

文章编号:1000-6893(2007)06-1378-05

## 零件动态可靠性建模及早期失效率研究

王正, 谢里阳, 李兵

(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110004)

### Time-dependent Reliability Modeling and Study of Early Failure Rate for Component

Wang Zheng, Xie Liyang, Li Bing

(School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

**摘 要:** 传统的零件可靠性模型并不能很好地反映随机载荷作用次数对可靠性的影响,同时也掩盖了载荷对零件失效率尤其是早期失效率的贡献。从随机载荷作用的统计学意义出发,运用顺序统计量理论建立了载荷多次作用下的零件可靠性模型;在此基础上,运用泊松随机过程描述载荷的作用过程,建立了零件的动态可靠性模型,并研究了零件可靠度和失效率随时间的变化规律。指出零件的早期失效及失效率并不只是由零件的初始缺陷引起的,而是由随机载荷的作用和零件的强度共同决定的。

**关键词:** 可靠性模型; 失效率; 零件可靠性; 载荷作用次数; 动态可靠性

**中图分类号:** TB114.3; TH122 **文献标识码:** A

**Abstract:** The conventional reliability models can't reflect the effect of times of random loading on the reliability and the contribution of random load to the failure rate, especially, to the early failure rate is covered. In this paper, according to the statistical meaning of random loading, the reliability model is developed with the order statistics theory for the component under repeated loading. Then the loading process is described with Poisson stochastic process, the time-dependent reliability model of component is built and the relationship between reliability and time and that between failure rate and time are studied respectively. It is pointed out that the early failure and failure rate of component isn't only caused by the initial flaws of component only, but is determined by both random loading and component strength.

**Key words:** reliability model; failure rate; component reliability; times of loading; time-dependent reliability

可靠性作为产品的一种动态质量指标,已贯穿在产品的开发、设计、制造、使用以及维修保养等各个环节中。因此,正确分析与计算零件和系统的可靠性对于系统的安全运行以及制定合理的维修计划都具有十分重要的意义。

传统的零件可靠性模型并不能很好地反映随机载荷作用次数对零件可靠性的影响,用这些模型计算得到的可靠度实际上是随机载荷作用一次或特定次数时的可靠度<sup>[1-6]</sup>,同时,也掩盖了随机载荷作用对零件失效率的贡献。然而,机械设备的服役时间一般都比较长,零件或系统在服役期间所受随机载荷的作用往往是反复多次的,在进行零件的可靠性评价时,忽略随机载荷作用次数对零件可靠性的影响显然会造成很大的误差。同时,随机载荷的作用次数随时间而变化,因此,零件的可靠度和失效率也自然是时间的函数。

本文将分析传统的零件可靠性建模方法及其不足,研究随机载荷多次作用时零件的失效过程,

在此基础上,建立随机载荷多次作用下的零件可靠性模型以及强度不退化或退化不明显时的零件动态可靠性模型,并将研究零件可靠度和失效率随时间的变化规律。

### 1 传统的零件可靠性建模方法

传统的零件可靠性模型是在载荷分布和强度分布已知的基础上,直接应用载荷-强度干涉模型进行零件可靠度计算。当零件强度  $\delta$  的累积分布函数和概率密度函数分别为  $F_\delta(\delta)$  和  $f_\delta(\delta)$ , 载荷  $L$  的概率密度函数为  $f_L(L)$  时,零件的可靠度可表示为

$$R = \int_{-\infty}^{+\infty} f_L(L) \int_{s(L)}^{+\infty} f_\delta(\delta) d\delta dL = \int_{-\infty}^{+\infty} f_L(L) \{1 - F_\delta[s(L)]\} dL \quad (1)$$

式中:  $s(L)$  为由载荷  $L$  引起的应力。

式(1)实际上是零件在单一失效模式下单一载荷作用时的可靠度计算模型,该模型并不能反映随机载荷作用次数对零件可靠性的影响。

当载荷概率密度函数中的随机变量表达的是

收稿日期:2006-12-12; 修订日期:2007-03-12  
基金项目:国家“863”计划(2006AA04Z408)  
通讯作者:谢里阳 E-mail:lyxie@me.neu.edu.cn

