

文章编号: 1001-4322(2007)10-1693-04

非线性左手材料的时域研究*

林 振, 马雪莹, 党晓杰, 梁昌洪

(西安电子科技大学 天线与微波技术国家重点实验室, 西安 710071)

摘 要: 分析了非线性左手材料模型, 推导了非线性左手材料中的时域有限差分法及完美匹配层的计算式。数值模拟了具有 Kerr 非线性效应的左手材料平板中的电磁波。观察到该材料同样具有电磁聚焦特性。对比线性左手材料, 其焦点的幅度和位置都会发生偏移。同时改变波源的强度及其到平板边界距离, 讨论了不同距离情况下该非线性左手材料平板对电磁波分布的影响。当波源距离材料平板足够远, 通过非线性左手材料聚焦的电场强度几乎集中在其外表面。

关键词: 非线性左手材料; 时域有限差分法; 完美匹配层; Kerr 非线性效应

中图分类号: TN011 **文献标识码:** A

近年来, 对左手材料(LHM)的探索正在成为科学研究的前沿热点之一。对于自然界所有已知的材料而言, 介电常数 ϵ 和磁导率 μ 都是非负数, 其内部的电场、磁场满足麦克斯韦方程组。在 ϵ 和 μ 都为正值的物质中, 电场 E 、磁场 H 和波矢量 k 三者构成右手关系, 我们称这样的物质为右手材料(RHM)。1968 年, 前苏联物理学家 V. G. Veselago^[1] 提出左手材料(LHM)的物理思想, 该理论认为电磁波传播到左手媒质与普通媒质交界面时, 将射向与传统的 Snell 定律相反的方向, 电场 E 、磁场 H 和波矢量 k 三者构成左手关系。1996 ~ 2000 年, 英国皇家学院的 Pendry 等人相继发表文章, 从理论上证明了用周期性排列的金属条和金属开口谐振环组成的结构能够在给定的频率范围内产生负等效介电常数和负等效磁导率^[2-4]。从此, 引起了国际学术界对这种材料中出现的新现象及其可能的应用前景的积极思考。2003 年, Zharov 等人^[5] 发表了关于非线性左手媒质的论文, 提出可以通过非线性材料与宏观电场的相互作用, 使整个左手材料的传输特性得到动态调节, 这激起了研究者对电磁波在非线性左手材料中的传播特性的浓厚兴趣。

利用时域有限差分法(FDTD)在计算机上数值模拟非线性左手材料奇特的传播特性, 大大加快了人们对 LHM 的认识。线性左手材料的 FDTD 仿真, 国内外已有不少报道^[6-11]。而对于无限长非线性左手材料平板的研究, 不仅需要在线性左手材料 FDTD 计算中加入非线性因子, 在仿真时还涉及到非线性 LHM 伸进完美匹配层(PML)层的结构, 这还需要对传统的 PML^[6] 设置加以修正。本文分析了无限长非线性左手材料平板结构, 推导了非线性左手材料中的 FDTD 计算式以及含有非线性左手材料的 PML 的计算式。数值模拟了具有 Kerr 非线性效应的左手材料中的电磁波。同时, 计算了波源到 LHM 边界不同距离情况下, 该 LHM 对电磁波的焦点变化。

1 非线性左手材料的介质模型

根据构成左手材料的金属丝和金属环 2 维阵列, 可以得到介电常数 ϵ 和磁导率 μ 与频率的近似关系^[11]。当材料具有负参数特性时, 该左手材料平板的电磁特性可以用色散的 Drude 模型^[10]

$$\epsilon = \epsilon_0 \left[\epsilon_r - \frac{\epsilon_p^2}{\omega^2 + j\omega\gamma_e} \right] = \epsilon_0 \epsilon_r \quad (1)$$
$$\mu = \mu_0 \left[\mu_r - \frac{\mu_p^2}{\omega^2 + j\omega\gamma_m} \right] = \mu_0 \mu_r$$

