

文章编号: 1001-4322(2006)01-0015-06

# 分布式电极连续面型微变形反射镜力电耦合特性分析\*

刘 彦, 陈海清, 余洪斌, 吴 鹏, 向晓燕, 杨国元

(华中科技大学 光电子工程系, 武汉 430074)

摘 要: 针对基于 MEMS 技术制造的连续面型薄膜微变形反射镜, 从薄膜理论出发对其力电耦合变形特性进行理论分析, 导出了镜面变形表达式。利用该式及响应频率表达式, 定量分析了镜面相关尺寸参数对变形量的关系, 为变形镜的结构设计提供了可靠的理论依据。结果表明, 当镜面厚度为  $1 \mu\text{m}$  且与驱动电极间距  $20 \mu\text{m}$  时, 对控制电压不超过  $120 \text{V}$ , 响应频率大于  $50 \text{kHz}$  的应用场合, 变形镜镜面半径应在  $2.1 \sim 13.8 \text{mm}$  之间进行选择。仿真结果显示, 驱动电压较小时, 镜面变形与驱动电压平方近似成线性关系。

关键词: 微变形反射镜; 力电耦合; 自适应光学; 静电驱动; 镜面变形

中图分类号: TN256 文献标识码: A

自适应光学是基于随机扰动理论和光波前重构理论发展起来的一个新兴的光学分支, 是光机电技术相互渗透而形成的交叉前沿学科。这种技术已广泛地应用在天文望远镜、星载详查相机等工作条件复杂、图像清晰度要求高的大型光学系统中。近年来, 其应用逐步扩展到高功率激光器系统领域, 通过可变形反射镜对激光器内的热透镜效应引起的光束畸变进行有效地校正<sup>[1-2]</sup>。

变形镜作为一种常用的波前校正器在自适应光学系统中以及空间无线通信中都是不可或缺的重要部件。过去, 大多采用压电效应进行驱动的变形反射镜, 驱动电压较高, 而且体积庞大、成本高昂。随着基于硅微加工技术的蓬勃发展, 基于 MEMS 技术制造的微变形反射镜以低成本、低功耗、小体积等特点, 被广泛地应用于各类自适应光学系统中<sup>[3-5]</sup>。

本文从微变形镜的理论模型入手, 推导出镜面力电耦合变形的表达式, 为今后变形镜在闭环自适应光学系统中反馈控制过程的优化, 打下了理论基础。同时, 利用镜面变形量的计算通式, 还能够定量地分析镜面相关尺寸参数与变形量的关系。

## 1 可变形反射镜的制造工艺及物理模型

常见的分布式电极连续面型微变形反射镜结构如图 1 所示, 其制作过程如下: 在一硅片的正反两面热氧化生长一层氧化硅。再用低压化学气相沉积(LPCVD)方法在氧化硅上生长低拉应力氮化硅膜。最后, 在正反两面溅射沉积金属铝, 构成静电驱动的可动电极。

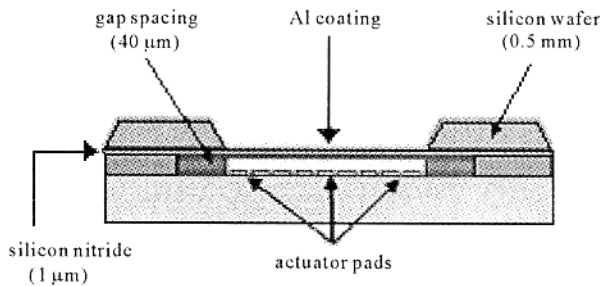


Fig. 1 Typical electrostatic membrane deformable mirror structure

图 1 典型静电驱动薄膜变形镜结构

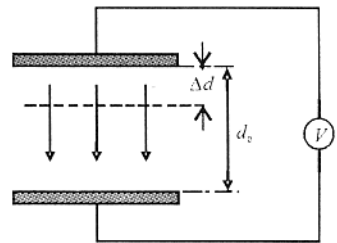


Fig. 2 Planar capacitance model

图 2 平板电容模型

这类基于氮化硅薄膜的变形镜的工作原理是: 通过给电极施加高电压(一般  $200 \sim 300 \text{V}$ ), 利用小距离间隙电极间所产生的静电引力使薄膜产生局部变形。对各个电极施加不同的驱动电压, 就能够得到不同的镜面变形量, 从而可以灵活地改变反射光的波前的相位。在 MEMS 技术中, 静电力驱动主要有平板电容式和梳齿

