, \quad v = \Lambda_y \int_z^h \frac{\tilde{z}}{\mu} d\tilde{z} \quad (8)$$

$$\bar{u} = \frac{S}{h} \Lambda_x, \quad \bar{v} = \frac{S}{h} \Lambda_y \quad (9)$$

式中 Λ_x 、 Λ_y 分别表示压力对 x 、 y 的偏导数, 另外有

$$S = \int_0^h \frac{z^2}{\mu} dz \quad (10)$$

其中, 式 (7)、式 (10) 为压力控制方程, 式 (8)~式 (10) 是速度控制方程。

1.2 Level Set/Ghost 方法

关于 Level Set/Ghost 方法追踪聚合物熔体前沿界面的原理及相应方程, 参见文献 [9, 11]。

2 数值算法

分别用 i 、 j 、 k 表示空间 x 、 y 、 z 方向上的节点编号, n 为时间层上的节点编号。为简单起见, 空间、时间方向上均采用均匀网格, x 、 y 、 z 、 t 方向上的步长分别为 Δx 、 Δy 、 Δz 和 Δt 。

2.1 Level Set/Ghost 方程的求解

Level Set/Ghost 方程属于 H-J (Hamilton Jacobi) 型方程。对这类方程的求解, 即使在初值条件充分光滑的情况下, 虽然可以得到方程初值问题的连续解, 但是其解的导数却是间断的。为实现该类方程的准确求解, 一直以来, 许多计算工作者致力于该问题的研究, 以寻求具有高分辨率、无振荡等良好性质的算法。基于上述原因, 本文选用高

精度、高分辨率且数值稳定无振荡的 5WENO 格式^[12]来进行求解。具体实施方法是：空间方向上采用 5WENO 格式进行离散；时间方向上采用三阶 TVD-RK (total variation differencing Runge Kutta) 格式进行离散。

2.2 物理量控制方程的求解

对式 (7) ~ 式 (10) 采用中心差分格式进行离散，结合相应的边界条件实现某一时刻的数值求解。能量方程 (4) 采用迎风格式进行离散求解，详见文献 [9]。

最后需要指出的是，对于本文提到的具有对称结构的带嵌件薄壁型腔 (图 1) 内聚合物熔体流动模拟，无论是压力、温度还是速度，其数值求解均分区域进行。图 2 给出了中面上在进行数值求解时的区域划分情况及几个参考点的分布位置。

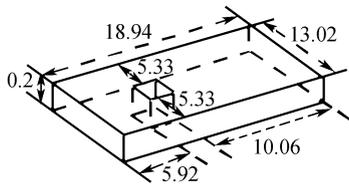


图 1 带有矩形嵌件的薄壁型腔

Fig. 1 Thin mold with rectangle cylinder

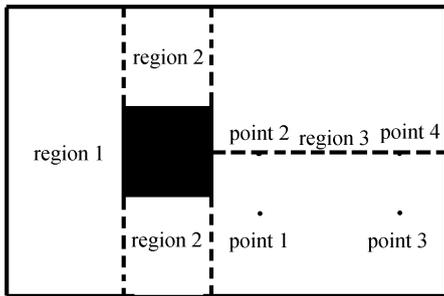


图 2 区域划分

Fig. 2 Partition for simulation

2.3 算法流程

采用 Level Set/Ghost 方法实现具有对称结构的带嵌件薄壁矩形腔内熔体充填阶段动态模拟的步骤为：

- (1) 确定初始熔体界面及相应的压力和温度；
- (2) 在初始熔体前沿界面确定的流动区域内迭代求解压力场和速度场；
- (3) 利用 Ghost Fluid 方法对聚合物熔体前沿界面附近的物理量进行处理；
- (4) 求解下一时间步的 Level Set 函数值以确定新时刻的熔体前沿界面；
- (5) 对 Level Set 函数进行重新初始化以使其