零件在指定载荷作用次数中所受的最大载荷值时,运用式(1)也可计算得到零件在指定载荷作用次数时的可靠度;但是在这种条件下该模型所计算的可靠度只能是零件对应指定载荷作用次数时的可靠度,并不能计算载荷作用任意次数时的可靠度。同时,对零件在指定载荷作用次数内所受的最大载荷值进行统计,需要花费很大的人力、物力以及大量的时间。

当载荷概率密度函数中的随机变量对应载荷作用一次时的载荷值时,运用式(1)计算得到的可靠度就是随机载荷作用一次时的零件可靠度。在这种情况下,该模型当然也就不能反映载荷作用次数对零件可靠度的影响。

从上面的分析中可以看出,式(1)并不能很好地反映随机载荷作用次数对零件可靠性的影响。同时,运用式(1)计算得到的零件可靠度实际上是一个“静态”的可靠度。

下面以载荷分布函数中的随机变量对应载荷作用一次时的载荷值为前提(因为这种载荷样本在实际中很容易采集,且比较容易满足大样本要求,可以更加准确地描述随机载荷的概率分布特征),建立随机载荷多次作用下的零件可靠性模型以及零件动态可靠性模型。

## 2 载荷多次作用下的零件可靠性模型

机械零件在服役期间所受的载荷往往是随机和反复多次的。从统计学意义上讲,当随机载荷作用  $n$  次时,便相当于从服从载荷分布的母体中抽取  $n$  个载荷样本,分别记为:  $L_1, L_2, \dots, L_n$ , 样本容量为  $n$ 。对于一个指定的零件,其强度是一个确定的值(实际中,只知道其服从的概率分布,而不知道它的强度具体是哪个值)。在零件强度不退化或退化不明显的情况下,当零件在这  $n$  次随机载荷作用中的最大载荷  $L_{\max}$  作用下不失效时,零件在这  $n$  次载荷的作用下也一定不失效,即  $P[\delta > s(L_{\max})] = P[\delta > s(L_1), \dots, \delta > s(L_n)]$

$$(2)$$

式中:  $L_{\max} = \max(L_1, L_2, \dots, L_n)$ ;  $s(L_i)$  为由载荷  $L_i$  引起的应力;  $\delta$  为零件的强度。

因此,随机载荷作用  $n$  次时零件的可靠度等价于  $n$  个载荷样本中最大载荷值所对应的可靠度。载荷样本中的最大载荷可定义为载荷作用  $n$  次时的等效载荷。由顺序统计量理论<sup>[7-8]</sup>可知,随机载荷作用  $n$  次时的最大载荷  $L_{\max}$  实际上就是由载荷样本  $(L_1, L_2, \dots, L_n)$  所决定的最大顺序统

计量  $L_{(n)}$ 。

设零件所受随机载荷的累积分布函数和概率密度函数分别为  $F_L(L)$  和  $f_L(L)$ , 随机变量  $X$  为  $n$  个载荷样本中的最大值(即等效载荷),由上述分析可知,载荷作用  $n$  次时等效载荷  $X$  的累积分布函数  $F_X(x)$  为

$$F_X(x) = [F_L(x)]^n \quad (3)$$

等效载荷  $X$  的概率密度函数  $f_X(x)$  为

$$f_X(x) = n[F_L(x)]^{n-1} f_L(x) \quad (4)$$

图1为载荷服从均值  $\mu_L$  为 50 MPa, 标准差  $\sigma_L$  为 15 MPa 的正态分布时,等效载荷的概率密度分布图。当强度的概率分布(如图1中  $f_\delta(\delta)$  所示)一定时,从图中可以看出,随着载荷作用次数的增加,干涉区域在逐步增大,失效概率在逐渐增加,可靠度在逐渐降低。

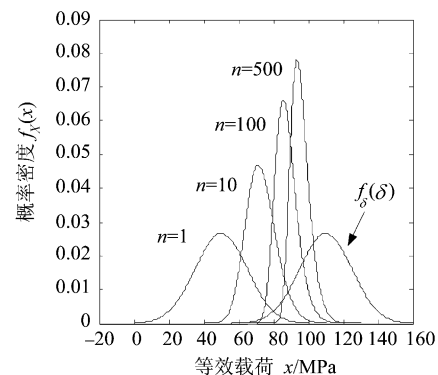


图1 载荷多次作用时等效载荷的概率密度分布

Fig.1 Probability density of equivalent load when random loading for multiple times

