

文章编号: 1001-4322(2002)03-0421-05

多注速调管双重入式谐振腔的解析计算与仿真*

汪海洋, 李明光, 李家胤

(电子科技大学 高能电子学研究所, 四川 成都 610054)

摘 要: 发展了一种计算多注速调管双重入式谐振腔的计算方法。根据场的等效原理将(模型等效后)腔体划分为二个规则区域, 每个区域上的场由公共界面上的虚设磁流所激发。利用格林函数积分法可求得各场的分布, 由相邻区域公共边界的匹配条件得到场匹配方程, 从而求解出腔体谐振频率, 并采用微扰法对计算数据予以修正, 同时可得到腔体另一重要参数特性阻抗。另外使用 HFSS 软件仿真腔体, 并给出计算、仿真、实测数据比较。

关键词: 多注速调管; 双重入式谐振腔; 计算仿真

中图分类号: TN 122.5 **文献标识码:** A

一般速调管采用无栅间隙双重入式柱形腔^[1], 其主要性能参数是谐振频率 f 和特性阻抗 R/Q 。本文所计算的多注速调管谐振腔为纵向不对称结构无栅间隙双重入式柱形腔。不少文献介绍了前者的计算方法。工程上采用等效回路法^[2], 但参数计算精度不够。文献[3]提出用 Green 函数求解单重入有栅腔体频率的计算方法。文献[4]改进了文献[3]的数学方法和数值处理, 实际上使用矩量法进行计算。文献[5]推广了文献[3, 4]的方法, 将其应用于无栅间隙双重入式柱形腔的计算, 取得了令人满意的结果。文献[6]利用这种方法进行了相对论单重入式无栅腔的解析分析, 但多注速调管谐振腔的计算还未见报道。与其它方法相比, 这种方法的优点在于: 参数计算相对容易, 也有足够的精度。

1 模型等效分析与方程的建立

一种多注速调管谐振腔的结构图如图 1 所示。一般多注速调管谐振腔工作于基模^[1], 而且漂移管直径非常小, 故将其等效为有栅间隙双重入腔, 这样可避免因圆周不对称引起解析上的困难。至于漂移管对谐振频率的影响, 可对计算数据用微扰法予以修正。设等效腔体工作于最低模式 TM_{010} , 因此腔内场分布只存在 E_r, E_z, H_ϕ 分量, 且各场分量均与 ϕ 无关。等效后的谐振腔如图 2 所示。首先在 $r = a$ 的柱面上定义一个 E_z 的特征分布函数

$$E_{z1} = E_z(a, z), \quad 0 \leq z \leq g \quad (1)$$

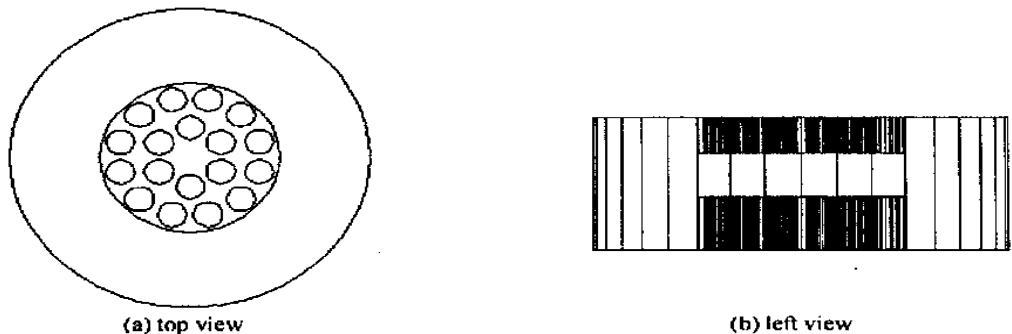


Fig 1 View of the multiple-beam klystron cavity

图 1 多注速调管谐振腔

根据场的等效原理, 可以将腔体划分为两个区域, 如图 3。每个区域都由理想导体封闭, 各区域的场由公共界面上虚设的表面磁流所激发。区域 I 被视为一同轴谐振腔, 区域 II 为一圆柱谐振腔, 两者均由 E_{z1} 激发, 如果图 3 中的 E_{z1} 与式(1)定义的分布函数一致, 那么图 2 和图 3 的问题是等效的。建立谐振腔色散方程, 获得谐振频率必须求解谐振腔中的亥姆霍兹方程, 本文采用 Green 函数积分法求解。

* 四川省电子学会第二届高能电子学学术交流会优秀论文。
收稿日期: 2001-09-17; 修订日期: 2001-11-13
作者简介: 汪海洋(1977-), 男, 硕士研究生。