\* 收稿日期: 2005-06-22; 修订日期: 2005-09-23

基金项目: 国家自然科学基金委-中国工程物理研究院联合基金资助课题

作者简介: 刘彦(1980—), 女, 硕士研究生, 主要从事 MEMS 器件相关特性研究; lesleydo22@hotmail.com。

式这两种实现方式,其中电容式是迄今为止使用最多的一种静电力驱动方式。结合上述变形镜的组成形式,其驱动器结构可近似用如图 2 所示的平板电容模型来表示。

## 2 可变形反射镜的力电耦合特性分析

本文讨论的变形镜镜面的厚度远远小于镜面直径(此两者之比远远小于  $10^{-2}$ ),根据板壳理论,此时由镜面变形引起的弯曲变形能,相对应力变形能可忽略,故采用薄膜理论对镜面变形情况进行分析。假设镜面薄膜的厚度均匀,且内部张力一致,镜面静态变形情况可用下述泊松方程描述<sup>[6]</sup>

$$\nabla^2 Z = -F(r)/T \quad (1)$$

式中: $Z$  表示镜面薄膜的形变量; $T$  代表镜面薄膜材料内单位长度的张力; $F(r)$  为施加在  $r$  处的静电驱动力;在极坐标下<sup>[7]</sup>:  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$ 。

用  $\tilde{\Omega}_m = \{(\tilde{r}, \theta); 0 \leq \tilde{r} \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$  表示归一化的镜面空间域,其中: $\tilde{r} = r/r_0$ ,  $r_0$  表示镜面半径,同理用  $\tilde{\Omega}_j$  表示归一化的第  $j$  个电极的有效空间域。多分布式的电极驱动结构如图 3 所示。对于此类分布式的多

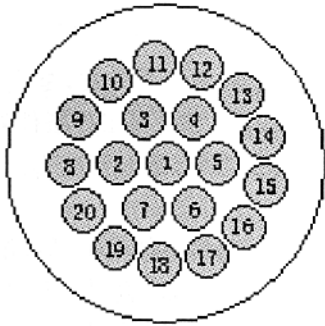


Fig. 3 Typical electrostatic actuator distributing structure

图 3 典型变形镜电极分布结构

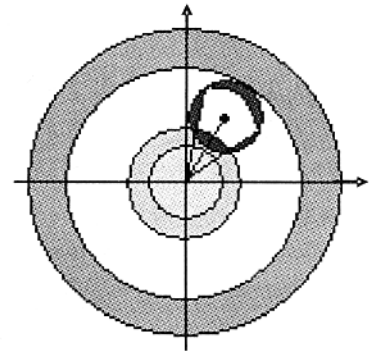


Fig. 4 Poltting on mirror surface for computation

of non-centric actuators

图 4 非中心电极计算分区示意图

驱动器反射镜结构而言,应对式(1)作进一步调整,改写为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = - \sum_{j=1}^P F_j(x) \bar{\phi}_j(\tilde{x}_j) \quad (2)$$

式中: $F_j(x) = \epsilon_0 \epsilon_r V_j^2 / [2(d_0 - \bar{u}_j)^2]$  表示第  $j$  个驱动电极施加在镜面上的面静电载荷。其中: $\epsilon_0$  是真空中介电常数, $\epsilon_r$  是空气的相对介电常数, $V_j$  表示施加在第  $j$  个电极上的电压, $d_0$  是初始时镜面薄膜与此电极的间距, $\bar{u}_j$  表示电极对应镜面区域内的平均变形量。(2)式中  $\bar{\phi}_j(\tilde{x})$  用来指示  $F_j(x)$  在镜面上的有效作用区域,可表示为

$$\bar{\phi}_j(\tilde{x}) = \begin{cases} 1, & x \in \tilde{\Omega}_j \\ 0, & x \in (\tilde{\Omega}_m - \tilde{\Omega}_j) \end{cases} \quad (3)$$