式中: ϵ_p 和 μ_p 为等离子体频率, 与金属 2 维阵列的几何参数有关; j 为虚数单位; ϵ_r 和 μ_r 为 2 维阵列的背景材料参数; γ_e 和 γ_m 为材料的损耗因子。对于理想无损的 LHM 模型, 只需令 γ_e 和 γ_m 为 0。如要求 $\epsilon_r = -1$, $\mu_r = -1$, 则令 $\epsilon_r = 1, \mu_r = 1, \gamma_e = \gamma_m = 0, \epsilon_p = \mu_p = \sqrt{2}$ 即可。

* 收稿日期: 2007-05-22; 修订日期: 2007-09-03

基金项目: 国家自然科学基金资助课题(60601028)

作者简介: 林 振(1979—), 男, 博士生, 从事新型电磁材料方面的研究; linzhen@mail.xidian.edu.cn。

对于非线性左手材料结构,其电位移矢量 D 与电场强度 E 的关系为

$$D = \epsilon_0(\epsilon_r + \chi_j |E|^2) E + \frac{4}{j} J \tag{2}$$

式中 J 为位移电流密度。因此式(1)中的背景材料等效介电常数 ϵ_r 表示为

$$\epsilon_r = \epsilon_0(\epsilon_r + \chi_j |E|^2) \tag{3}$$

χ_j 为与电场强度二次项有关的非线性介电常数。代入式(1)可得该材料的等效介电常数

$$\epsilon_r = \epsilon_0(\epsilon_r + \chi_j |E|^2) - \frac{2}{2 + j} \frac{\epsilon_0^2}{\epsilon} \tag{4}$$

对于 Kerr 非线性材料,其 $\chi_j(|E|^2)$ 可表示为

$$\chi_j(|E|^2) = \chi_{j0} + \chi_j |E|^2 \tag{5}$$

其中 $\chi_j = \pm 1$ 表示聚焦或散焦的非线性系数。

2 非线性左手材料的 FDTD 计算式

对于非线性左手材料,其 FDTD 计算式需要做出修正。以 TM 模电磁波为例,差分迭代公式

$$E_z^{n+1}(i, j) = \frac{2\epsilon_0 - \chi_x t}{2\epsilon_0 + \chi_x t} E_z^n(i, j) + \frac{2t}{2\epsilon_0 + \chi_x t} \left[\frac{H_y^{n+1/2}(i+1/2, j) - H_y^{n+1/2}(i-1/2, j)}{x} - \frac{H_x^{n+1/2}(i, j+1/2) - H_x^{n+1/2}(i, j-1/2)}{y} - J_z \right] \tag{6}$$

$$H_x^{n+1/2}(i, j+1/2) = \frac{2\epsilon_0 - \chi_y t}{2\epsilon_0 + \chi_y t} H_x^{n+1/2}(i, j+1/2) - \frac{2\epsilon_0 t}{2\mu_0 \mu_r \epsilon_0 + \chi_y t} \left[\frac{E_z^n(i, j+1) - E_z^n(i, j)}{y} + K_x \right] \tag{7}$$

$$H_y^{n+1/2}(i+1/2, j) = \frac{2\epsilon_0 - \chi_x t}{2\epsilon_0 + \chi_x t} H_y^{n+1/2}(i+1/2, j) + \frac{2\epsilon_0 t}{2\mu_0 \mu_r \epsilon_0 + \chi_x t} \left[\frac{E_z^n(i+1, j) - E_z^n(i, j)}{x} - K_y \right] \tag{8}$$

其中,数值计算中间变量

$$K_x^{n+1} = \mu_0 \frac{2}{\epsilon_0} t H_x^n + K_x^n \tag{9}$$

$$K_y^{n+1} = \mu_0 \frac{2}{\epsilon_0} t H_y^n + K_y^n \tag{10}$$

$$J_z^{n+1} = \epsilon_0 \frac{2}{\epsilon_0} t E_z^n + J_z^n \tag{11}$$

其中 χ_x 和 χ_y 是媒质的电导率。此外, PML 中的 σ_{max} 的设置也与其中的相对介电常数有关,要根据不同材料作相应改动。PML 以外,只要设 $\chi_x = \chi_y = 0$ 即可。

