

文章编号: 1001-4322(2005)12-1913-04

# 非层流无碰撞模型计算 LIA 焦斑尺寸\*

谢宇彤, 章林文, 朱 隽

(中国工程物理研究院 流体物理研究所, 四川 绵阳 621900)

**摘 要:** 在束流轨迹方程基础上,建立了非层流无碰撞数值模拟模型,并在模型中考虑了束流空间电荷效应、发射度、能散、束心 Corkscrew 运动、束流横截面分布不均匀等诸多因素,编制数值模拟程序对强流相对论电子束经过磁透镜的轨迹进行了计算。计算结果表明:子束流层数一定时,焦斑直径波动在 0.03 mm 范围内;随子束流划分层数的不同,计算所得焦斑直径的最大不确定度为  $\pm 0.05$  mm,而焦距几乎不变化,其波动在 0.08 cm 范围内。随子束流划分层数的增加,焦斑直径计算结果是收敛的,最终收敛值约为 1.03 mm。实验得到的焦距为 23.2 mm,焦斑直径 1.3 mm,实验结果表明焦距绝对误差在 3.5 cm 范围内,焦斑直径绝对误差在 0.4 mm 范围内。

**关键词:** 非层流无碰撞模型; 焦斑直径; 束流品质因素; 轨迹方程

**中图分类号:** TL503 **文献标识码:** A

影响 LIA 束流焦斑尺寸的主要因素包括几个方面,束流品质参数,如发射度、能散等;加速器的机械轴,束轴和传输束流的磁轴三轴合一;聚焦磁透镜的像差等。1985 年 P. Loschialpo 等在马里兰大学束流传输实验基础上<sup>[1~4]</sup>,对平行注入、流强 mA 级、能量几 keV 即空间电荷效应很强的束流,进行了同时考虑空间电荷效应和末级透镜像差产生的非线性作用时的聚焦效果研究<sup>[5]</sup>。在粒子束传输与聚焦过程中,当源(束流)并非点源而为一展开体,且其上每个点向各个方向发射粒子时,粒子流动的轨迹实质上是非层流的。高能闪光照相技术中, X 光源的等效半径定义为均匀分布束的半径。任何其他分布的光束横向尺寸(FWHM)均与等效半径相联系。因此,一旦给出了电子束电流强度分布的半高宽之值,就可以得到电子束或源光束的等效半径,从而比较准确而合理地给出束的横向尺寸<sup>[6~8]</sup>。即使源是一个点源,也会由于像差所代表的非线性力的存在而形成束流的非层流性。本文将讨论这种非层流束在外磁场作用下的轨迹特征。

## 1 基本模型

直线感应加速器束流的特点是:流强约几 kA,能量 10~20 MeV,其空间电荷效应相对弱流低能束很小。因此我们采用具有如下特征的数值计算模型:沿径向均分束流为  $n$  层子束流,子束流之间的初试间隔为一常数  $\Delta r$ ,每层子束流携带的电量在传输和聚焦过程中保持不变;每层子束流的径向厚度趋于零;计算过程中,半径  $\Delta r$  的圆环区域内电流面密度是均匀的,且同样具有轴对称性;电流密度均匀的区域也不随束流运动或纵坐标而改变,即束流剖面电流密度始终在半径  $\Delta r$  的圆环区域内保持均匀,这一区域不会因为子束流间隔的改变而改变。当然每一圆环区域内束流截面电流密度的大小随束流的轴运动是改变的。

忽略电子旋转产生的轴向自磁场和由于电子分布和运动产生的轴向电场,在柱坐标系统中,磁场和束流轴对称分布条件下,得到离散化束流轨迹方程<sup>[5]</sup>

$$r_j'' = -kr_j \left( 1 - \frac{B''}{2B} r_j^2 + r_j^2 k r_j^2 - \frac{B_j' r_j r_j'}{B} \right) + \frac{K}{r_j} \sum_i \frac{I_i}{I} \quad (1)$$

式中  $k$  为透镜的聚焦强度,  $K$  为广义导流系数,  $\frac{K}{r_j} \sum_i \frac{I_i}{I}$  为第  $j$  层子束流受到的空间电荷力,撇号表示对纵坐标  $z$  的微分,  $j$  表示子束流层数,且  $i < j$ 。

## 2 束剖面电流密度非均匀分布在模型中的模拟

通过 Cherenkov 辐射束剖面测量实验<sup>[9]</sup>,LIA 束剖面电流密度分布是不均匀的,近似为高斯分布。束包络直径范围内所包含的电子数占总电子数的 96.6%。区间( $r \in [(i-1)\Delta r, i\Delta r]$ )的电流面密度