式(3)实质上是忽略电场发散效应近似后的结果,它表示单个电极作用范围仅限于电极大小所对应区域内的镜面受到了静电场力的作用。

若  $d_0 - u(x) \approx d_0$  成立,则(2)式按照线性偏微分方程求解。由于变形镜实际工作时  $u(x)$  不可忽略,故只考虑非线性偏微分方程的求解。因为实际镜面边界处变形量为零,所以方程边界条件为  $u(x) = 0$  ( $x$  为边界上的点)。当镜面在稳定范围内工作<sup>[7]</sup> ( $u(\tilde{r}, \theta) \leq d_0/3$ ) 时,上述方程的解表示为

$$\begin{cases} u(\tilde{r}, \theta) = \frac{r_0^2}{2\pi T} \int_0^{2\pi} \int_0^1 K(\tilde{r}, \theta, \rho, \xi) f(\rho, \xi) \rho d\rho d\xi \\ f(\rho, \xi) = \sum_{j=1}^P \frac{\xi_0}{2} \left( \frac{V_j}{d_0 - \bar{u}_j} \right)^2 \bar{\phi}_j(\rho, \xi) \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$K = K_1 + K_2 + K_3 + K_4 \quad (5)$$

$$\begin{cases} K_1(\bar{r}, \rho) = -\ln(\bar{r}) * [U(\rho) - U(\rho - \bar{r})] \\ K_2(\bar{r}, \theta, \rho, \xi) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho^n}{n} (\bar{r}^n - \bar{r}^{-n}) \cos[n(\xi - \theta)] * [U(\rho) - U(\rho - \bar{r})] \\ K_3(\bar{r}, \rho) = -\ln(\rho) * [U(\rho - \bar{r}) - U(\rho - 1)] \\ K_4(\bar{r}, \theta, \rho, \xi) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{r}^n}{n} (\rho^n - \rho^{-n}) \cos[n(\xi - \theta)] * [U(\rho - \bar{r}) - U(\rho - 1)] \end{cases} \quad (6)$$

式中  $U(\cdot)$  表示单位阶跃响应<sup>[8]</sup>。

计算在中心电极作用下镜面的变形量时, 只需分两个区域计算:  $\tilde{\Omega}_{\rho 1} = \{(\bar{r}, \theta) : 0 \leq \bar{r} \leq \bar{r}_1, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$  和  $\tilde{\Omega}_{\rho 2} = \{(\bar{r}, \theta) : \bar{r}_1 \leq \bar{r} \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$ , 由(4)~(6)式求得镜面变形量的解析解表达式为

$$u(\bar{r}, \theta) = \begin{cases} \sum_{j=1}^p \frac{r_0^2 V_j^2}{2T} \frac{\xi_0}{2(d_0 - \bar{u}_j)^2} (-\bar{r}_1^2 \ln \bar{r}_1 + \frac{\bar{r}_1^2 - \bar{r}^2}{2}), & 0 \leq \bar{r} \leq \bar{r}_1 \\ \sum_{j=1}^p \frac{V_j^2}{2T} \frac{\xi_0}{2(d_0 - \bar{u}_j)^2} (-\bar{r}_1^2 \ln \bar{r}), & \bar{r}_1 \leq \bar{r} \leq 1 \end{cases} \quad (7)$$

对于非中心电极(如图 4 所示, 以 4 号电极为例), 可将镜面划分为 4 个独立的区域, 分别计算该电极单独作用引起的镜面变形量  $u(\bar{r}, \theta)$ 。设变形镜镜面半径  $r_0$ , 电极归一化半径为  $\bar{r}_j = r_j/r_0$ , 且所有电极半径均相等,  $\alpha_j \in [0, 2\pi]$  表示第  $j$  个电极中心与  $x$  轴夹角,  $\bar{l}_j \in [0, 1]$  表示第  $j$  个电极中心到坐标原点的归一化距离。非中心电极  $j$  的边界方程为