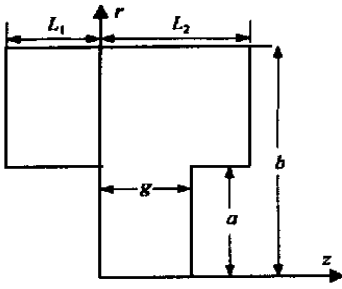


Fig 2 Cross section of model cavity

图 2 模型谐振腔示意图

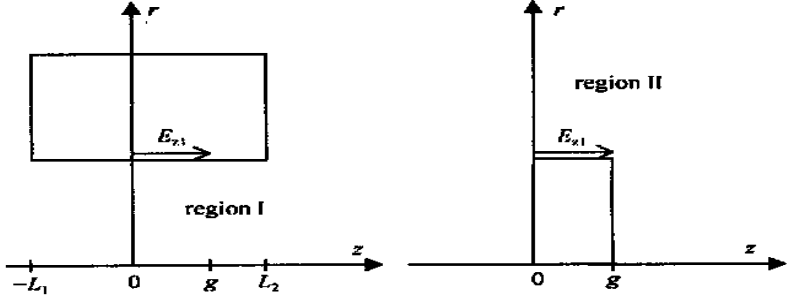


Fig 3 Equivalent problem of the model cavity

图 3 模型谐振腔的等效问题

设 $G^I(r, z | a, z')$, $G^{II}(r, z | a, z')$ 分别为区域 I, II 的 Green 函数, 它们满足以下非齐次方程^[7]

$$\frac{\partial^2 G}{\partial^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial r} - \frac{G}{r^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} + k^2 G = -\delta(r - r')\delta(z - z') \tag{2}$$

式中: r' 为源点坐标, r 为场点坐标. 且满足各自的边界条件

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(G)}{\partial r} \Big|_{s1} = 0, \quad \frac{\partial G}{\partial z} \Big|_{s2} = 0 \quad (\text{区域 I, II}) \tag{3}$$

式中: $s1$ 为侧面, $s2$ 为端面. 这样各个区域由 $r = a$ 处切向电场激发起的 $H \phi$ 可表示如下^[4]

$$\begin{cases} H \phi(r, z) = j\omega\epsilon_0 \int_0^g E_{z1} G^I(r, z | a, z') dz', & a < r < b \\ H \phi(r, z) = -j\omega\epsilon_0 \int_0^g E_{z1} G^{II}(r, z | a, z') dz', & 0 < r < b \end{cases} \tag{4}$$

在 $r = a$ 的公共界面上由磁场分量匹配得

$$H \phi(a, z) - H \phi(a, z) = 0, \quad 0 < z < g \tag{5}$$

将(4)式代入(5)式即得谐振腔色散方程. 从(2), (3)可解得区域 I, II 的 Green 函数^[7,8], 其中注意区域 I 的 Green 函数纵向分量采用坐标变换后求解相对简单, 结果也很简洁. 最后结果如下

$$\begin{cases} G^I(a, z | a, z') = -\frac{1}{L} [G_0^I + 2 \sum_{m=1} G_m^I \cos \frac{m\pi(z+L_1)}{L} \cos \frac{m\pi(z'+L_1)}{L}] \\ G^{II}(a, z | a, z') = \frac{1}{g} [G_0^{II} + 2 \sum_{n=1} G_n^{II} \cos \frac{n\pi z}{g} \cos \frac{n\pi z'}{g}] \end{cases} \tag{6}$$

式中: $L = L_1 + L_2$;

$$G_m^I = \begin{cases} \frac{J_1(ua)Y_0(ub) - Y_1(ua)J_0(ub)}{u[J_0(ua)Y_0(ub) - Y_0(ua)J_0(ub)]}, & k > m\pi/L \\ \frac{I_1(ua)K_0(ub) + K_1(ua)I_0(ub)}{u[I_0(ua)K_0(ub) - K_0(ua)I_0(ub)]}, & k < m\pi/L \end{cases}$$

$$u = \sqrt{|k^2 - (m\pi/L)^2|}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$G_n^{II} = \begin{cases} \frac{J_1(va)}{vJ_0(va)}, & k > n\pi/g \\ \frac{I_1(va)}{vI_0(va)}, & k < n\pi/g \end{cases}$$

$$v = \sqrt{|k^2 - (n\pi/g)^2|}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

