

文章编号: 1001-4322(2001)06-0773-04

# 非均匀传输线型谐振腔的研究

李智慧, 唐靖宇, 朱昆, 张侠, 马钟仁

(中国科学院近代物理研究所, 甘肃兰州 730000)

**摘要:** 分析了周期性电容盘片加载的同轴线的传输特性, 并将其应用于四分之一波长线谐振腔, 利用传输线理论和数值模拟两种方法分析了这种腔体的谐振特性, 得到了谐振频率  $Q$  值与盘片半径、盘片个数间的关系, 并论证了这种方法在减小腔体尺寸方面的可行性及在一台质子回旋加速器腔体中的应用。

**关键词:** 慢波结构; 四分之一波长线; 盘片电容; MAFIA 程序

**中图分类号:** TL 542 **文献标识码:** A

回旋加速器的高频腔一般都工作于几兆到几十兆赫兹的频率范围内(波长从几十米到几百米), 其腔体结构一般为四分之一波长线或二分之一波长线结构, 腔体尺寸较大(在某一方向达几米到几十米)。由于加速腔一般工作于高真空环境下, 庞大的腔体体积一方面增加了抽真空的难度, 另一方面也增加了对空间位置的要求。所以设法减小高频腔的体积, 无论是从经济方面, 还是从工程设计本身来说, 都是十分有意义的。我们知道周期结构可以减小传输系统的相速, 即可减小波长, 那么如果在腔体设计中利用同样的结构, 不是也可以减小腔体尺寸吗?

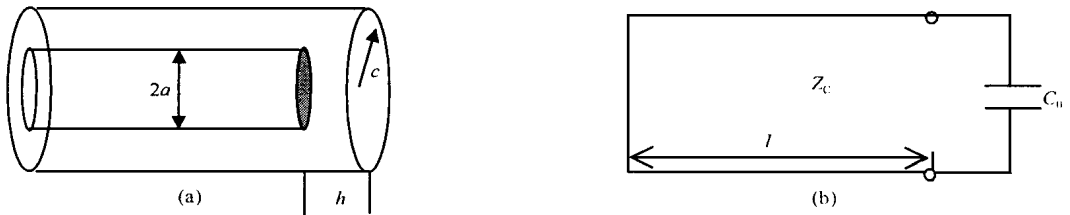


Fig. 1  $\lambda/4$  resonator and its equivalent circuit

图1 四分之一波长线谐振腔(a)及其等效电路图(b)

通常的四分之一波长线谐振腔如图 1(a) 所示, 它相当于一段短路传输线和一个开路电容的并联, 图 1(b) 为其等效电路。其谐振条件为回路等效阻抗为零, 即

$$Z_c \tan(\beta l) - 1/\omega C_0 = 0 \tag{1}$$

式中:  $\beta = 2\pi/\lambda$  为波的传输因子,  $\lambda$  为波长;  $C_0$  为开路电容, 考虑到边缘效应后, 其值为

$$C_0 = \frac{\epsilon S}{h} \left[ 1 + \frac{36}{4\pi a} \frac{8h}{\log \frac{c-a}{4h}} \right] \tag{2}$$

式中:  $S = \pi a^2$  是内导体的截面积;  $\epsilon$  为腔内介质的介电常数。由(1)式可见, 由于开路电容  $C_0$  通常很小, 接近于开路, 所以在谐振时,  $\beta l \approx \pi/2$ ,  $l \approx \lambda/4$ , 即  $l$  约为四分之一波长的长度。由此可见, 为了在同样的谐振频率下减小腔体的长度, 一个思路就是增大  $\beta$ , 而我们知道, 周期性结构, 即慢波结构正好具有这种功能。所以如果我们对内杆做一些改进, 即将其改为周期性电容加载的慢波结构, 理论上来说是应该可以达到我们的预期目的。下面我们就从理论上对其做一分析。

## 1 理论分析

由于我们提出的腔体的主要特点是采用了周期性慢波结构, 所以为了分析其主要特性, 我们首先应

该对慢波结构,特别是我们将要用到的周期性电容加载的同轴线的特性做一简单的分析。

### 1 1 周期性电容加载同轴线

最常见的周期性电容加载的同轴线如图 2 所示,它是按有规则的间隔在内导体上加载薄圆膜片,膜片附近的边缘电场增加了局部的电能储藏,因而从电路的观点看,可以认为是一个并联电容,其归一化电纳为<sup>[1]</sup>

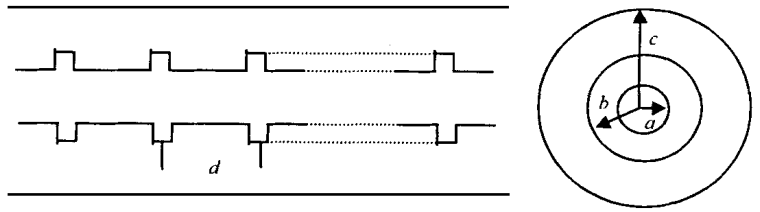


Fig 2 Periodic capacitor loaded transmission line  
图 2 周期性电容加载传输线

$$\bar{B} = \frac{B}{Y_c} = \frac{2b_0}{\lambda} A_1 \left[ 4 \ln \left( \csc \frac{\pi d}{2b_0} \right) + \frac{4A \cos^4 \left( \frac{\pi d}{2b_0} \right)}{1 + A \sin^4 \left( \frac{\pi d}{2b_0} \right)} + \left( \frac{b_0}{\lambda} \right)^2 \left[ 1 - 3 \sin^2 \frac{\pi d}{2b_0} \right] \cos^4 \frac{\pi d}{2b_0} + A_2 \right] \quad (3)$$