继续保持该点到界面的符号距离这一良好的性质；

(6) 在由 Level Set 函数确定的流动区域内求解该时间步的压力、速度及温度场；

(7) 重复步骤 (3) ~ (6)，直至薄壁型腔被完全充满。

3 算 例

本文对长 18.94 mm、宽 13.02 mm、厚度 0.2 mm 的具有对称结构的带矩形嵌件 (2.96 mm×2.37 mm×0.2 mm) 的聚苯乙烯 (PS) 塑料板注塑成型过程中熔体充填阶段进行了动态模拟，矩形嵌件在薄壁型腔内的位置如图 1 所示。注射熔体温度为 200℃，型腔壁面、嵌件壁面的温度以及型腔内空气的温度均为 50℃，熔体注射压力为 70 MPa (等压注射)，黏度模型中的参数值分别取为： $n' = 1/3$ ， $A = 0.027 \text{ Pa} \cdot \text{s}^{n'}$ ， $T_a = 6000 \text{ K}$ ^[13]。图 3 给出了初始流动区域 (阴影区)。

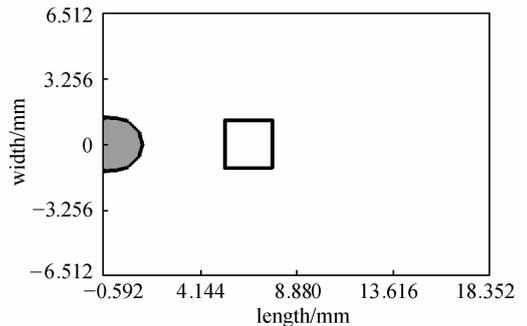


图 3 初始流动区域

Fig. 3 Initial flow field

图 4 给出了前沿界面随时间的变化，图中相邻两条等值线间的时间间隔相同，而每一条曲线，即 Level Set 函数零等值线，描述了相应时刻前沿界面的形状和位置。由图中可以看出，在注射初始时刻，熔体前沿界面呈半圆弧形发展，遇到矩形嵌件后，单股熔体分流成两股熔体，当熔体绕过嵌件后，两股熔体由于相向流动相遇和同向并行流动而形成“熔接线” (图 4 中熔体前沿界面发生弯曲的位置)。从图中还可以看出，不同时刻的 Level Set 函数零等值线呈前疏后密的分布规律，而相邻两条等值线间的时间间隔是相同的，由此可见聚合物熔体在薄壁型腔内注射速率前快后慢。此外，由图 4 模拟出的光滑的熔体前沿界面与文献 [14] 用 VOF 方法得到的粗糙的熔体前沿界面比较可知，用 Level Set/Ghost 方法所得的数值结果更精确。

在准确追踪带嵌件的薄壁型腔内聚合物熔体前沿界面的基础上，图 5~图 9 给出了最后时刻型腔内的流线分布图、不同时刻的压力等值线分布图、不同时刻的温度等值线分布图及熔接区域与非熔接

区域压力、温度的比较。由图 6 可以看出，整体上，压力自注射口向远离注射口方向逐渐降低，离注射口近的地方压力梯度要比离注射口远的地方压力梯度大，结合图 4 的分析结果可知速率与压力