$$(\bar{x} - \bar{x}_j)^2 + (\bar{y} - \bar{y}_j)^2 = \bar{r}_j^2 \quad (8)$$

在极坐标下, 求解出

$$\begin{cases} \theta^- = \alpha_j - \arccos\left(\frac{\bar{r}^2 + \bar{l}_j^2 - \bar{r}_j^2}{2\bar{r}\bar{l}_j}\right) \\ \theta^+ = \alpha_j + \arccos\left(\frac{\bar{r}^2 + \bar{l}_j^2 - \bar{r}_j^2}{2\bar{r}\bar{l}_j}\right) \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \bar{r}^- = \bar{l}_j \cos(\theta - \alpha_j) - \sqrt{\bar{r}_j^2 - \bar{l}_j^2 \sin^2(\theta - \alpha_j)} \\ \bar{r}^+ = \bar{l}_j \cos(\theta - \alpha_j) + \sqrt{\bar{r}_j^2 - \bar{l}_j^2 \sin^2(\theta - \alpha_j)} \end{cases} \quad (10)$$

设从镜面中心向电极所在圆引的两条切线夹角为  $\beta_1$  和  $\beta_2$ , 且  $\beta_1 < \beta_2$ , 中心到切点的归一化距离为  $\bar{l}_\beta$ 。那么, 对

于中心电极

$$\bar{u}_j = \left[ \int_0^{2\pi} \int_0^{\bar{r}_j} u_j(\bar{r}, \xi) \rho d\rho d\xi \right] / \left[ \int_0^{2\pi} \int_0^{\bar{r}_j} \rho d\rho d\xi \right] \quad (11)$$

对于非中心电极

$$\bar{u}_j = \left[ \iint_{\tilde{\Omega}_j} u_j(\bar{r}, \xi) \rho d\rho d\xi \right] / \left[ \iint_{\tilde{\Omega}_j} \rho d\rho d\xi \right] \quad (12)$$

我们将镜面划分为 4 个独立的区域, 分别计算电极  $j$  单独作用引起的镜面变形量  $u(\bar{r}, \theta)$ :

在  $\tilde{\Omega}_{\rho 1} = \{(\bar{r}, \theta) : 0 \leq \bar{r} \leq (\bar{l}_j - \bar{r}_j), 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$  范围内

$$u(\bar{r}, \theta) = \sum_{j=1}^p \frac{r_0^2}{2\pi T} \frac{\xi_0 V_j^2}{2(d_0 - \bar{u}_j)^2} \int_{\beta_1}^{\beta_2} d\xi \int_{\bar{r}^-}^{\bar{r}^+} (K_3 + K_4) \bar{\phi}_j \rho d\rho \quad (13)$$

在  $\tilde{\Omega}_{\rho 2} = \{(\bar{r}, \theta) : (\bar{l}_j - \bar{r}_j) \leq \bar{r} \leq \bar{l}_\beta, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$  范围内

$$\begin{aligned} u(\bar{r}, \theta) = & \sum_{j=1}^p \frac{r_0^2}{2\pi T} \frac{\xi_0 V_j^2}{2(d_0 - \bar{u}_j)^2} \left[ \int_{\theta^-}^{\theta^+} d\xi \int_{\bar{r}^-}^{\bar{r}} (K_1 + K_2) \bar{\phi}_j \rho d\rho + \int_{\theta^-}^{\theta^+} d\xi \int_{\bar{r}}^{\bar{r}^+} (K_3 + K_4) \bar{\phi}_j \rho d\rho + \right. \\ & \left. \int_{\beta_1}^{\theta^-} d\xi \int_{\bar{r}^-}^{\bar{r}^+} (K_3 + K_4) \bar{\phi}_j \rho d\rho + \int_{\theta^+}^{\beta_2} d\xi \int_{\bar{r}^-}^{\bar{r}^+} (K_3 + K_4) \bar{\phi}_j \rho d\rho \right] \end{aligned} \quad (14)$$

