

研究论文

# 低温手术过程组织瞬态热应力有限元分析

赵 刚<sup>1</sup>, 刘志峰<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学技术大学力学和机械工程系; <sup>2</sup> 热科学和能源工程系, 安徽 合肥 230027)

**摘要:** 通过有限元分析, 给出使用同时具有冷冻和加热能力的两种新型冷刀进行低温手术过程中组织瞬态应力场, 考察“低温手术-热疗结合型冷刀”与“Endocare 型氩氦冷刀”两种新型冷刀的共性和差别, 从热应力角度揭示冷刀的杀伤半径。充分考虑组织物性和内热源的非线性, 使用基于有限容积法的大型商业有限元软件 Ansys 双向耦合求解经典生物传热方程与应力方程。结果表明: (1) 组织内水的相变导致的体积膨胀是热应力引发的主要因素, 而温度梯度则是产生热应力的次要因素; (2) 两种冷刀在低温手术过程中均会导致相变区域内出现应力集中; (3) 低温手术-热疗结合型冷刀由于可提供更大的冻结区域, 使其经历高应力, 从而具有更大杀伤半径; (4) 低温手术过程中, 组织会发生明显的热应变。

**关键词:** 低温手术; 冷刀; 应力场; 相变; Ansys

**中图分类号:** R 318.52; R 318.03

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0438-1157 (2007) 01-0033-07

## Finite element analysis of transient thermal stress during cryosurgery

ZHAO Gang<sup>1</sup>, LIU Zhifeng<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> Department of Modern Mechanics; <sup>2</sup> Department of Thermal Science and Energy Engineering, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, Anhui, China)

**Abstract:** The thermal stress fields of the target tissues during cryosurgery using two kinds of cryoprobe capable of both cooling and heating (the new type combined cryosurgery/hyperthermia cryoprobe and the Endocare cryoprobe) were studied comparatively. The intrinsic merits of the new type cryoprobe were revealed as compared with the Endocare cryoprobe from the point of view of thermal stress by studying the commonness and difference between these two kinds of cryoprobes. The enthalpy form of the classical bioheat equation coupled with the stress equations was solved by using the commercial software Ansys (version 7.0). The tissues were treated as nonideal materials freezing over a temperature range, and their thermophysical properties were taken as temperature dependent. Volumetric expansion associated with phase change of the tissue water appearing in this study was the main reason for the thermal stress concentration, and the thermal gradient might also have a minor effect on thermal stress. Thermal stress concentration would appear in the phase change region for both cryoprobes. The new type combined cryosurgery/hyperthermia cryoprobe could generate a much lower temperature and a wider frozen region, a much wider region that might experience stress concentration, and have a larger killing radius. Apparent thermal strain could be observed during the cryosurgery processes.

**Key words:** cryosurgery; cryoprobe; thermal stress field; phase change; Ansys

2006-01-02 收到初稿, 2006-02-27 收到修改稿。

**联系人及第一作者:** 赵刚 (1977—), 男, 副教授。

**基金项目:** 中国博士后科学基金项目 (2004036141); 《面向 21 世纪教育振兴行动计划》; 合肥市重点科技项目 (2005-1002); 国家自然科学基金项目 (50506029)。

**Received date:** 2006-01-02.

**Corresponding author:** ZHAO Gang. E-mail: ZhaoG@ustc.edu.cn

**Foundation item:** supported by the China Postdoctoral Science Foundation (2004036141), the 21st Century Education Revitalization Project, a Key Project of City Hefei (2005-1002), and the National Natural Science Foundation of China (50506029).

引 言

低温手术是以低温器械作为手术治疗工具的一种临床治疗手段，它可用于切除病灶或修复身体缺陷，以恢复和改善身体生理功能<sup>[1]</sup>。由于低温手术具有创伤小、流血少、住院时间短（甚至某些病情较轻的患者可以随治随走，无需住院）等一系列优点，它越来越广泛地被应用到临床医学领域<sup>[2-3]</sup>。

低温手术的效果通常取决于组织经历的温度变化历史，包括降温速率、复温速率、最低温度、降温-复温循环等<sup>[2-3]</sup>。病理组织在手术中经历固-液相变，从微观角度而言，细胞遭受“溶液损伤”、“胞内冰损伤”和“再结晶损伤”；从宏观角度而言，组织将经历热应力等因素导致的损伤<sup>[1,3-4]</sup>。