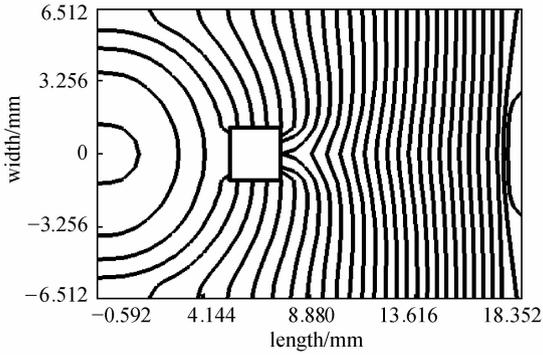


图 4 不同时刻熔体前沿界面

Fig. 4 Melt flow front at different time

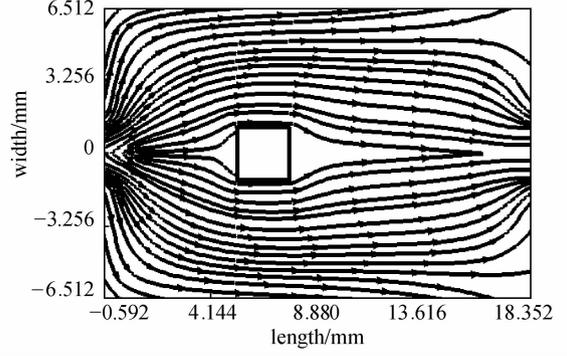
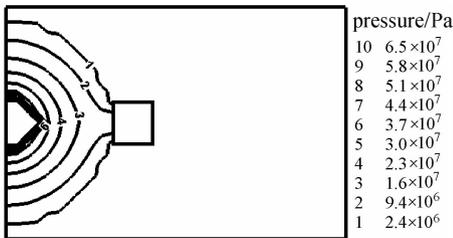
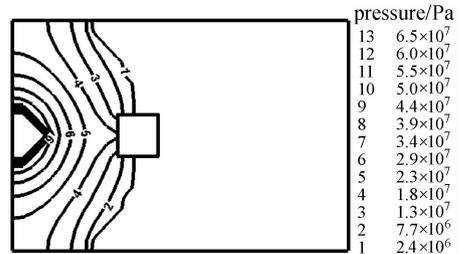