进一步,运用载荷-强度干涉模型,由式(1)和式(4)可得到随机载荷多次作用下的零件可靠度计算模型为

$$R^{(n)} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) \int_{s(x)}^{+\infty} f_\delta(\delta) d\delta dx = \int_{-\infty}^{+\infty} n[F_L(x)]^{n-1} f_L(x) \int_{s(x)}^{+\infty} f_\delta(\delta) d\delta dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \{1 - F_\delta[s(x)]\} n[F_L(x)]^{n-1} f_L(x) dx \quad (5)$$

将式(5)中的积分变量  $x$  换为  $L$ , 可写成

$$R^{(n)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \{1 - F_\delta[s(L)]\} n[F_L(L)]^{n-1} f_L(L) dL \quad (6)$$

式(6)反映了载荷作用次数对零件可靠性的影响。特殊地,当  $n=1$  (即载荷作用一次)时,式(6)与式(1)具有相同的形式。

### 3 动态可靠性模型及早期失效分析

在机械设备和系统中,载荷的作用一般与时间有关,载荷的作用过程可以用随机过程来描述。泊松随机过程作为一种重要的计数过程可以用于描述载荷作用次数随时间的变化规律<sup>[9-10]</sup>。

设  $N(t)$  为在  $(0, t)$  时间段内,载荷出现的总次数,且满足以下条件:

(1) 当  $t = 0$  时,载荷出现次数为 0,即  $N(0) = 0$ ;

(2) 在任意时间段内载荷的出现相互独立,即任取  $0 < t_1 < \dots < t_n, N(t_1), N(t_2) - N(t_1), \dots, N(t_n) - N(t_{n-1})$  相互独立;

(3) 对于任意  $t > 0$  和充分小的  $\Delta t > 0$ ,有

$$\left. \begin{aligned} P[N(t + \Delta t) - N(t) = 1] &= \lambda(t)\Delta t + o(\Delta t) \\ P[N(t + \Delta t) - N(t) \geq 2] &= o(\Delta t) \end{aligned} \right\}$$

显然,满足上述条件的载荷作用次数  $N(t)$  服从参数为  $\{\lambda(t) > 0, t \geq 0\}$  的非时齐泊松随机过程,即  $\forall w, t \geq 0, n \geq 0$ ,有

$$P[N(w + t) - N(w) = n] = \frac{\left(\int_0^{t+w} \lambda(t) dt - \int_0^w \lambda(t) dt\right)^n}{n!} e^{-\left(\int_0^{t+w} \lambda(t) dt - \int_0^w \lambda(t) dt\right)} \quad (7)$$

当  $w = 0$  时,在时刻  $t$  载荷出现  $n$  次的概率为

$$P[N(t) - N(0) = n] = \frac{\left(\int_0^t \lambda(t) dt\right)^n}{n!} e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad (8)$$

特殊地,当  $\lambda(t)$  为常数时,满足上述条件的载荷作用过程服从时齐泊松随机过程。

在实际中,机械设备所受随机载荷的作用往往不仅与工作时间的长短有关,而且还与起始时刻有关。当载荷的作用次数与起始时刻无关时,载荷的作用过程可以用时齐泊松随机过程来描述;当载荷的作用次数与起始时刻有关时,载荷的作用过程便应当用非时齐泊松随机过程来描述。由于时齐泊松随机过程为非时齐泊松随机过程的特例,下面,以非时齐泊松随机过程为例,建立强度不退化或退化不明显时的零件动态可靠性模型。

由式(6)和式(8)可得到零件在时刻  $t$  载荷作用  $n$  次时可靠性的概率为

$$R(n, t) = P[N(t) - N(0) = n]R^{(n)} = \frac{\left(\int_0^t \lambda(t) dt\right)^n}{n!} e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \int_{-\infty}^{+\infty} \{1 - F_\delta[s(L)]\} n \cdot$$

$$[F_L(L)]^{n-1} f_L(L) dL \quad (9)$$

由全概率公式可得零件在时刻  $t$  的可靠度  $R(t)$  为

$$R(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} R(n, t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\left(\int_0^t \lambda(t) dt\right)^n}{n!} e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \{1 - F_\delta[s(L)]\} n [F_L(L)]^{n-1} f_L(L) dL = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \left\{ 1 + \left(\int_0^t \lambda(t) dt\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \{1 - F_\delta[s(L)]\} \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left(\int_0^t \lambda(t) dt\right)^{n-1}}{(n-1)!} [F_L(L)]^{n-1} f_L(L) dL \right\}$$