在  $\tilde{\Omega}_{\rho 3} = \{(\bar{r}, \theta) : \bar{l}_\beta \leq \bar{r} \leq (\bar{l}_j + \bar{r}_j), 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$  范围内

$$\begin{aligned} u(\bar{r}, \theta) = & \sum_{j=1}^p \frac{r_0^2}{2\pi T} \frac{\xi_0 V_j^2}{2(d_0 - \bar{u}_j)^2} \left[ \int_{\theta^-}^{\theta^+} d\xi \int_{\bar{r}^-}^{\bar{r}} (K_1 + K_2) \bar{\phi}_j \rho d\rho + \int_{\theta^-}^{\theta^+} d\xi \int_{\bar{r}}^{\bar{r}^+} (K_3 + K_4) \bar{\phi}_j \rho d\rho + \right. \\ & \left. \int_{\beta_1}^{\theta^-} d\xi \int_{\bar{r}^-}^{\bar{r}^+} (K_1 + K_2) \bar{\phi}_j \rho d\rho + \int_{\theta^+}^{\beta_2} d\xi \int_{\bar{r}^-}^{\bar{r}^+} (K_1 + K_2) \bar{\phi}_j \rho d\rho \right] \end{aligned} \quad (15)$$

在  $\tilde{\Omega}_{p4} = \{(\tilde{r}, \theta) : (\tilde{l}_j + \tilde{r}_j) \leq \tilde{r} \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$  范围内

$$u(\tilde{r}, \theta) = \sum_{j=1}^p \frac{r_0^2}{2\pi T} \frac{\xi_0 V_j^2}{2(d_0 - \tilde{u}_j)^2} \int_{\beta_1}^{\beta_2} d\xi \int_{\tilde{r}^-}^{\tilde{r}^+} (K_1 + K_2) \tilde{\phi}_j \rho d\rho \quad (16)$$

计算镜面变形量时需反复迭代,若相邻两次迭代值之差小于  $10^{-14}$ ,可认为迭代收敛。以中心电极迭代计算为例,起始镜面变形为零,令  $\tilde{u} = 0$ ,通过(7)式计算出  $u_1(\tilde{r}, \theta)$ ,再将  $u_1(\tilde{r}, \theta)$  带入(11)式,求出  $\tilde{u}_1$ ;接着将  $\tilde{u}_1$  再次带入(7)式求出  $u_2(\tilde{r}, \theta)$ ,进而通过(11)式再求出  $\tilde{u}_2$ ,以此类推,直到  $\|u_{j+1}(\tilde{r}, \theta) - u_j(\tilde{r}, \theta)\| \leq 10^{-14}$ ,则认为  $u_j(\tilde{r}, \theta)$  即为所求。

除电耦合特性外,变形镜的时间响应频率也是一项重要的特性参数,忽略摩擦力和空气的阻力,响应频率可以表示为

$$f_0 = 2.4(\pi D)^{-1} \sqrt{T/\sigma} \quad (17)$$

式中: $D$ 表示镜面直径,单位 m; $T$ 是镜面单位长度的张力,单位 N/m; $\sigma$ 是薄膜镜面单位面积的质量,单位  $\text{kg}/\text{m}^2$ 。对于氮化硅薄膜  $\sigma$  等于材料密度乘以薄膜厚度,本文中变形镜镜面材料密度为  $3\ 100\ \text{kg}/\text{m}^3$ ,镜面厚度  $1\ \mu\text{m}$ 。由(17)式,当镜面材料和薄膜厚度一定时,随着变形镜镜面口径的增大,响应频率随之递减。变形镜响应频率与镜面半径间的关系曲线如图 5 中的实线所示。由(7)式,当镜面材料和厚度一定,镜面、电极间距相同时,不同半径的变形镜若要产生相同的镜面变形量时,镜面口径越大,则所需的电压越小,其变化关系如图 5 所示。

在实际的变形镜设计过程中,以变形镜口径参数设计为例:设计要求往往规定镜面振动的响应频率大于某一特定的值,从而实现有效地进行实时控制,因此对镜面口径的最大值  $r_{\max}$  有所限制;同时,为了降低微变形镜的控制电压,镜面口径必须大于某一特定值,从而对镜面尺寸的最小值  $r_{\min}$  提出了要求。所以,最终的设计必须在满足  $r_{\min} \leq r \leq r_{\max}$  的前提下,选择其它变形镜参数。对于镜面薄膜张力  $T = 100\ \text{N}/\text{m}$ ,镜子厚度  $1\ \mu\text{m}$ ,电极半径  $r_j = 0.1\ \text{cm}$ ,镜面与驱动电极间距  $d_0 = 20\ \mu\text{m}$  的变形镜来说,若要求控制电压最大不超过  $120\ \text{V}$ ,则要求镜面半径大于  $2.1\ \text{mm}$ ;同理,若要求响应频率大于  $50\ \text{kHz}$ ,镜面半径需小于  $13.8\ \text{mm}$ 。 $2.1 \sim 13.8\ \text{mm}$  就是变形镜镜面半径的可选范围。