图 5 最后时刻流线分布

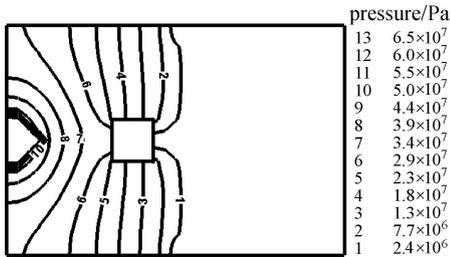
Fig. 5 Flow line at the last time



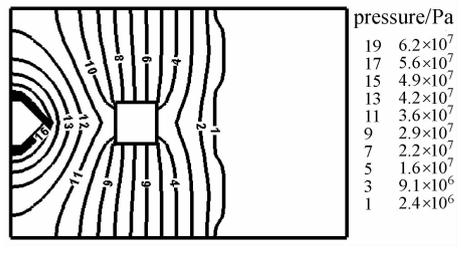
(a) $t = 150\Delta t$



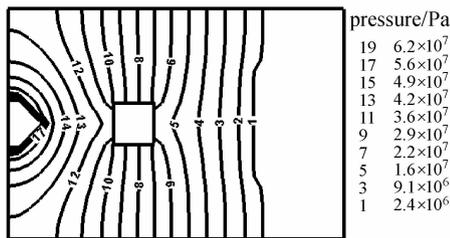
(b) $t = 250\Delta t$



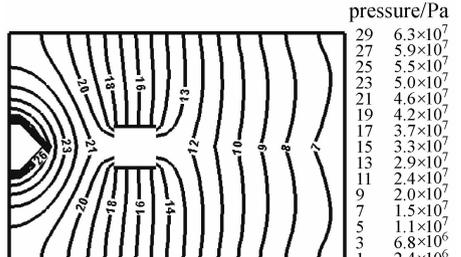
(c) $t = 500\Delta t$



(d) $t = 700\Delta t$



(e) $t = 950\Delta t$



(f) $t = 1450\Delta t$

图 6 中面上不同时刻的压力等值线分布

Fig. 6 Pressure contours with temporal variation on mid-plane

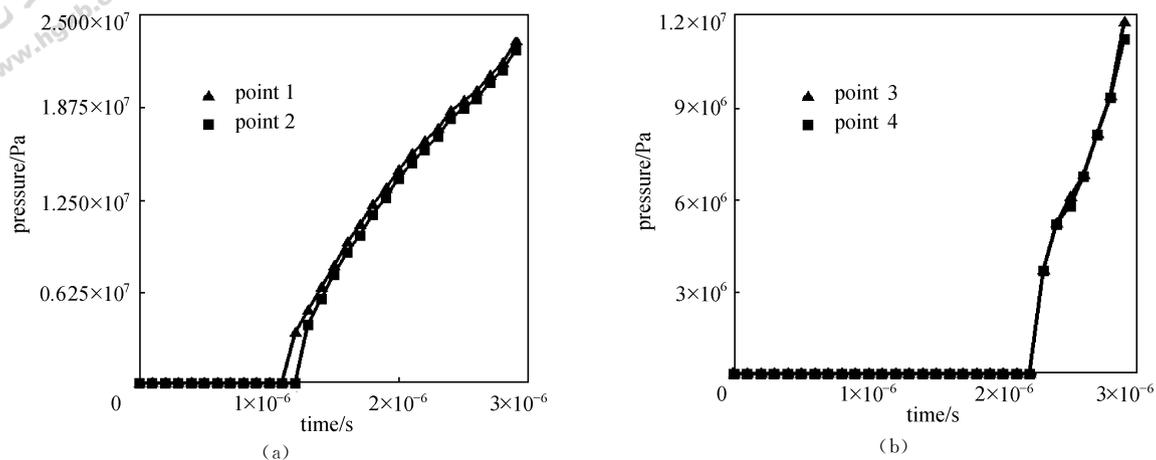


图 7 等长处中面上压力比较

Fig. 7 Comparison on pressure at the same length on mid-plane

(points 1 to 4 are those places shown in Fig. 2)