\* 收稿日期 2005-05-10; 修订日期 2005-10-19  
基金项目 国防科技基础研究基金资助课题  
作者简介 谢宇彤(1971—),男,博士,助理研究员,从事加速器物理研究。

$$\rho_i = C\Phi\left(\frac{2i-1}{2}\Delta r\right) \tag{2}$$

式中  $C$  为待定常数,  $\Phi(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-r^2/2\sigma^2}$  是一个高斯密度分布函数, 其中高斯分布特征数  $\sigma$  需根据输入束流条件确定。

该假设必须满足以下两个条件才是自洽的。(1)模拟计算中束流的初始分布情况与实验的测试值吻合;(2)满足

$$\sum_{j=1}^n C \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{\left(\frac{2j-1}{2}\Delta r\right)^2}{2\sigma^2}\right] = I_t \tag{3}$$

式中  $I_t$  为束流的总电流强度, 所以每层子束流携带的电流强度为

$$I_i = \rho_i(2i-1)\pi\Delta r^2 \tag{4}$$

取  $\sigma = 1.412$ , 束流分为 300 层, 则束流横向电流密度分布如图 1 所示。

### 3 束流发射度能散在模型中的模拟

发射度是一个统计概念。根据刘维定理, 在保守力场的作用下, 在  $(x, x', y, y', z, z')$  维空间内, 束团的发射度是不变的, 但是轴对称束流假设时, 在  $r, r'$  平面发射度是要增长的。不过由于整个聚焦段(包括漂移段和透镜)对粒子的作用距离很短, 而且没有电场力的加速作用, 所以在数值计算过程中可以忽略发射度的增长。在建立的非层流模型中, 每层子束流的  $r'$  只能给一个确定的值, 因此确定在数值模拟过程中采用的可能的子束流入射角度分布形式是必须的。图 1、图 2 中, 设束包络半径 3 cm, 取子束流入射角度为均匀随机分布。由于束流的轴对称假设, 仅取了  $r > 0$  的部分。

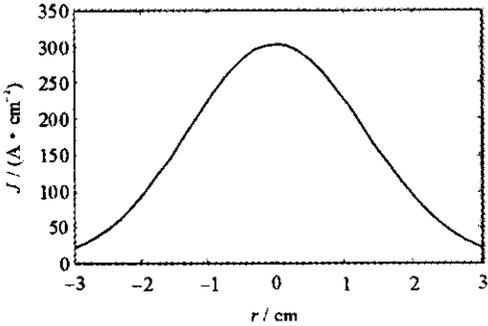


Fig. 1 Simulation of beam density on  $r$  plane

图 1 束流剖面电流密度模拟

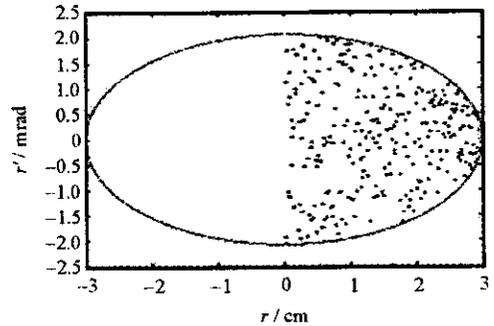


Fig. 2 Simulation of injection angles of beamlets

图 2 子束流入射角度模拟

沿轴向将束流分为三个束片, 每个束片的能散分别是  $+1\%$ 、 $0$ 、 $-1\%$ 。每个束片包含电子数量各为束流脉冲电子总数的  $1/3$ , 而每个束片的电流保持不变。同时, 利用电阻环测得的束流质心偏移波形, 分别赋予每一段不同的束流质心偏移量计算束流 Corkscrew 运动对焦斑直径的影响。

为了证明透镜聚焦过程的非层流无碰撞模型对束流发射度、能散和束流质心相对加速器纵轴扭曲的数值分析是正确的, 可以作如下的数值模拟试验。首先设置透镜入口处束流参数: 流强 2.5 kA; 能量 19.2 MeV; 能散  $\pm 1\%$ ; 束流脉宽(FWHM) 80 ns; 束包络半径 3 cm; 发射度  $2000 \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ ; 透镜磁场峰值 0.95 T; 半高宽(FWHM) 11.6 cm; 子束流层数分别取 60, 100, 150, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800。