式中: k 为波数; J_0, J_1 为第一类 Bessel 函数; Y_0, Y_1 为第二类 Bessel 函数; I_0, I_1 为第一类修正 Bessel 函数; K_0, K_1 为第二类修正 Bessel 函数. 场匹配方程(5)是一积分方程, 积分核(Green 函数)为一无穷级数. 将 E_{z1} 展开为如下归一化级数^[4]

$$E_{z1} = \sum_{i=0} c_i \Psi_i(z') \tag{7}$$

$$\text{其中: } \Psi_i(z') = \begin{cases} 1/\sqrt{g}, & i = 0 \\ \sqrt{2/g} \cos(i\pi z'/g), & i = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

选择检验函数如下: $\Psi_j(z) = \begin{cases} 1/\sqrt{g}, & j = 0 \\ \sqrt{2/g} \cos(j\pi z/g), & j = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$

经过一系列计算, 最后可得

$$WC = 0 \tag{8}$$

式中: $C^T = [c_0 \ c_1 \ c_2 \dots]$

$$W_{ii} = \begin{cases} G_0^{II} + \frac{g}{L} \left\{ G_0^I + 2 \sum_{m=1} \left[\frac{\sin m \pi (g + L_1) / L - \sin m \pi L_1 / L}{m \pi g / L} \right]^2 \right\}, & i = 0 \\ G_i^{II} - 4 \frac{g}{L} \left\{ \sum_{m=1} \left[\frac{(-1)^i \sin m \pi (g + L_1) / L - \sin m \pi L_1 / L}{m \pi g / L} \right]^2 \frac{G_m^I}{[1 - (L/mg)^2]^2} \right\}, & i = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \tag{9}$$

$$W_{ij} = W_{ji} = \frac{2\sqrt{2}}{4} \times (-1)^i \times \frac{g}{L} \left\{ \sum_{m=1} \frac{[(-1)^i \sin m \pi (g + L_1) / L - \sin m \pi L_1 / L]}{(m \pi g / L)^2} \times \frac{(-1)^j \sin m \pi (g + L_1) / L - \sin m \pi L_1 / L}{[1 - (L/mg)^2][1 - (jL/mg)^2]} \times G_m^I \right\}, \begin{matrix} i & j, i = 0 \\ i & j, i = 1, 2, 3, \dots \end{matrix} \tag{10}$$

式中: G_m^I, G_i^{II} 如(6)式所定义。欲使式(8)中 C 有非零解, 则有

$$\det |W| = 0 \tag{11}$$

这就是腔体的本征方程。当谐振腔几何参数确定后, 从(11)式即可求得谐振频率, 代回(8)式可解出 C 值, 从而确定 E_{z1} , 即公共界面上的电场分布。从而得到各个区域中的场分布, 计算出腔体的特性阻抗 R/Q 值。

谐振腔的特性阻抗 R/Q 只取决于谐振腔的形状和几何尺寸, 表示在谐振频率时, 在一定的储能情况下, 谐振腔两选定点之间能建立多大的电压。特性阻抗 R/Q 可表示为^[9]

$$\frac{R}{Q} = \frac{\left(\int_A^B E dl \right)^2}{2\omega W_0} = \frac{\left[\int_A^B E(r, z) dz \right]^2}{2\omega W_0} \tag{12}$$

从式(12)可看出, 谐振腔的特性阻抗值与 A, B 的选择有关, 在本文所讨论的多注速调管中, 必须分别计算 $r = 5\text{mm}$ 和 $r = 10\text{mm}$ 的特性阻抗值。在区域 II 中

$$E_z(r_1, z) = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \left[\frac{\partial H_z^{\parallel}(r, z)}{\partial r} + \frac{H_z^{\parallel}(r, z)}{r} \right]_{r=r_1} \tag{13}$$

平均储能

$$W_0 = \frac{\mu_0}{2} \int_V |H_z^{\parallel}|^2 dV \tag{14}$$

经过一定的近似计算^[5], 得到 R/Q 的计算式

$$\frac{R}{Q} = \frac{g^2 \left[\frac{I_0(kr_1)}{J_0(ka)} \right]^2}{2\pi\mu_0\omega^3\epsilon_0^2 (I_0 + I_1 + I_2 + I_3) / L^2 + 2\pi\mu_0\omega\epsilon_0^2 c^2 I_5} \tag{15}$$