3 数值计算

根据以上分析,数值模拟图 1 所示区域的场分布。非线性左手材料平板直接伸入 PML 层中。

在 S 点加入频率为 ω 的波源,其距离 LHM 平板 d_0 , LHM 块宽 d_1 。 I 点为观察点。整个计算域为边长为 0.1 m 的正方形^[7]。计算空间步长为 $\Delta x = \Delta y = 0.25$ mm,时间步长为 $\Delta t = \Delta x/2c$, c 为真空中光速。几何参数 $d_0 = 0.01$ m (40 Δx), $d_1 = 0.02$ m (80 Δx), $d_2 = 0.01$ m (40 Δx)。 S 处的激励源为 $E_z(t) = (1 - e^{-t}) \sin(\omega t)$, 其中 $\omega = \omega_{ep}/\sqrt{2}$, $\omega_{ep} = -\omega_{mp} \ln(0.01)/10$, $\epsilon = \epsilon_m = 1 \times 10^8$, $\omega_{ep} = \omega_{mp} = 2 \times 28.7 \times 10^9$ 。

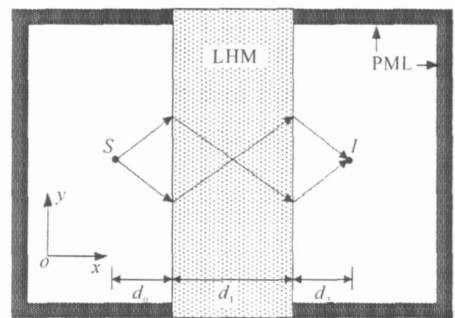


Fig. 1 Calculating domain with nonlinear LHM structure

图 1 数值模拟区域

图 2 表示对 PML 边界修正前后,观察点 I (即 LHM 的像点) 处,电场 E_z 随时间步变化。由图可见,修正后,计算区域内观察点的电磁场值数值稳定。

图 3 表示整个计算区域在 2 400 时间步的电场幅度值分布。由图可见,电磁波通过非线性左手材料平板

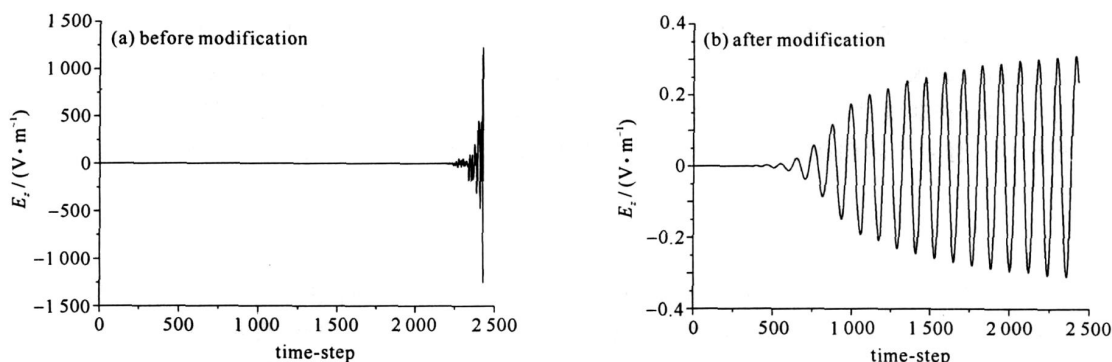


Fig. 2 Amplitude of electric field at point *I* vs time-step

图 2 PML 边界修正前后 *I* 点的电场幅度值

同样可以出现清晰的焦点,这与线性左手材料情况类似^[9]。

对于聚焦和散焦的非线性材料,分别取 $\alpha = \pm 1$,同时结合线性左手材料进行对比。图 4 (a) 为在 $y = 0.05$ m,沿 x 方向 3 种材料中电场幅度值曲线。图 4 (b) 为在 $x = 0.07$ m,沿 y 方向 3 种材料中电场幅度值曲线。可见,不同性质的非线性左手材料对波的聚焦点位置以及强度都有影响。