运用指数函数的 Taylor 展开式,即

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

并进行积分运算后,上式可进一步简化为

$$R(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{[F_L(L)-1]\int_0^t \lambda(t) dt} f_\delta[s(L)] s'(L) dL \quad (10)$$

进一步,可以得到零件的失效率  $h(t)$  的表达式为

$$h(t) = -\frac{R'(t)}{R(t)} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{[F_L(L)-1]\int_0^t \lambda(t) dt} \lambda(t) [1 - F_L(L)] f_\delta[s(L)] s'(L) dL}{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{[F_L(L)-1]\int_0^t \lambda(t) dt} f_\delta[s(L)] s'(L) dL} \quad (11)$$

以  $\lambda(t) = 0.5 \text{ h}^{-1}$  的泊松随机过程(即参数为常数)为例,零件强度服从  $\delta-N(600, 60^2)$  MPa 的正态分布,载荷也服从  $L-N(400, 40^2)$  MPa 的正态分布,由载荷  $L$  所引起的应力  $s(L) = L$ ,零件可靠度随时间的变化如图 2 所示,失效率随时间的变化如图 3 所示。

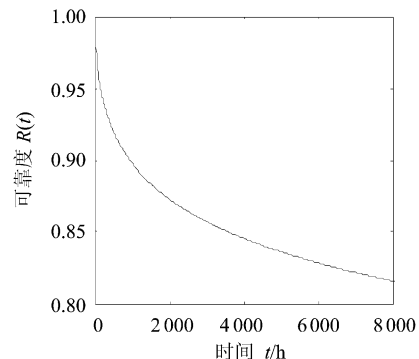


图 2 可靠度随时间的变化曲线

Fig. 2 Relationship between the reliability and time

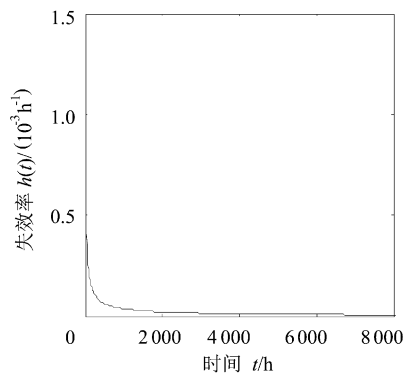


图3 失效率随时间的变化曲线

Fig. 3 Relationship between the failure rate and time

从图2可以看出零件的可靠度随时间在逐渐降低,且可靠度降低的速度在逐渐减小。从图3可以看出,零件的失效率也随时间在逐渐减小,且具有“浴盆”曲线前两个阶段的特征,即早期失效期和偶然失效期。在工作的初期,零件的失效率较高,且失效率降低较快,在可靠性理论中,把零件的这一阶段定义为零件的早期失效期或婴儿期。传统的可靠性模型简单地认为零件早期较高的失效率是由于零件的初始缺陷而造成的,然而,这种解释掩盖了随机载荷的作用。

事实上,随机载荷的作用对零件早期失效率也同样具有重要的影响。结合图1可以看出,随着载荷作用次数(或载荷作用时间)的增加,等效载荷的均值在逐渐增大,分散性在减小,大载荷样本出现的概率在增加。这样便使得零件在工作的早期可靠度降低较快,失效率较大;随着工作时间以及载荷作用次数的增加,等效载荷概率分布的变化逐渐减小并趋于稳定,大载荷样本出现概率的增幅也随之逐渐减小,这时,零件的可靠度变化较慢,失效率也随之逐渐减小并趋近于一个较小的值,零件开始进入偶然失效期。同时,从图4

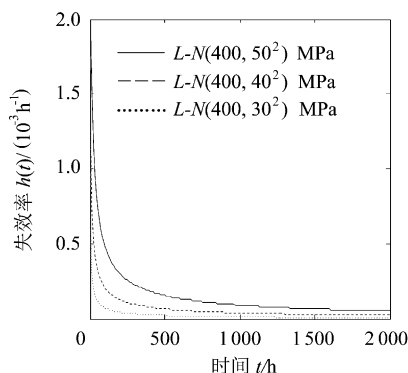


图4 不同载荷分散性下的失效率变化曲线

Fig. 4 Curves for failure rate under different dispersion of random loadings

可以看出,载荷的分散性越大,零件的失效率也越大。

由于在可靠性建模中没有考虑零件强度退化的影响,本文模型只能够用于描述和解释零件在强度不退化或退化不明显(如零件工作的早期和中期)时可靠度和失效率的变化规律,这也是运用本文模型得到的零件失效率曲线没有“浴盆”曲线中“耗损失效期”的原因所在。