式中: $c = 3 \times 10^8 \text{m/s}$

$$I_0 = \iint (gG_0^I)^2 r dr dz \tag{16}$$

$$I_1 = 4 \sum_{m=1} \left\{ \iint G_m^I \cos \frac{m \pi (z + L_1)}{L} \frac{\sin m \pi (g + L_1) / L - \sin m \pi L_1 / L}{m \pi L} \right\}^2 r dr dz \tag{17}$$

$$I_2 = 4 \sum_{m=1} \left\{ \iint G_0^I \cos \frac{m \pi (z + L_1)}{L} \frac{\sin m \pi (g + L_1) / L - \sin m \pi L_1 / L}{m \pi L} \right\} r dr dz \tag{18}$$

$$I_3 = 8 \sum_{n=m+1} \sum_{l=m+1} \left\{ \iint G_m^I \cos \frac{m \pi (z + L_1)}{L} \frac{\sin m \pi (g + L_1) / L - \sin m \pi L_1 / L}{m \pi L} \times G_n^I \cos \frac{n \pi (z + L_1)}{L} \frac{\sin n \pi (g + L_1) / L - \sin n \pi L_1 / L}{n \pi L} \right\} r dr dz \tag{19}$$

以上积分在区域 I 进行。

$$I_5 = \iint \left[\frac{I_1(kr_1)}{J_0(ka)} \right]^2 r dr dz \tag{20}$$

上式积分在区域 II 进行。

2 数值计算、修正及仿真

方程(8)是无限维的,作为近似解可截断为有限维,可取 $m = n = 10, i = j = 5$,这样计算精度已经足够^[4],式(11)的求解采用“二分法”。给定谐振腔的结构参数,就可解出一系列 k 值,其中对应于最小 k 值的频率即为 TM_{010} 模的谐振频率。

由于模型未考虑漂移管的影响,因此对计算数据进行修整是必要的。基于漂移管的直径非常小,可采用微扰法。理想导体微扰体的频率微扰公式如下^[9]

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{(k_m \mu_0 H_0^2 - k_e \epsilon_0 E_0^2) e^{-2\gamma} dv}{4W_0} \quad (21)$$

k_e 和 k_m 分别是理想导体微扰体在扰动电场和磁场时的形状系数,当理想导体的微扰体就是谐振腔的腔壁,即腔壁向腔内推入一个小体($\Delta v < 0$),或者腔壁向腔外推出一个小体($\Delta v > 0$),则 $k_m = 1, k_e = 1$,式中 W_0 为未扰动谐振腔平均储能, E_0 和 H_0 是未扰动电场和磁场, $\gamma = \sqrt{k_c^2 - k^2}$, k_c 为漂移管圆波导 TM_{010} 模波数。

设 Δ_1 为 $r = 10\text{mm}$ 处每个漂移管所引起的相对频偏, Δ_2 为 $r = 5\text{mm}$ 处每个漂移管所引起的相对频偏,则修正后的谐振频率为

$$f_{\text{ane}} = (1 + \Delta_1)^{24} (1 + \Delta_2)^{12} \times f_{\text{cal}} \quad (1 + 24\Delta_1 + 12\Delta_2) \times f_{\text{cal}} \quad (22)$$

谐振腔的仿真采用 HFSS 软件(高频场结构仿真)。它是基于三维有限元法的场分析软件,对于仿真不规则结构场分布具有一定的优越性。作为比较,仿真分两种情况:一种为计算模型仿真,一种为考虑实际情况加漂移管的仿真。

我们对 4 组腔体进行了详细的计算与仿真,表 1 为谐振腔参数,表 2 计算结果。由于腔体结构参数测试精度不够,实测值仅作参考。计算结果表明,计算、仿真数据获得一致,除 3, 4 腔外,谐振频率计算值与冷测值不超过 $\pm 1\%$ 。另一方面也表明 3, 4 腔的结构参数测试误差较大,或腔体有一定变形。

表 1 各谐振腔结构参数

Table 1 Structure parameters of different cavity

cavity No	L/mm	L_1/mm	g/mm	a/mm	b/mm
1	20	5.5	6.5	12.5	25.0
2	13	3.0	5.5	12.5	30.5
3	18	3.5	6.5	12.5	25.0
4	8	2.0	3.5	12.5	28.5

从仿真结果看,谐振频率仿真值均低于计算值,这是 HFSS 软件有限元法本身算法所决定,我们对文献[3, 5]数据大量仿真也有此结果,文献[10]对此做了较多的探讨。通过对计算值与仿真值比较,说明两者相当吻合,若考虑仿真本身误差,则两者几乎一致。另外对 Δf_{cal} 和 Δf_{sim} 比较,表明采用微扰法对模型数据予以修正是必要的,并且修正结果也令人满意。