在冻结或复温过程中生物组织内部均会产生温度梯度。由于生物材料物性的高度非线性，已冻结组织相对未冻结组织而言具有极大的弹性模量，因而其内部不能自由伸缩部分必然会因温度变化而产生热应力，当其超过组织的弹性极限时，将导致裂纹产生，从而损伤组织<sup>[5]</sup>。

新型冷刀结合冷冻并辅以骤然升温，能最大限度地杀灭肿瘤组织<sup>[6]</sup>，美国 Endocare 公司生产的氩氦冷刀、中国科学院理化技术研究所刘静教授领导的生物热医学实验室研发的新型低温手术-热疗结合型冷刀<sup>[6-7]</sup>（以下分别简称“Endocare 冷刀”、“新型冷刀”）均为其中典型的例子。

由于新型冷刀问世不久，关于其热应力的研究尚不多见。因而本文主要使用有限元分析方法，研究使用新型冷刀和 Endocare 冷刀低温手术过程中组织应力场的差别，从热应力的角度阐述新型冷刀的优点。

## 1 物理模型

### 1.1 生物传热方程

Pennes<sup>[8]</sup>于 1948 年给出了焓形式的生物传热方程，可用于描述冷冻过程中组织内温度场：

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \rho_b c_b \omega_b (T_b - T) + \dot{q}_{met}$$

式中  $\rho$ ，组织密度， $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ； $\rho_b$ ，血液密度， $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ； $h$ ，焓， $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ； $t$ ，时间， $\text{s}$ ； $\omega_b$ ，血液灌注率（单位体积组织中血液的体积流率）， $\text{s}^{-1}$ ； $T_b$ ，血液温度， $^{\circ}\text{C}$ ； $T$ ，组织温度， $^{\circ}\text{C}$ ； $c_b$ ，血液比热容， $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^{\circ}\text{C}^{-1}$ ； $\dot{q}_{met}$ ，代谢产热， $\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$ 。

与纯物质不同，对生物组织而言，其相变往往发生在一定的温度区间（以下用  $T_{ml}$  和  $T_{ms}$  分别表示相变温度区间的上、下限），其焓值与温度之间的关系为<sup>[9]</sup>：

$$\begin{cases} T < T_{ms}, \rho h = c_s \rho_s (T - T_r) \\ T_{ms} \leq T \leq T_{ml}, \rho h = c_s \rho_s (T_{ms} - T_r) + \frac{T - T_{ms}}{T_{ml} - T_{ms}} L \\ T > T_{ml}, \rho h = c_s \rho_s (T_{ms} - T_r) + L + c_l \rho_l (T - T_{ml}) \end{cases}$$

其中，下标  $s$ 、 $l$ 、 $ms$ 、 $ml$  分别表示固相、液相、相变下限、相变上限； $L$ ，相变潜热， $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ； $T_r$ ，参考温度， $^{\circ}\text{C}$ ，本文中  $T_r$  取 0。

### 1.2 应力方程

#### 1.2.1 动力学方程

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} + F_r = \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} + F_z = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \end{cases}$$

#### 1.2.2 应力应变关系（物理方程）

$$\begin{cases} \epsilon_{rr} = \frac{1}{E} [\sigma_{rr} - \nu(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz})] + \epsilon^{th} \\ \epsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{E} [\sigma_{\theta\theta} - \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{zz})] + \epsilon^{th} \\ \epsilon_{zz} = \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{rr})] + \epsilon^{th} \\ \epsilon_{rz} = \sigma_{rz} (1 + \nu) / E \end{cases}$$

#### 1.2.3 应变位移关系（几何方程）

$$\begin{cases} \epsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \epsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \epsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r} \\ \epsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \end{cases}$$

其中  $E$ ，弹性模量， $\text{Pa}$ ； $\nu$ ，泊松比； $\sigma$ ，应力， $\text{Pa}$ ； $\epsilon$ ，应变； $\epsilon^{th}$ ，热应变； $F$ ，体积力（ $= 0$ ）， $\text{N} \cdot \text{m}^{-3}$ ； $u$ ，位移， $\text{m}$ ； $r$ 、 $\theta$ 、 $z$  分别为柱坐标系中径向、周向、轴向 3 个坐标。

此外，为简化问题，作者假定：（1）欲去除的组织（通常为肿瘤或者癌变组织）与其周围正常组织具有相同的热物性；（2）低温手术过程中，组织的相变发生在  $T_{ml}$  和  $T_{ms}$  之间；（3）组织的血液灌注和代谢产热仅在一定温度区间内有效（即组织一旦开始冻结或者组织内温度高于  $50^{\circ}\text{C}$ ，血液灌注和代谢产热取为 0）。