#### 4 结 论

本文分析了传统的零件可靠性建模方法,指出传统的可靠性模型并不能很好地反映随机载荷作用次数对零件可靠性的影响。研究了随机载荷多次作用时零件的失效过程,从载荷作用的统计学意义出发,运用顺序统计量理论建立了载荷多次作用下的零件可靠性模型;并运用泊松随机过程描述载荷的作用过程,建立了强度不退化时的零件动态可靠性模型。研究表明,零件的可靠度随时间在逐渐降低,失效率也随时间逐渐减小且具有“浴盆”曲线前两个阶段的特征。零件早期的失效并不仅仅是由零件的初始缺陷引起的,而是由随机载荷的作用和零件的强度共同决定的。本文模型建立在强度不退化的基础上,因此仅适用于描述和解释零件在强度退化不明显(如零件工作的早期和中期)时可靠度和失效率的变化规律。

#### 参 考 文 献

- [1] Dilip R, TANMOY D. A discretizing approach for evaluating reliability of complex systems under stress-strength model [J]. IEEE Transaction on Reliability, 2001, 50(2): 145-150.
- [2] Xie L Y, Zhou J Y, Hao C Z. System-level load-strength interference based reliability modeling of  $k$ -out-of- $n$  system [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2004, 84: 311-317.
- [3] 孙志礼,陈良玉,张钰,等. 机械传动系统可靠性设计模型(I) [J]. 东北大学学报:自然科学版, 2003, 24(6): 548-551.  
Sun Zhili, Chen Liangyu, Zhang Yu, et al. Reliability model of mechanical transmission system (I) [J]. Journal of Northeastern University: Natural Science, 2003, 24(6): 548-551. (in Chinese)
- [4] Eimer E L. A load-capacity interference model for common-mode failures in 1-out-of-2: G systems [J]. IEEE Transaction on Reliability, 2001, 50(1): 47-51.
- [5] Knut O R, Gunner C L. Reliability-based design of wind-turbine rotor blades against failure in ultimate loading [J]. Engineering Structures, 2000, 22: 565-574.

- [6] Li B, Zhu M L, Xu K. A practical engineering method for fuzzy reliability analysis of mechanical structures [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2000, 67: 311-315.
- [7] 菲诗松,王静龙,濮晓龙. 高等数理统计[M]. 北京:高等教育出版社;德国:施普林格出版社,1998: 80-86.  
Mao Shisong, Wang Jinglong, Pu Xiaolang L. Advanced mathematical statistics [M]. Beijing: Higher Education Press; Germany: Springer Press, 1998: 80-86. (in Chinese)
- [8] 谢里阳,李翠玲. 相关系统失效概率的次序统计量模型及共因失效原因分析[J]. 机械强度, 2005, 27(1): 66-71.  
Xie Liyang, Li Cuiling. Order statistics model of dependent system failure probability and common failure analysis [J]. Journal of Strength, 2005, 27(1): 66-71. (in Chinese)
- [9] Ove D. Stochastic model for joint wave and wind loads on offshore structures [J]. Structural Safety, 2002, 24:139-163.
- [10] Li J P, Thompson G. A method to take account of inhomogeneity in mechanical component reliability calcula-

tions [J]. IEEE Transaction on Reliability, 2005, 54(1): 159-168.

#### 作者简介:



王正(1981—) 男,博士研究生。主要研究方向:机械系统可靠性,结构疲劳,CAE。

Tel:024-83678622

E-mail: wzneu@126.com



谢里阳(1962—) 男,教授,博士生导师。主要研究方向:结构疲劳强度与可靠性,系统概率风险评估,计算机辅助工程分析等。

Tel:024-83687630

E-mail: lyxie@me.neu.edu.cn

李兵(1980—) 男,博士研究生。主要研究方向:疲劳断裂,零件可靠性。

(责任编辑:李铁柏)