### 3 模拟仿真

采用一种较典型的圆形镜变形来进行模拟仿真,变形镜参数如下:镜面半径  $r_0 = 0.8\ \text{cm}$ ,镜面薄膜张力  $T = 100\ \text{N}/\text{m}$ ,镜子厚度  $1\ \mu\text{m}$ ,电极半径  $r_j = 0.1\ \text{cm}$ ,归一化电极半径  $\tilde{r}_j = 0.125$ ,镜面与驱动电极间距  $d_0 = 20\ \mu\text{m}$ ,无量纲真空中的介电常数  $\xi_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ 。图 6 表示单独给中心 1 号电极施加  $100\ \text{V}$  驱动电压时镜面的变形情况。显然,镜面中心的变形量最大,从中心向外沿半径方向,各半径相等处的镜面变形量相同,镜面边缘点处变形量为零。计算过程中,相邻两次迭代之差的绝对值如表 1 所示,计算结果表现出很好的收敛性,经过 18 次迭代后,相邻两次迭代之差的绝对值小于  $10^{-14}$ ,最后求得镜面中心最大变形量收敛于  $2.903\ 5\ \mu\text{m}$ 。

表 1 相邻两次迭代之差

Table 1 Norm of difference between two successive iterations as a function of iteration number

| iteration number | norm of difference        | iteration number | norm of difference         | iteration number | norm of difference         |
|------------------|---------------------------|------------------|----------------------------|------------------|----------------------------|
| 1                | $5.136\ 9 \times 10^{-7}$ | 7                | $5.816\ 4 \times 10^{-10}$ | 13               | $7.443\ 1 \times 10^{-13}$ |
| 2                | $1.557\ 1 \times 10^{-7}$ | 8                | $1.916\ 3 \times 10^{-10}$ | 14               | $2.452\ 5 \times 10^{-13}$ |
| 3                | $4.996\ 9 \times 10^{-8}$ | 9                | $6.314\ 1 \times 10^{-11}$ | 15               | $8.081\ 2 \times 10^{-14}$ |
| 4                | $1.632\ 4 \times 10^{-8}$ | 10               | $2.080\ 5 \times 10^{-11}$ | 16               | $2.662\ 8 \times 10^{-14}$ |
| 5                | $5.363\ 7 \times 10^{-9}$ | 11               | $6.855\ 4 \times 10^{-12}$ | 17               | $8.773\ 9 \times 10^{-15}$ |
| 6                | $1.765\ 7 \times 10^{-9}$ | 12               | $2.258\ 9 \times 10^{-12}$ | 18               | $2.891\ 1 \times 10^{-15}$ |

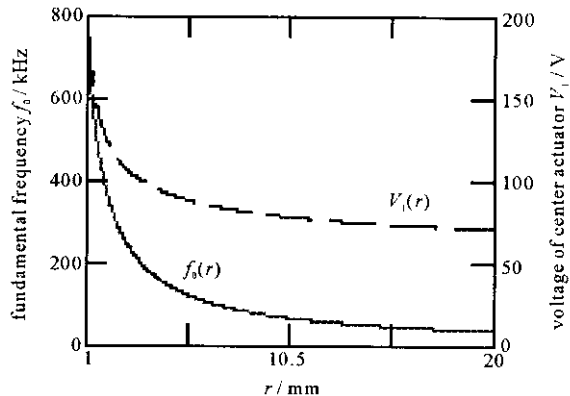


Fig. 5 Fundamental frequency curve and voltage of center actuator for deflection of  $1\ \mu\text{m}$  as a function of mirror radius  
图 5 响应频率与镜面半径关系曲线和变形量  $1\ \mu\text{m}$  时中心电极电压与镜面半径关系曲线