### 1.3 边界条件和初始条件

图 1 为组织和冷刀的示意图，其中仅画出了圆柱组织的旋转面（即计算中选取的控制体）。冷刀直径 3 mm； $M$  位于  $z = 55 \text{ mm}$  水平线上，且距离冷刀壁面处 5 mm。此外，在冷刀入口处取典型研究点“top notch”。

(1) 温度边界条件

① 在  $0.0015 \leq r \leq 0.06, z=0.08$  处,

$$-k \frac{\partial T}{\partial z} = h_{\text{air}} (T_{\text{air}} - T)$$

② 在  $r = 0.06, 0 < z < 0.08$  及  $0 \leq r \leq 0.06, z=0$  处,

$$T = T_c$$

③ 在  $r = 0, 0 < z < 0.04$  及  $r = 0.0015, 0.07 < z < 0.08$  处,

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

④ 在  $0 \leq r \leq 0.0015, z=0.04$  及  $r=0.0015, 0.04 < z \leq 0.07$  处,

$$T = T_{\text{probe}}$$

其中,  $T_c$  ( $=37^\circ\text{C}$ ) 和  $T_{\text{air}}$  ( $=20^\circ\text{C}$ ) 分别是体核与皮肤表面空气的温度;  $h_{\text{air}}$  ( $=10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ ) 是体表与环境的对流换热系数。假定远离冷刀处组织的温度维持在体核温度  $T_c$ , 而紧贴冷刀壁面处的组织和冷刀具有相同的温度变化历史  $T_{\text{probe}}(t)$ 。

(2) 位移边界条件

① 在  $r = 0, 0 < z < 0.04$  及  $r = 0.0015, 0.04 < z < 0.08$  处,

$$u_r = 0$$

② 在  $0 \leq r \leq 0.0015, z=0.04$  处,

$$u_z = 0$$

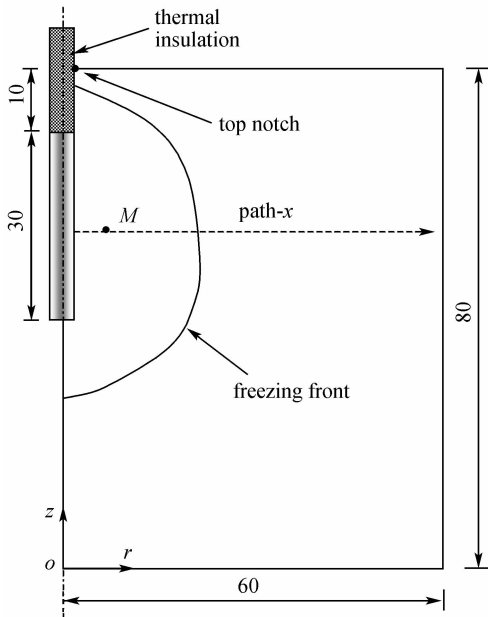


图 1 微创冷刀低温手术过程示意图 (单位: mm)  
Fig. 1 Schematic presentation of axis-symmetrical freezing problem around cylindrical cryoprobe (unit: mm)

③ 其余边界均可自由移动。

(3) 在整个控制体内, 初始温度为  $T_0(r, z) = T_c$ , 初始应力、应变、位移各分量均为 0。

1.4 参数选取

计算中所取组织的热物性参数如表 1<sup>[10]</sup> 所示。

表 1 生物组织热物性参数

Table 1 Thermal properties of soft biological tissues

Parameter	Value
upper limit of phase transition, $T_{\text{ml}}/^\circ\text{C}$	-1
lower limit of phase transition, $T_{\text{ms}}/^\circ\text{C}$	-8
blood temperature, $T_b/^\circ\text{C}$	37
thermal conductivity of unfrozen tissue, $k_u/\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	0.5
thermal conductivity of frozen tissue, $k_f/\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	2.0
specific heat of unfrozen tissue, $c_l/\text{MJ} \cdot \text{m}^{-3} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	3.6
specific heat of frozen tissue, $c_s/\text{MJ} \cdot \text{m}^{-3} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	1.8
latent heat, $L/\text{MJ} \cdot \text{m}^{-3}$	250
blood heat source, $\dot{w}_{bcb}/\text{kW} \cdot \text{m}^{-3} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	10
metabolic heat generation, $\dot{q}_{\text{met}}/\text{kW} \cdot \text{m}^{-3}$	33.8