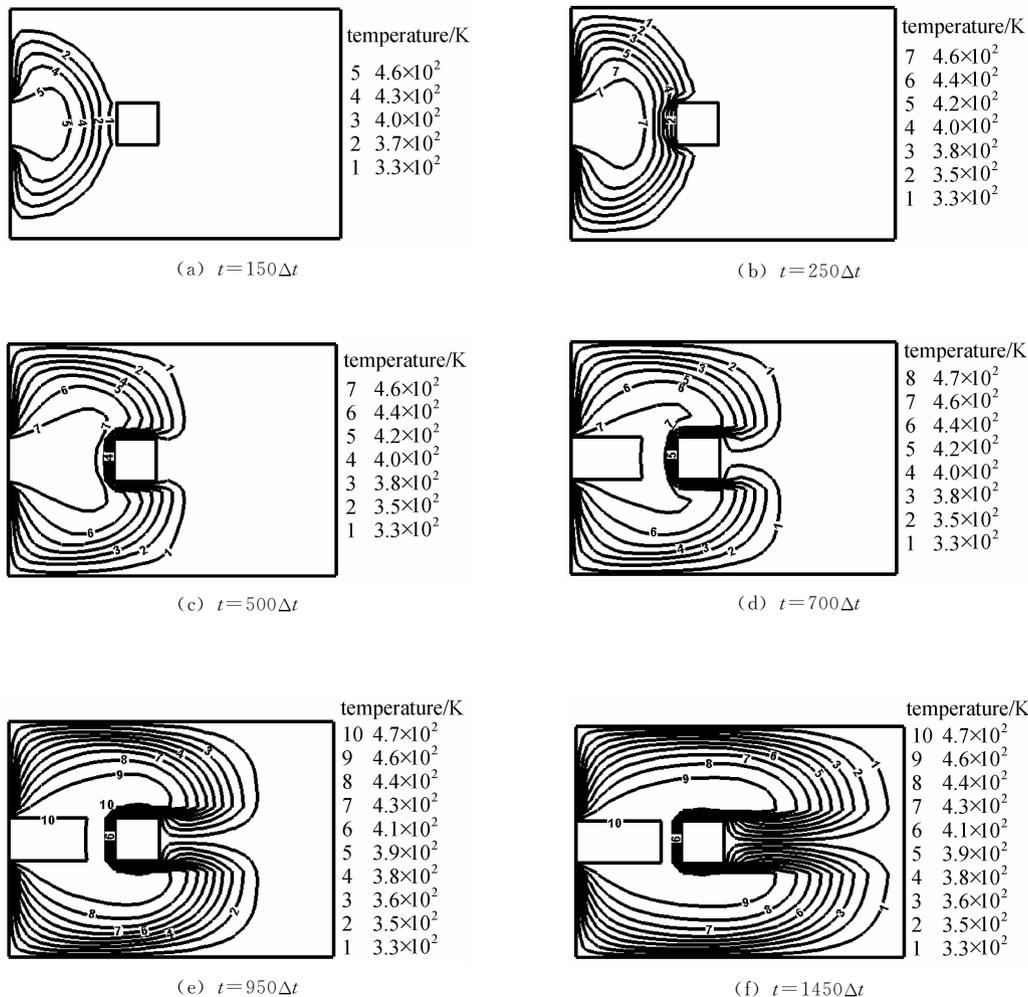


图 8 中面上不同时刻的温度等值线分布

Fig. 8 Temperature contours with temporal variation on mid-plane

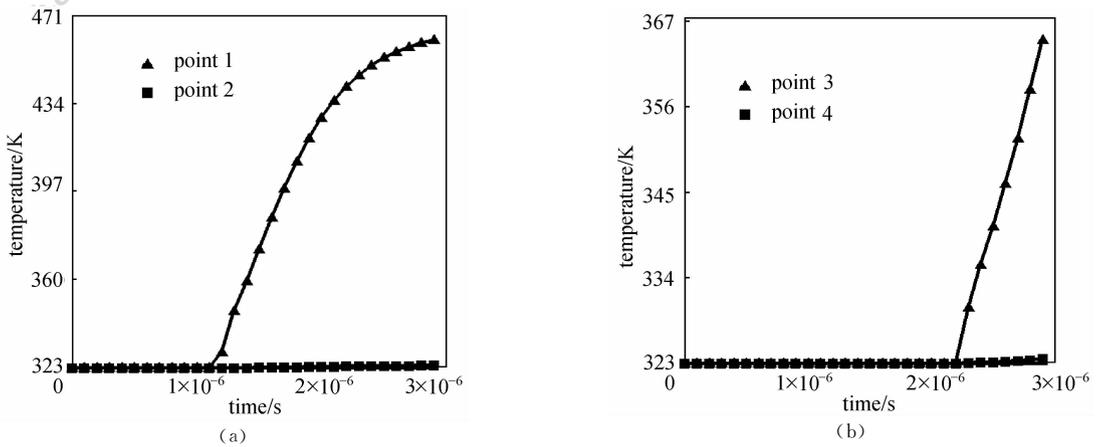


图 9 等长处中面上温度比较

Fig. 9 Comparison on temperature at the same length on mid-plane

(points 1 to 4 are those places shown in Fig. 2)

梯度成正比关系。这与理论分析结果一致。另外，由图 6 还可以看出，熔体绕过嵌件后，压力等值线出现弯曲，在横坐标（长度）相同的位置，中线上的压力要比其他位置（宽度）上的压力低，而由图 4 可知此处正是“熔接线”出现的位置。而由图 7 可以更明显地看出这一差异，图中给出了中面上宽度相同时熔接区域内两个参考点（point 2 和 point 4）处压力与非熔接区域内两个参考点（point 1 和 point 3）处压力的比较，由图示结果可以看出，在同一时刻，熔接区域处压力比非熔接区域的压力低。而这种差异随着充填过程的结束而减小 [图 7 (b)]。

由图 8 可以看出，聚合物熔体温度在注射口附近较高，而在壁面附近、矩形嵌件周围以及中线附近（绕过嵌件后）较低。一方面是由于高温熔体不断由注射口注入；另一方面是由于随着聚合物熔体的流动，熔体不断与低温的壁面、嵌件以及空气发生能量交换所致。由图 9 可以看出，在同一时刻，中面上具有相同宽度的参考点，熔接区域处的温度比非熔接区域处的温度低。而且这种差异到熔体充填即将结束时依然很大 [图 9 (b)]，这一变化趋势与压力变化趋势不同。

4 结 论

熔接线的形状、位置及熔接区域的力学性能等对制品的质量特性有重要的影响，准确地模拟充填阶段熔体的熔合过程有重要意义。本文采用 Level Set/Ghost 方法追踪聚合物熔体前沿界面，进而实

现熔体熔合过程的动态模拟，所得结论如下。

(1) 在用 Level Set/Ghost 方法进行熔体前沿界面追踪时，重新初始化进行 $50\Delta t \sim 100\Delta t$ 即可。

(2) 所选用的追踪方法和相应的数值格式可以准确、有效地实现数值求解目的，所得结果与理论分析结果一致。

(3) 通过对熔接区域熔体压力、温度的数值模拟结果分析表明，在熔接区域，熔体的温度和压力较低。两股相遇的低温、低压熔体不能充分熔合，这是造成制件在熔接区域力学性能差的重要原因。