图 7 表示单独给 4 号电极(两条切线夹角  $\beta_1 = \pi/6, \beta_2 = \pi/2, \alpha_j = \pi/3, \bar{l}_j = 2\bar{r}_j, \bar{r}_4 = \bar{r}_j$ , 中心到切点距离  $\bar{l}_j = \sqrt{3}\bar{r}_e$ )施加 100 V 驱动电压时镜面的变形情况。4 号电极中心处对应的镜面变形量最大, 整个镜面的变形情况沿 4 号电极中心和镜面中心的直线成轴对称, 且 4 号电极引起的镜面最大变形量小于中心电极引起的镜面最大变形量。图 8 所示, 为位于不同位置处两电极(中心 1 号电极和 13 号电极)共同作用时镜面变形情况的模拟结果。同理可求出实际应用中多电极同时作用下变形镜的工作情况。

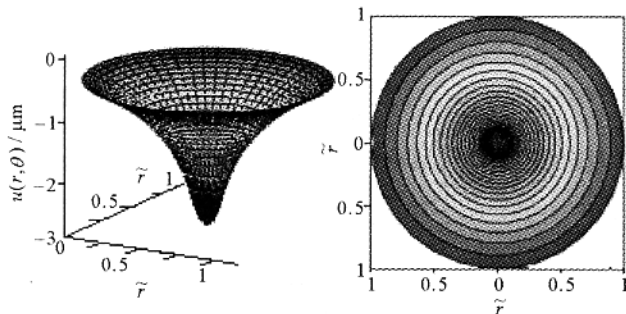


Fig. 6 Mirror deflection with voltage applied to central actuator

图 6 中心电极施加电压时镜面变形情况

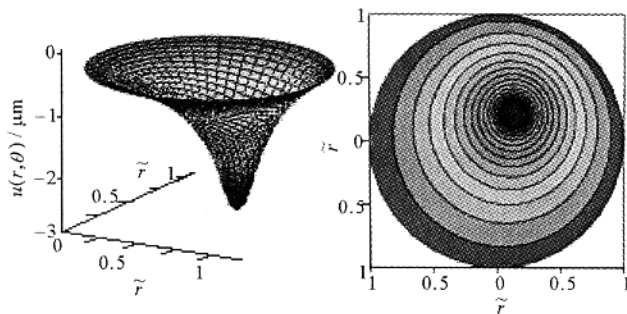


Fig. 7 Mirror deflection with voltage applied to actuator No. 4

图 7 4 号电极施加电压时镜面变形情况

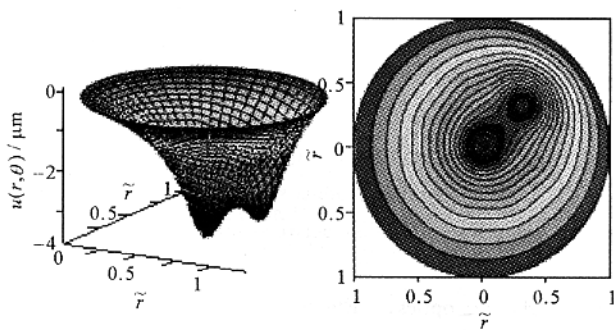


Fig. 8 Mirror deflection with voltage applied to central actuator and actuator 13

图 8 中心电极和 13 号电极同时工作时镜面变形情况

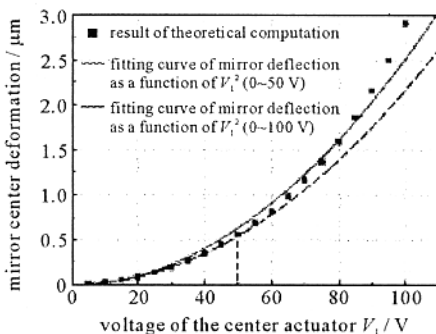


Fig. 9 Fitting curve of mirror deflection as a function of square of central actuator voltage