力学性能参数取值为<sup>[11-12]</sup>:

$$E/\text{Pa} = \begin{cases} 2.29 \times 10^{10} & T < -8^\circ\text{C} \\ 2.29 \times 10^7 & T \geq -1^\circ\text{C} \end{cases}$$

$$\alpha/^\circ\text{C}^{-1} = \begin{cases} (7.323 + 0.04344T + 6.105 \times 10^{-5} T^2) \times 10^{-5} & T < -8^\circ\text{C} \\ 7.323 \times 10^{-5} & T \geq -1^\circ\text{C} \end{cases}$$

假设相变区间内, 弹性模量随温度线性变化, 线膨胀系数的插值采用文献 [13-14] 的方法。

低温手术过程新型冷刀和 Endocare 冷刀壁面温度变化历史如图 2 所示。

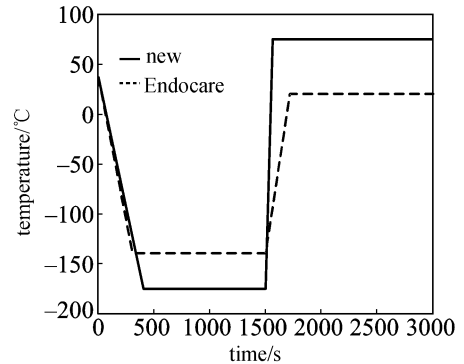


图 2 两种典型冷刀低温手术过程其工作表面温度历史

Fig. 2 Typical temperature profiles of surfaces of cryoprobes

应该指出, 图 2 并非人为假设的简单温度边界条件, 而是使用上述两种类型的冷刀用于家兔组织或器官 (在体、离体) 真正的低温手术过程中两种冷刀降温冷冻、复温加热能力的最大体现<sup>[7]</sup>, 是根

据实验数据作出的线性近似。

## 2 计算方法及其验证

使用商业有限元软件 Ansys 7.0 进行理论研究, 指定 “defined element types” 为 “PLANE13”, “element behavior” 为 “axisymmetric”。单元类型选为 “quad”, 划分网格选项取为 “smart, 1”, 随后将所有单元加密一次, “level of refinement” 取为 “3”。求解模块中, 选择 “type of analysis” 为 “transient”, 打开 “nonlinear options” 中的 “line search” 项, “equilibrium iterations” 选项中 “maximum number of iterations” 设为 200。打开自动时间步长, 最小和最大步长均设为 2 s。求解过程中, 设定收敛的标准为应力值满足:

$$\frac{\sum_{i=1}^n |\sigma_i^k - \sigma_i^{k-1}|}{\sum_{i=1}^n |\sigma_i^k|} \leq 1.0 \times 10^{-10}$$

式中  $i$  为空间节点,  $k$  为时间节点,  $n$  为节点总数。

为验证热应力计算结果的可靠性, 本文有限元方法被用于文献 [15] 中建立的低温保存过程动脉血管模型。文献 [15] 中关于该动脉血管内壁热应力的有限差分计算结果与本文所用有限元方法的计算结果比较如图 3 所示。由图 3 中结果可知, 针对同一动脉血管模型, 两种方法计算结果一致。因此, 本文热应力计算结果可靠。

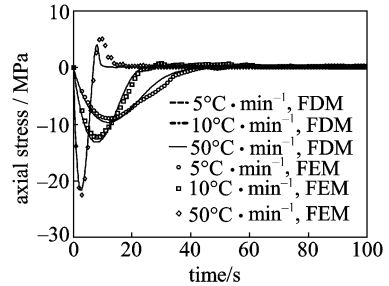


图 3 本文有限元方法验证: 直接耦合合法与有限差分方法计算结果比较

Fig. 3 Verification of finite element analysis of Ansys: direct coupled-field analysis vs finite difference method