计算结果如表 1 所示, 其中某些子束流层数的三种不同的计算结果是分别取三种不同的  $r'$  随机均匀分布而得到的焦距和焦斑直径。

从表 1 可以得到结论: 第一、在子束流层数一定时,  $r'$  随机均匀分布所带来的焦斑直径波动在 0.03 mm 范围内; 第二、随子束流划分层数的不同, 计算所

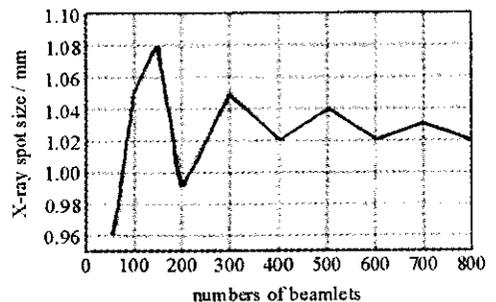


Fig. 3 X-ray spot size vs the numbers of beamlets

图 3 随子束流层数增加焦斑直径计算值的变化

得焦斑直径的最大不确定度为  $\pm 0.05$  mm,而焦距几乎不变化,其波动量级在 0.01 cm 范围内。第三、随子束流划分层数的增加,焦斑直径计算结果是收敛的(见图 3)。焦斑直径计算结果随子束流层数增加的曲线,表现出阻尼振荡的明显性质,其最终收敛值约 1.03 mm。

表 1 不同子束流层数的计算结果

Table 1 Results of different numbers of beamlets

numbers of beamlets	focus length/cm	X-ray spot size/mm
60	21.89	0.95
60	21.89	0.96
60	21.89	0.96
100	21.89	1.03
100	21.89	1.05
100	21.89	1.03
150	21.97	1.08
150	21.97	1.05
150	21.97	1.07
200	21.97	0.99
200	21.97	1.00
200	21.89	0.99
300	21.89	1.05
300	21.89	1.04
300	21.89	1.05
400	21.89	1.02
500	21.89	1.04
600	21.89	1.02
700	21.89	1.03
800	21.89	1.02

### 4 实验结果及分析

4566<sup>#</sup>实验透镜入口处的束流品质参数如下:流强 2.5 kA,能量 19.07 MeV,能散  $\pm 1\%$ ,束流脉宽(FWHM) 80 ns,束包络半径 2.09 cm,发射度 2 000 mm · mard,束流初始状态如图 4 所示,图中给出了束流相椭圆的位置和子束流入射角度分布(椭圆内的点)。

焦斑直径和焦距的计算结果见表 2 所示。

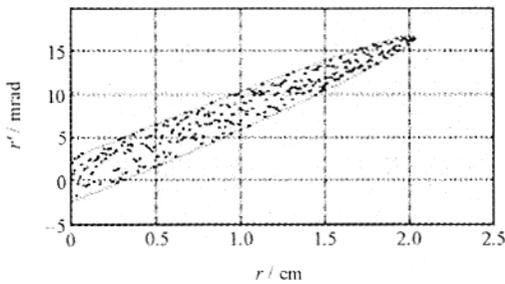


Fig. 4 Injection angles of beamlets

图 4 4566<sup>#</sup>实验子束流入射角度

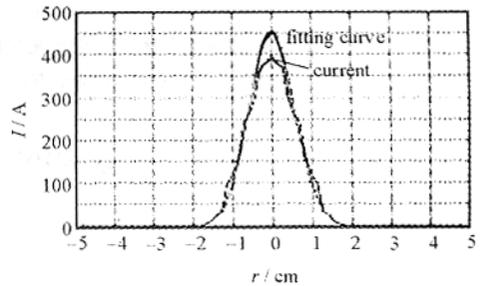


Fig. 5 Calculation of X-ray spot size

图 5 焦点处 X 光焦斑尺寸计算

表 2 4566<sup>#</sup>实验计算结果

Table 2 Result of 4566<sup>#</sup> experiment result

maximum field/T	FWHM/cm	focus length/cm	X-ray spot size/mm
0.95	11.6	25.58	1.07
		25.85	0.96
		25.90	0.94
		25.98	1.00
		26.78	1.32

实验结果 : 焦距 23.2 cm , 焦斑直径 1.3 mm , 计算结果与实验结果对比表明 , 利用无碰撞非层流束模型计算时 , 焦距的绝对误差在 3.5 cm 范围内 , 而焦斑直径的误差在 0.4 mm 范围内。这同时证明了利用该模型可以计算强流相对论电子束经过磁场输运和磁透镜聚焦后的束流动力学行为。