图 9 镜面变形与中心电极电压最小二乘平方拟合曲线

如图 9 所示, 当中心电极施加的驱动电压比较低时, 镜面的变形相对较小, 可以认为  $d_0 - u_j \approx d_0$  镜面变形量与电压平方近似成线性关系, 所以基于 0~50 V 的理论计算结果的最小二乘平方拟合曲线与计算结果吻合地相当理想, 但基于 0~100 V 整个范围内的最小二乘平方拟合曲线与计算结果吻合情况就存在一定偏差。实际应用中, 我们可以充分利用最小二乘平方拟合曲线的计算结果, 对微变形镜预先施加偏压, 从而达到预变形的目的, 能够大大提高闭环控制的运算效率, 有效地减少迭代次数。

### 4 结 论

有限元方法需要对空间进行离散化, 并求解大量的非线性方程。而本文采用的方法, 只需要计算特定驱动电压时电极区域的镜面变形, 就能够得到整个镜面上任意一点的变形量, 待解的非线性方程的数目由驱动电极的数目决定。

本文从薄膜理论出发, 针对采用圆形电极的圆形可变形镜的力电耦合变形特性进行了系统的理论分析, 推导出通用的镜面变形表达式, 并对特定位置的电极单独作用的情况进行模拟仿真。利用所求的镜面变形量计算通式, 还能够定量的了解镜面相关尺寸参数对变形量的关系, 为今后在不同应用场合下变形镜的结构设计提供了理论依据。

### 参考文献:

[1] Eggleston J M, Kane T J, Kuhn K, et al. The slab geometry laser I. Theory[J]. *IEEE J Quantum Electron*, 1984, **20**:289-301.  
 [2] Lubeigt W, Valentine G, Girkin J, et al. Active transverse mode control and optimization of an all-solid-state laser using an intracavity adaptive-optic mirror[J]. *Optics Express*, 2002, **10**(13):50-555.  
 [3] 余洪斌, 陈海清, 张大成, 等. 基于硅加工技术的新型变形反射镜[J]. *强激光与粒子束*, 2004, **16**(7):825-829. (Yu H B, Chen H Q, Zhang D C, et al. Novel deformable mirror based on silicon micromachining technology. *High Power Laser and Particle Beams*, 2004, **16**(7):825-

829)

- [4] Thorburn W G, Kaplan L. A low voltage electro-distortive mirror system for wavefront-control[C]//Proc of SPIE. 1991, **1543**:52.
- [5] Grosso R. The membrane mirror as an adaptive optical element[J]. *J Opt Soc Am*, 1977, **3**(6):399.
- [6] Keith B, Dee G, Beverly K, et al. Electrostatic membrane deformable mirror wavefront control systems; design and analysis[C]//Proc of SPIE. 2004, **5553**:28-38.
- [7] Wang P K C, Hadaegh F Y. Computation of static shapes and voltage for micromachined deformable mirrors with nonlinear electrostatic actuators[J]. *J of Microelectromechanical Systems*, 1996, **5**(3):205-220.
- [8] 吴崇试. 数学物理方法[M]. 北京:北京大学出版社, 1999. (Wu C S. Method of mathematical physics. Beijing: Beijing University Press, 1999)

## Electro-mechanical coupled analysis of continuous-membrane bulk-micromachined silicon deformable mirror

LIU Yan, CHEN Hai-qing YU Hong-bin, WU Peng, XIANG Xiao-yan, YANG Guo-yuan

(*Department of Optoelectronics Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China*)

**Abstract:** Based on a continuous-membrane bulk-micromachined silicon deformable mirror, the paper summarizes the manufacture process of the deformable mirror. Electro-mechanical coupled analysis is presented in detail. Starting from the thin film theory, a universal expression which describes the mirror deflection is finally obtained as well. The relationship between mirror structure parameters and the mirror deflection described by the universal expression can be used to assist in designing mirrors for various applications. The results show that when a  $1\ \mu\text{m}$  thick mirror with  $20\ \mu\text{m}$  actuator gap is required to work with an actuator voltage less than 120 V and a resonant frequency higher than 50 kHz, the deformable mirror radius should be limited between 2.1 mm and 13.8 mm. The simulation result reveals that there is an approximate linear relation between mirror deflection and the square of applied voltage.

**Key words:** Deformable mirror; Electro-mechanical coupling; Adaptive optics; Electrostatic actuating; Mirror deflection