由于非线性材料与电场强度直接相关,不同的电场强度会造成空间介电常数的分布发生很大变化。运用修正的非线性左手材料 FDTD 计算式及 PML 边界条件,取 $\alpha = +1$ 的聚焦非线性左手材料模型,保持其它参数不变,改变源的幅度 E_{\max} 大小为 1.0, 1.5, 2.0 和 3.0,

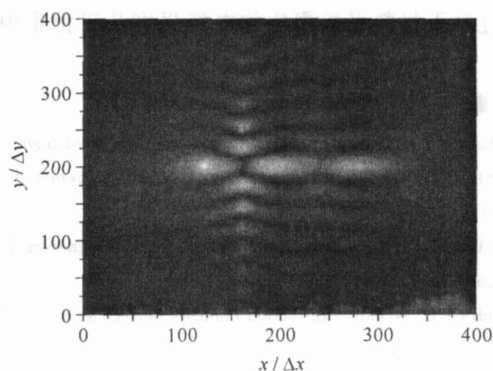


Fig. 3 Distribution of electric field

图 3 整个计算区域电场幅度值分布

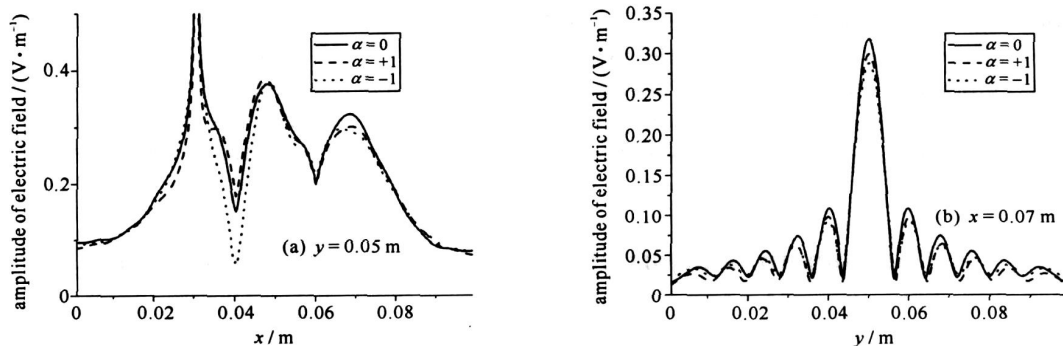


Fig. 4 Amplitude of electric field along x and y

图 4 沿 x, y 方向的电场幅值曲线

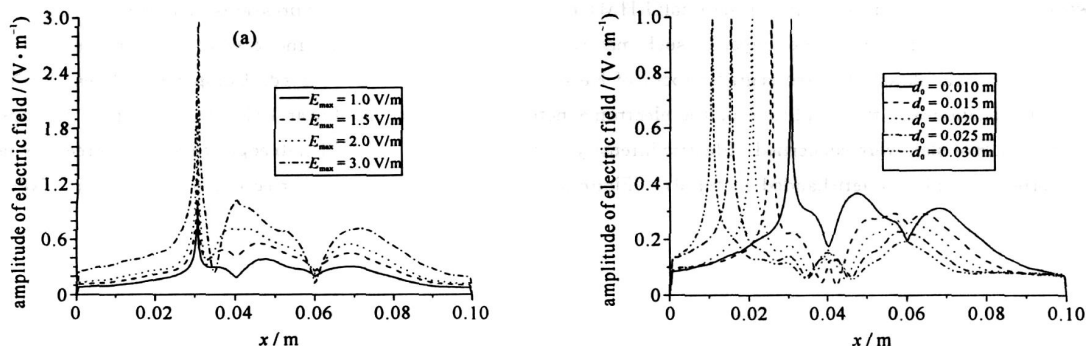


Fig. 5 Amplitude of electric field with different source and distance

图 5 不同强度电场和距离下的电场幅值

$y = 0.05 \text{ m}$ 线上,沿 x 方向的电场幅值曲线如图 5(a) 所示。随电场幅值 E_{\max} 的增大,电磁波在平板边界上的反射增强,平板内部的聚焦效应减弱。图 5(b) 所示为沿 x 方向, $y = 0.05 \text{ m}$ 线上,不同 d_0 的电场 E_z 的幅值曲线。从图上可见,在该非线性左手材料平板结构中,不同的 d_0 会改变空间的电磁波强度分布。 d_0 越大(即源点 S 距离板越远),像点 I 越向板靠近,同时电场的幅值降低。当 d_0 足够大时,远处的聚焦点基本集中在该平板的外边界上。