FDM—finite difference method; FEM—finite element method

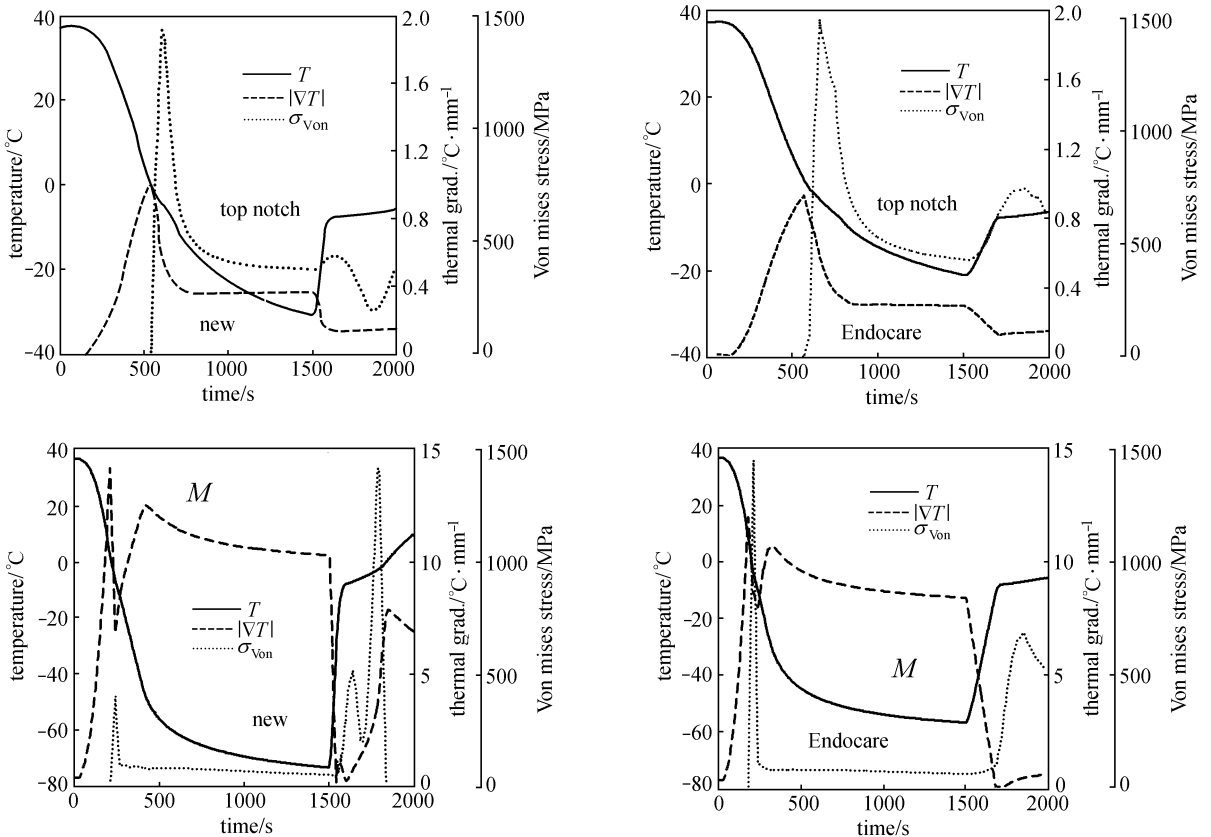


图 4 两种冷刀系统低温手术过程 M 点和冷刀上切口的温度、温度梯度、等效应力

Fig. 4 Thermal, thermal gradient, and Von mises stress histories of point M and top notch in target tissues for new and Endocare systems

### 3 结果和讨论

图 4 为整个低温手术过程中，组织上切口处以及组织内部典型点  $M$  处温度、温度梯度、热应力变化历史图。从图 4 中可以看出，与 Endocare 冷刀相比，新型冷刀虽然可以提供给组织内部相同位置处（例如  $M$  点）更低的温度、更大的温度梯度，但是两者给局部组织带来的最大热应力值基本相等。所不同的是：对 Endocare 冷刀而言，最大热应力峰出现在降温阶段， $M$  点经历冻结的过程中；而对新型冷刀而言，该峰出现在复温结束后的平衡阶段，出现在  $M$  点经历融化的过程中。这与两类冷刀全功率运行时的特点有关，Endocare 冷刀可以提供更大的降温速率，而新型冷刀则可以提供更大的复温速率，同时也与  $M$  点的位置有关。此外，对上切口，新型冷刀仍可提供更低的温度、更大的温度梯度和基本一致的热应力峰值；所不同的是，在降温阶段结束之后，Endocare 冷刀在随后的过程中可提供稍大的热应力。

图 5 为 2000 s 时，组织内部典型的三维温度场和应力场，其中  $-1^{\circ}\text{C}$  和  $-8^{\circ}\text{C}$  分别为组织相变的

温度上下限。从图 5 可以看出，应力基本集中在组织内正经历相变的区域，无论是固-液，还是液-固相变过程。此外，在冷刀上端绝热段与制冷段相邻处，组织也出现了应力集中。

图 6 为使用 Endocare 冷刀低温手术过程中，1718 s 和 2000 s 时，组织内部的温度、温度梯度和应力的径向分布。可以看出，复温过程以及随后的平衡阶段，组织内部存在固-液、液-固两个相变区域，前者是由于冷刀壁面复温过程开始后产生的热量的传播对周围已冻结区域的解冻，后者是降温冷冻阶段冷刀壁面冷量在较远处未冻结组织内的延续。两个相变区域均会产生应力集中，出现应力峰。而两个峰值中间，在冻结区内，出现一个较小的峰值。温度梯度的最大值出现在冷刀壁面处，而另外一个峰值则出现在径向稍远处的相变区域的外边沿。