(4) 所采用的 Level Set/Ghost 方法可以直接推广应用于三维空间内熔体前沿界面的追踪。

符 号 说 明

- A ——幂律黏度模型常数， $\text{Pa} \cdot \text{s}^n$
- c_p ——比定压热容， $\text{J} \cdot (\text{kg} \cdot \text{K})^{-1}$
- h ——模腔厚度的一半， m
- p ——压力， Pa
- T ——温度， K
- T_0 ——熔体常数， K
- Δt ——时间方向上的步长， s
- u, v ——平面方向的速度分量， $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
- \bar{u}, \bar{v} ——厚度方向上的速度平均， $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
- V ——速度矢量， $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
- x, y ——平面方向坐标， m
- $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ ——分别为 x, y, z 方向上的步长， m
- z ——厚度方向坐标， m
- $\dot{\gamma}$ ——剪切速率， s^{-1}
- μ ——剪切黏度， $\text{Pa} \cdot \text{s}$
- κ ——热导率， $\text{W} \cdot (\text{m} \cdot \text{K})^{-1}$

ρ ——密度, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

A_x, A_y ——分别为压力对 x 、 y 的偏导数

上角标

n ——时间层上的节点编号

n' ——幂律指数

下角标

i, j, k ——分别为 x 、 y 、 z 方向上的节点编号

References

- [1] Jiang S L, Wang Z G, Zhou G F, Yang W M. An implicit control-volume finite element method and its time step strategies for injection molding simulation. *Computers and Chemical Engineering*, 2007, **31** (1): 1407-1418
- [2] Shen Changyu (申长雨), Wang Lixia (王利霞), Li Qian (李倩), Chen Jingbo (陈静波), Liu Chuntai (刘春太). Compressible flow analysis of filling stage in plastic injection molding. *Journal of Chemical Industry and Engineering (China)*(化工学报), 2006, **57** (7): 1537-1542
- [3] Tavakoli R, Babaei R, Varahram N, Davami P. Numerical simulation of liquid/gas phase flow during mold filling. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2006, **196**: 697-713
- [4] Osher S, Sethian J A. Fronts propagating with curvature dependent speed; algorithms based on Hamilton-Jacobi formulation. *Journal of Computational Physics*, 1988, **79** (1): 12-49
- [5] Burger M, Hauser F, Stöcker C, Voigt A. A level set approach to anisotropic flows with curvature regularization. *Journal of Computational Physics*, 2007, **225** (1): 183-205
- [6] Wang S Y, Lim K M, Khoo B C, Wang M Y. An extended level set method for shape and topology optimization. *Journal of Computational Physics*, 2007, **221**: 395-421
- [7] Moureau V, Minot P, Pitsch H, Bérat C. A ghost-fluid method for large-eddy simulations of premixed combustion in complex geometries. *Journal of Computational Physics*, 2007, **221**: 600-614
- [8] Kim S W, Turng L S. Developments of three-dimensional computer-aided engineering simulation for injection moulding. *Modelling and Simulation in Materials and Engineering*, 2004, **12**: 151-173
- [9] Zheng Supei (郑素佩), Ouyang Jie (欧阳洁), Zhao Zhifeng (赵志峰), Zhang Hongping (张红平). Dynamic simulation and flow field analysis for injection filling. *China Plastics* (中国塑料), 2007, **21** (5): 53-57
- [10] Zheng Supei (郑素佩), Ouyang Jie (欧阳洁). Level set method for the isothermal non-Newton melt front surface. *Chinese Mechanics in Engineering* (力学与实践), 2007, **29** (3): 11-14
- [11] Osher S J, Fedkiw R P. The level set method and dynamic implicit surfaces. New York: Springer, 2002: 18
- [12] Losasso F, Fedkiw R, Osher S. Spatially adaptive techniques for level set methods and incompressible flow. *Computers and Fluids*, 2006, **35**: 995-1010
- [13] Zhai Ming (翟明), Gu Yuanxian (顾元宪), Shen Changyu (申长雨). Implicit algorithm for numerical simulation of injection mold filling process. *Journal of Chemical Industry and Engineering (China)*(化工学报), 2001, **52** (9): 771-774
- [14] Courbebaisse G. Numerical simulation of the injection moulding process and the pre-modelling concept. *Computational Materials Science*, 2005, **34**: 397-405