4 结 论

本文讨论了无限长非线性左手材料平板结构,推导了非线性左手材料中的 FDTD 计算式及其 PML 边界条件。数值模拟了具有 Kerr 非线性效应的左手材料中的电磁波。对比了线性、聚焦和散焦的非线性左手材料中的电磁波特性。观察到非线性左手材料同样具有电磁聚焦特性,但聚焦点的位置和强度都会发生变化。同时,改变波源的强度及其距平板的距离,比较了不同距离对电磁波的空间分布的影响。当波源距离平板足够远,通过左手材料平板聚焦的电场强度几乎都集中在板的外表面。

参考文献:

- [1] Veselago V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ [J]. *Sov Phys Usp*, 1968, **10**(4):509-514.
- [2] Pendry J B, Holden A J, Stewart W J, et al. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures[J]. *Phys Rev Lett*, 1996, **76**(23):4773-4776.
- [3] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, et al. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena[J]. *IEEE Trans Microwave Theory Tech*, 1999, **47**(11):2075-2084.
- [4] Pendry J B. Negative refraction makes a perfect lens[J]. *Phys Rev Lett*, 2000, **85**(18):3966-3969.
- [5] Zharov A, Shadrivov V, Kivshar S. Nonlinear properties of left-handed metamaterials[J]. *Phys Rev Lett*, 2003, **91**(3):0374.
- [6] Correia D, Jin J M. Theoretical analysis of left-handed metamaterials using FDTD-PML method[C]// Proc of SBMO/ IEEE MTT-S IMOC. 2003:1033-1036.
- [7] Berenger J P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves[J]. *J Comput Phys*, 1994, **114**(2):185-200.
- [8] Lin Z, Liang C H. Analysis of LHM slab by FDTD method respectively in TM and TE case[C]// APMC2005 Proceedings. 2005:2063-2066.
- [9] 林振,梁昌洪.负折射率材料相对折射率的 FDTD 分析[C]// 2005 全国微波毫米波会议论文集. 2005:104-107. (Lin Z, Liang C H. Analysis of relative refractive index of negative refractive index materials by FDTD method// NWMC 2005. 2005:104-107)
- [10] 林振,梁昌洪.负媒质模型的时域有限差分法分析[J]. *强激光与粒子束*, 2006, **18**(4):615-617. (Lin Z, Liang C H. Time-domain analysis of negative refractive index materials by FDTD method. *High Power Laser and Particle Beams*, 2006, **18**(4):615-617)
- [11] Zolkowski R W, Heyman E. Wave propagation in media having negative permittivity and permeability[J]. *Phys Rev E*, 2001, **64**:056825-056836.

Time-domain analysis of nonlinear left-handed materials

LIN Zhen, MA Yue-ying, DANG Xiao-jie, LIANG Chang-hong

(National Laboratory of Antenna and Microwave Technology, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: The nonlinear left-handed material(LHM) model was analyzed. The expressions of finite-difference time-domain (FDTD) method and perfectly-matched layer in such material were derived. Electromagnetic wave in Kerr nonlinear left-handed material model was simulated. Electromagnetic focus of Kerr nonlinear LHM was observed. Compared to linear LHM, it is observed that the location and the amplitude of the electromagnetic focus in such nonlinear LHM had changed. Various distances from source to LHM slab were concerned. Electric intensity was concentrated at LHM slab edge while the source was far enough.

Key words: Nonlinear left-handed material; Finite-difference time-domain; Perfectly-matched layer; Kerr nonlinear material