图 7 给出了考虑冻结过程中组织内水的体积膨胀与否对于热应力的影响，可以看出，冻结过程中，组织内水的相变导致的体积膨胀是热应力产生的主要因素，而温度梯度则是次要因素。

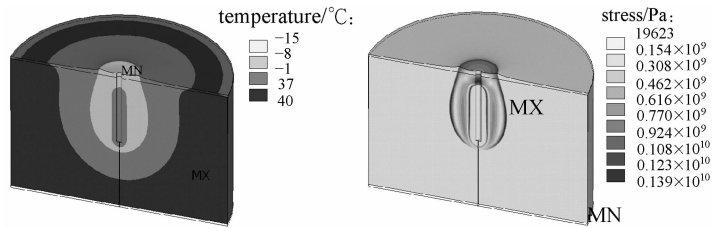


图 5 Endocare 冷刀系统低温手术过程典型时刻组织内部三维温度场和应力场 ( $t=2000\text{ s}$ )

Fig. 5 Typical 3D temperature and thermal stress fields of tissues at  $t=2000\text{ s}$  for Endocare system

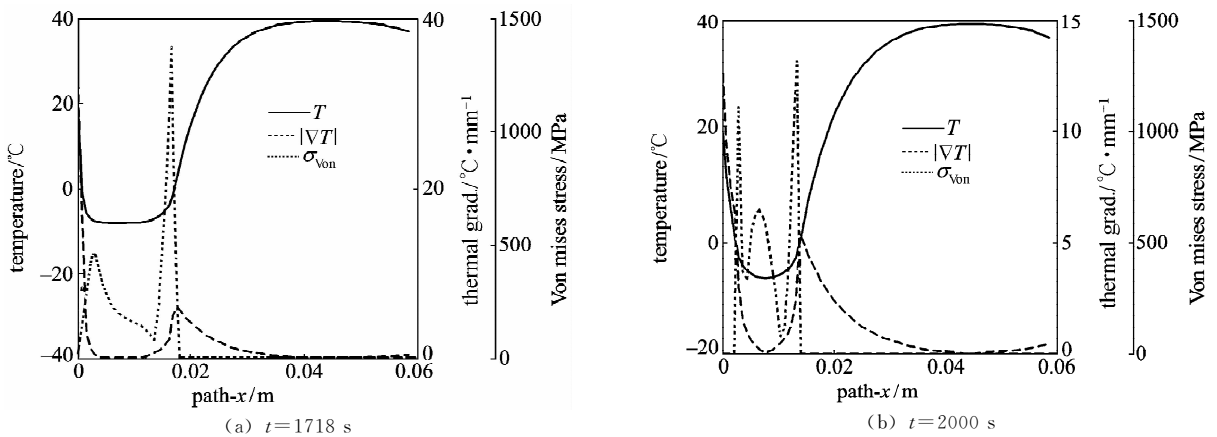


图 6 Endocare 冷刀系统低温手术过程典型时刻 path- $x$  的温度、温度梯度、等效应力分布

Fig. 6 Distributions of temperature, thermal gradient, thermal stress in target tissue for Endocare systems at 1718 s and 2000 s