表 2 计算、仿真、实测数据比较

Table 2 Comparison of calculation, simulation and experimental results

No	f_{cal} /GHz	f_{sim} /GHz	f_{ane} /GHz	$f_{\text{draft-sim}}$ /GHz	f_m /GHz	Δf_{cal} /MHz	Δf_{sim} /MHz	R/Q ($r = 5\text{mm}$)	R/Q ($r = 10\text{mm}$)
1	2.919	2.885	2.974	2.945	2.998	55	60	61.4	53.1
2	2.854	2.830	2.914	2.885	2.919	60	55	49	42.7
3	3.048	3.020	3.105	3.080	2.977	57	60	58.6	50
4	3.109	3.075	3.218	3.175	3.027	109	100	31.6	26.8

Note: $\Delta f_{\text{cal}} = f_{\text{ane}} - f_{\text{cal}}$ $\Delta f_{\text{sim}} = f_{\text{draft-sim}} - f_{\text{sim}}$

3 结 论

本文发展了一种计算多注速调管无栅间隙双重入式不对称谐振腔谐振频率、 R/Q 值解析计算和修正方

法,并提供HFSS软件仿真辅助设计。谐振频率计算值与冷测值误差一般在 $\pm 1\%$ 以内。采用模型等效解析求解和计算修正,避免了直接解析求解的困难。该方法具有一定的精度,其实质为矩量法在谐振腔计算中的应用,比其它数值计算方法(差分法、有限元法)简便易行,对计算机要求不高。

参考文献:

- [1] Edward A G, Ludvik M B, Yevgeny V Z, et al The new generation of high-power multiple-beam klystron[J]. *IEEE Trans on MTT*, 1993, **41**(1): 15—19
- [2] 电子管设计手册编辑委员会 大功率速调管设计手册[M]. 北京:国防工业出版社, 1979. 91—112 (Committees of vacuum tube handbook design. High power klystron handbook. Beijing: National Defense Industrial Press, 1979. 91—112)
- [3] William son A G The resonant frequency and tuning characteristics of a narrow-gap reentrant cylindrical cavity[J]. *IEEE Trans on MTT*, 1976, **24**(4): 182—187.
- [4] Jaworski M. On the resonant frequency of a reentrant cylindrical cavity[J]. *IEEE Trans on MTT*, 1978, **26**(4): 256—260
- [5] 朱敏, 吴鸿适 速调管双重入式柱形腔的计算[J]. 电子学报, 1981, **4**: 8—15. (Zhu M, Wu H S. Computation on doubly reentrant cylindrical cavity of klystron. *Acta electronica sinica*, 1981, **4**: 8—15)
- [6] 黄华, 李正红, 江金生 相对论速调管单重入式谐振腔的解析分析[J]. 强激光与粒子束, 2000, **12**(4): 501—504. (Huang H, Li Z H, Jiang J S. Analysis for singly reentrant cavity of relativistic klystron amplifiers. *High power laser and particle beams*, 2000, **12**(4): 501—504)
- [7] 斯廷逊 D C. 电磁学中的数学[M]. 王昌曜, 刘天惠译. 北京:国防工业出版社, 1982. 32—57, 132—194. (Stinson D C. Intermediate mathematics of electromagnetic. Beijing: National Defense Industrial Press, 1982. 32—57, 132—194)
- [8] 宋文森 并矢格林函数和电磁场的算子理论[M]. 合肥:中国科学技术大学出版社, 1991. 140—151. (Song W M. Dyadic Green's function and operator theory of electromagnetic field. Hefei: Press of University of Science and Technology of China, 1991. 140—151)
- [9] 应嘉年, 顾茂章, 张克潜 微波与光导波技术[M]. 北京:国防工业出版社, 1994. 311—315. (Ying J N, Gu M Z, Zhang K Q. Microwave and optical guided wave technology. Beijing: National Defense Industrial Press, 1994. 311—315)
- [10] 谭博学, 魏佩玉, 饶明中 三维谐振腔分析的互补性[J]. 华中理工大学学报, 1999, **27**(8): 84—86. (Tang B X, Wei P Y, Rao M Z. The complementarity in the analysis of three dimensional resonators. *Journal of Huazhong university of science and technology*, 1999, **27**(8): 84—86)

Analysis and simulation for double reentrant cavity of multiple-beam klystron

WANG Hai-yang, LI Ming-guang, LI Jia-yin

(Institute of High Energy Electronics, UESTC Chengdu 610054, China)

Abstract An analysis method used for the double reentrant cavity of multiple-beam klystron is developed in this paper. According to the field equivalent principle, the equivalent model cavity is divided into two regular regions. The field of each region is stimulated by virtual surface magnetic current density on the common surface and can be expressed by integral of Green functions. The resonant frequency can be obtained by solving the field matching equation. With the HFSS field computation code, the theoretical result is compared with the simulation one.

Key words multiple-beam klystron; double reentrant cavity; analysis and simulation