## 6 结 论

本文建立的非层流无碰撞数值模拟模型可以计算电子束经过磁透镜聚焦后的运动轨迹以及焦斑尺寸。并且在一定误差范围内与实验结果相互吻合。

误差产生的原因包括 : 首先在于对磁场和束流的轴对称假设条件在实际情况中是不满足的 , 其次对磁场的最小二乘法拟合 , 尤其是对场沿径向的数值模拟与场的实际分布是有误差的 , 而且对束流剖面内电流密度高斯分布的假定也会在数值模拟中带来与实际情况的差异。另外 , 模型模拟过程中 , 忽略了诸如束流脉冲的前后沿 , 同一横截面内电子的能散 , 以及对束流扭曲的计算模型处理比较简化。同时 , 计算焦点处束流剖面内电流强度分布的高斯分布拟合也是一种近似的处理方法 , 因为计算出的束流横截面内电流强度分布与理想高斯分布是有一定差距的。因此 , 该计算焦斑尺寸的方法只适用于焦点附近的一段距离 , 当计算点距离焦点较远 , 束流剖面内电流强度的分布与理想高斯分布相差越来越大 , 计算出的焦斑尺寸的误差将会随偏离焦点的距离增大而迅速增加。

## 参考文献 :

- [ 1 ] Reiser M , Namkung W , Brennan M A. Electron model experiment to study instabilities in long periodic focusing systems for intense beams[ J ]. *IEEE Trans Nucl Sci* , 1979 , **26** : 3026.
- [ 2 ] Namkung W , Loschialpo P , Reiser M , et al. First results of the university of Maryland electron beam transport experiment[ J ]. *IEEE Trans Nucl Sci* , 1981 , **28** : 2519.
- [ 3 ] Reiser M , Namkung W , Loschialpo P , et al. Proceedings of the 1981 Linear Accelerator Conference[ C ]. New Mexico : Los Alamos National Laboratory , 1982. 235.
- [ 4 ] Lawson J D , Chojnacki E , Loschialpo P , et al. Progress of experiment to study the limitations to beam transport in periodic solenoid focusing channel [ J ]. *IEEE Trans Nucl Sci* , 1983 , **30** : 2537.
- [ 5 ] Loschialpo P , Namkung W , Reiser M. Effects of space charge and lens aberrations in the focusing of an electron beam by a solenoid lens[ J ]. *J Appl Phys* , 1985 , **57**( 1 ) : 1.
- [ 6 ] 施将君. 束参量对 X 射线照射量的影响[ J ]. 强激光与粒子束 , 1995 , **7**( 4 ) : 613. ( Shi J J. Effects of beam parameters on X-ray exposure. *High Power Laser and Particle Beams* , 1995 , **7**( 4 ) : 613 )
- [ 7 ] 施将君 , 李献文 , 刘军. 闪光灯相照射量及其分布的参量依赖关系[ J ]. 强激光与粒子束 , 1998 , **10**( 1 ) : 108. ( Shi J J , Li X W , Liu J. Dependence of exposure for flash X-ray radiography on electron beam parameters. *High Power Laser and Particle Beams* , 1998 , **10**( 1 ) : 108 )
- [ 8 ] Fugelso E. Material density measurement from dynamic flash X-ray radiographs using axisymmetric tomography[ R ]. LA-8785-MS , 1981.
- [ 9 ] 陈思富. 强流短脉冲电子束束剖面测量技术[ J ]. 强激光与粒子束 , 2003 , **15**( 3 ) : 279—282. ( Chen S F. Measurement technology of beam profile of the high-current short-pulse electron-beam. *High Power Laser and Particle Beams* , 2003 , **15**( 3 ) : 279—282 )

## Calculation of X-ray spot size in linear induction accelerator

XIE Yu-tong , ZHANG Lin-wen , ZHU Jun

( Institute of Fluid Physics , CAEP , P. O. Box 919-106 , Mianyang 621900 , China )

**Abstract :** In this article , a non-laminar and non-collision numerical simulation model based on a third order trajectory equation is presented. In this model , the injection angles of beamlets are assumed as a random distribution. Simulation result shows that X - ray spot size is almost certainly convergent when the number of beamlets increases gradually , and the convergent size is about 1.03 mm. The calculated uncertainty is in range of  $\pm 0.05$  mm with different numbers of beamlets. In the experiment , X-ray spot size being 1.3 mm and focusing length 23.2 mm are obtained , which indicates that the maximum absolute error of the X-ray spot size is 0.4 mm and that of focusing length is 3.5 cm.

**Key words :** Non-laminar and non-collision numerical simulation model ; X-ray spot size ; Beam quality factor ; Trajectory equation