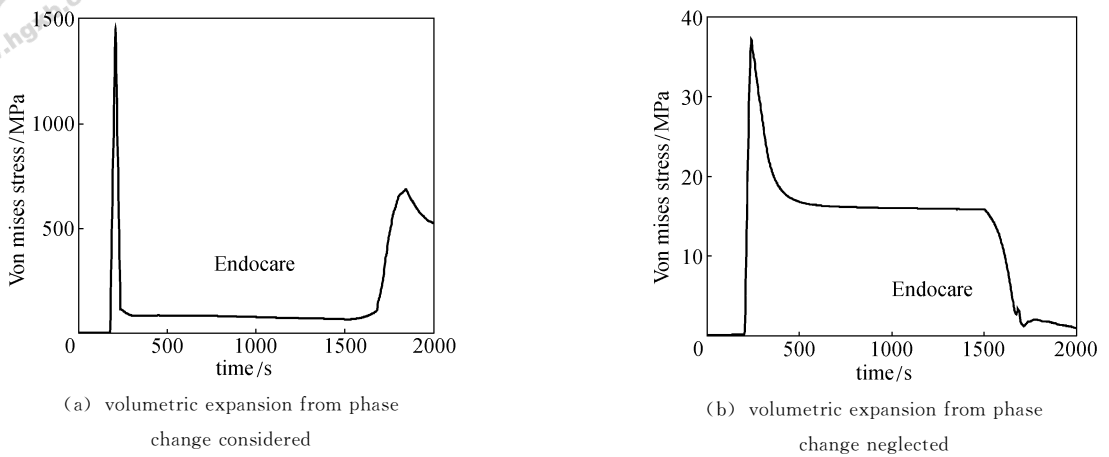


图 7 肿瘤组织内水分冻结对 M 点等效应力的影响

Fig. 7 Effect of volumetric expansion of tissue water during phase change on Von mises stress histories of point M

图 8 为两种冷刀低温手术过程中，冰球在水平方向半径的比较，可以看出，新型冷刀可以产生更大的冻结区域。结合图 5 和图 6，可以推断，使用新型冷刀低温手术过程中，更大的区域将经历应力集中。

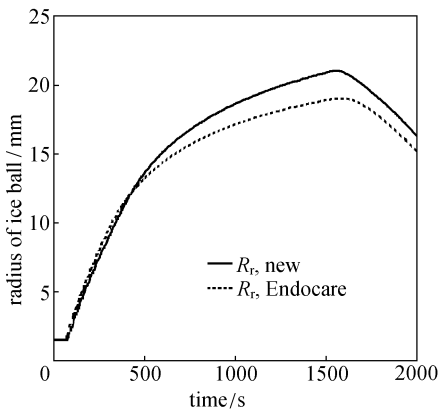


图 8 两种冷刀系统低温手术过程冰球生长情况  
Fig. 8 Radius development of ice ball in target tissues for new and Endocare systems

将应力分析结果与冻结组织的屈服应力值结合，则可判断特定位置处组织是否会遭受热应力引发的微裂纹或断裂损伤。例如，对于冷冻的新西兰大白兔肾脏组织，其压应力屈服强度约为 132 MPa<sup>[11]</sup>。因此，倘若本文计算结果针对肾脏组织，则结合图 4 可知，对于两种冷刀系统，均有：(1) 对于 M 点处组织，冻结和融化过程中产生的压应力均可能导致其经历热应力损伤，而完全冻结后的恒温阶段则不会导致其经历热应力损伤；(2) 对于冷刀上切口处组织，冻结过程开始后的整个低温手术过程中，均可能对其产生热应力损伤。这样，即

可给出整个低温手术过程中，可能遭受热应力损伤的区域。应该指出，对于不同组织，其应力屈服强度不同。本文提供了研究低温手术过程热应力问题的通用方法，对于特定组织，如肾脏、肝脏组织，应将其特定的热物性、力学物性参数值（包括屈服应力值）带入模型，才能给出合理的热应力损伤理论预测结果。

## 4 结 论

本文使用有限元方法，研究了新型低温手术——热疗结合型冷刀和 Endocare 冷刀低温手术过程中组织应力场。阐述了热应力的引发因素。从热应力的角度，理论分析了新型冷刀相对于 Endocare 冷刀所具备的一些优点。结果表明：

- (1) 组织在低温手术过程中，所经历的热应力主要来自其相变过程中体积的膨胀，而温度梯度则是次要影响因素；
- (2) 虽然降温过程两种冷刀均导致冷刀入口处组织经受近似的应力峰值，但是 Endocare 冷刀在随后的平衡、复温、平衡过程可提供稍大的热应力；
- (3) 对组织内特定位置处而言，新型冷刀在复温后的平衡阶段组织经历固-液相变时，使其经受热应力峰值，而 Endocare 冷刀则在降温冷冻过程组织发生相变时使其经受热应力峰值；
- (4) 低温手术过程中，组织由于经历相变而发生体积膨胀或收缩，会经历明显的热应变；
- (5) 新型冷刀在降温过程中，会产生更低的温度，更大的冻结区域，从而产生更大的高应力影响

区域, 更大的有效杀伤半径。

此外, 新型冷刀的一个特色就是其具有连续多次快速降温、复温的能力<sup>[7]</sup>, 因而, 新型冷刀可对组织产生强烈的应力冲击。相对于 Endocare 冷刀, 新型冷刀可以提供更大的杀伤范围和更强的杀伤能力。应该指出, 本文的研究并未考虑冷刀插入组织时对组织带来的机械损伤, 以及所导致的初始应力对于随后的热应力分析的影响。

本文提供了低温手术过程中, 组织热应力的通用有限元分析方法。给定特定组织的热、力参数后, 即可理论预测某种冷刀在特定的低温手术程序下, 对于这种组织的有效热应力杀伤范围。因此, 本文方法可为冷刀的优化、低温手术程序的设计提供理论依据。

### 符 号 说 明

- $c_l$ ——液体比热容,  $J \cdot kg^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$   
 $c_s$ ——固体比热容,  $J \cdot kg^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$   
 $h$ ——焓,  $J \cdot kg^{-1}$   
 $k$ ——热导率,  $W \cdot m^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$   
 $L$ ——相变潜热,  $J \cdot kg^{-1}$   
 $\dot{q}_{met}$ ——代谢产热,  $W \cdot m^{-3}$   
 $r$ ——径向坐标, mm  
 $r_0$ ——冷刀半径, mm  
 $T$ ——温度,  $^\circ C$   
 $T_{ml}$ ——相变温度上限,  $^\circ C$   
 $T_{ms}$ ——相变温度下限,  $^\circ C$   
 $T_r$ ——参考温度,  $^\circ C$   
 $T_s$ ——冷刀壁温度,  $^\circ C$   
 $t$ ——时间, s  
 $z$ ——轴向坐标, mm  
 $\rho$ ——密度,  $kg \cdot m^{-3}$   
 $\dot{\omega}_b$ ——血液灌注率,  $s^{-1}$

### 下角标

- b——血液  
 $l$ ——冻结前液态参数  
 $s$ ——冻结后固态参数

### References

[1] Hua Zezhao (华泽钊), Ren Hesheng (任禾盛). Cryobiomedical Techniques (低温生物医学技术). Beijing: Science Press, 1994: 20-69

- [2] Rabin Y, Shitzer A. Numerical solution of the multidimensional freezing problem during cryosurgery. *ASME J. Biomech. Eng.*, 1998, **32** (120): 32-37
- [3] Gage A A, Baust J. Cryosurgery—a review of recent advances and current issues. *CryoLetters*, 2002, **23** (2): 69-78
- [4] Baust J G, Gage A A. Progress towards optimization of cryosurgery. *Technol. Cancer Res. Treat.*, 2004, **3**: 95-101
- [5] Zhang Y T, Liu J. Study on thermal stressing living tissues during cryosurgical rewarming. *Space Medicine & Medical Engineering*, 2002, **15** (4): 291-295
- [6] Deng Z S, Wang H W, Liu J. Numerical simulation of freezing and rewarming in cryosurgery by the Endocare cryoprobe system. *Space Medicine & Medical Engineering*, 2004, **17** (6): 448-451
- [7] Liu J, Zhou Y X, Yu T H, Gui L, Deng Z S, Lü Y G. Minimally invasive probe system capable of performing both cryosurgery and hyperthermia treatment on target tumor in deep tissues. *Min. Invas. Ther. & Allied Technol.*, 2004, **13** (1): 47-57
- [8] Pennes H H. Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting forearm. *J. Appl. Physiol.*, 1948, **1** (2): 93-122
- [9] Zhang J, Hua T C, Chen E T. Experimental measurement and theoretical analyses of the freezing-thawing processes around a probe. *CryoLetters*, 2000, **21** (4): 245-254
- [10] Shitzer A, Eberhart R C. Heat Transfer in Biology and Medicine. New York: Plenum Press, 1985: 413-418
- [11] Rabin Y, Steif P S, Taylor M J, Julian T B, Wolmark N. An experimental study of the mechanical response of frozen biological tissues at cryogenic temperatures. *Cryobiology*, 1996, **33** (4): 472-482
- [12] Rabin Y, Taylor M J, Wolmark N. Thermal expansion measurements of frozen biological tissues at cryogenic temperatures. *ASME J. Biomech. Eng.*, 1998, **120** (2): 259-266
- [13] Shi X, Datta A K, Mukherjee Y. Thermal stresses from large volumetric expansion during freezing of biomaterials. *ASME J. Biomech. Eng.*, 1998, **120** (6): 720-726
- [14] Hua Z, Xu H, Zhou G, Liu J, Huang H, Ding W. Analyses of thermal stress and fracture during cryopreservation of blood vessel. *Science in China (Series E)*, 2001, **44** (2): 158-163
- [15] Zhao G, Liu Z F, Zhang A L, Zhang H F, Cheng S X. Theoretical analyses of thermal stress of blood vessel during cryopreservation. *CryoLetters*, 2005, **26**: 239-250