式中:  $d = c - b$ ;  $b_0 = c - a$ ;  $A_2 = \frac{\pi^2 (a/b)}{Y_1 \sqrt{1 - \left( \frac{2b_0}{Y_1 \lambda} \right)^2}} \frac{(c/a) - 1}{J_0^2(X)} \left[ \frac{J_0(X) N_0 \left( \frac{Xb}{a} \right) - N_0(X) J_0 \left( \frac{Xb}{a} \right)}{c/b - 1} \right]^2$  -  
 $\frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{2b_0}{\lambda} \right)^2}} \left( \frac{2b_0}{\pi d} \sin \frac{\pi d}{b_0} \right)^2$ ,  $X = \frac{\pi Y_1}{c/a - 1} = X_{01}$  是方程  $J_0(X) N_0(Xc/a) - N_0(X) J_0(Xc/a) = 0$  的  
 一个非零根;  $A = \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{2b_0}{\lambda} \right)^2}} - 1$ ;  $A_1 = \frac{b \ln(c/a)}{a c/a - 1} \left( \frac{c/b - 1}{\ln(c/b)} \right)^2$ 。

(3) 式的适用条件是  $c/a < 5$ 。如果  $b_0 \ll \lambda$  则  $A$ ,  $(b_0/\lambda)^2$  均可认为近似为零,则  $\bar{B}$  只剩下第一、第四两项。如取  $a = 0.1\text{m}$ ,  $c = 0.4\text{m}$ , 则用上式计算及数值计算得到的  $\bar{B}$  随  $b$  的变化如图 3 所示 ( $B = \bar{B} Y_c = 1/(C_B - C)$ ), 其中  $C_B$  为加上盘片后一个单元的等效电容,  $C$  为不加盘片时单位长度传输线的电容。由图 3 可见,理论计算的  $C_B$  与数值模拟的  $C_B$  符合得非常好。

对图 2 所示同轴线,经过理论分析可知<sup>[2]</sup>,在  $d \ll \lambda_0$  的低频率下,此加载线与每单位长度带有一个并联电容  $C + C_B/d$  的平滑传输线具有同样的性能,其传输常数为

$$\beta_B = \omega \sqrt{L(C + C_B/d)} \quad (4)$$

特性阻抗为

$$Z_B = \sqrt{\frac{L}{C + C_B/d}} \quad (5)$$

式中:  $L = \frac{\mu}{4\pi} \ln \frac{c}{a}$  和  $C = \frac{4\pi\epsilon}{\ln(c/a)}$  分别为内外半径为  $a$  和  $b$  的同轴线单位长度的电感和电容。如果终端接负载  $Z_L$ , 则在第  $n$  端面得输入阻抗为

$$\bar{Z}_n = \bar{Z}_B \frac{\bar{Z}_L + j\bar{Z}_B \tan(N - n)\beta d}{\bar{Z}_B + j\bar{Z}_L \tan(N - n)\beta d} \quad (6)$$

式中:  $N$  为总单元数。

### 1 2 周期性电容加载四分之一波长谐振腔

为了得到简单的解析函数表达式,我们考虑类似图 1 的腔体。腔体总长度为  $2m$ , 其中内杆长度为  $1.99\text{m}$ , 内杆与外导体端面之间的间隙宽度为  $0.01\text{m}$ , 内外导体半径分别为  $a$  和  $c$ , 在内导体上均匀地分布着 10 个半径为  $b$ , 厚度可忽略的金属膜片。根据前面的分析,我们可以将内杆当作平滑同轴线处理,其主要参数如式(3), (4), (5)所示,由此可得其等效电路如图 1(b)所示,谐振条件为

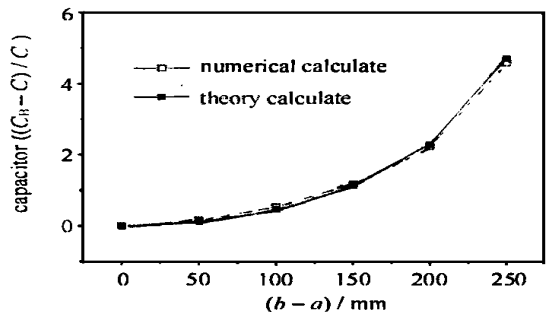


Fig 3 Variation of capacitor with the radius of the capacitive obstacles  
图 3 膜片电容与半径的关系

$$Z_B \tan(\beta_B l) - 1/\alpha C_0 = 0 \tag{7}$$

式中:  $Z_B$ ,  $\beta_B$  以及  $C_0$  分别如公式(5), (4)和(2)式所示。(7)式无法求出解析解, 利用数值方法, 可得到一系列非常有用的结果。

## 2 结果讨论

### 2.1 谐振频率与半径 $b$ 的关系

半径  $b$  的变化, 直接影响电纳  $B^-$  的值, 而  $B^-$  的变化将反映在  $Z_B$  和  $\beta_B$  的变化中。在不同的  $b$  下求解(7)式, 结果如图 4 中的理论计算值所示, 图中的数值计算结果是 MAFIA 程序模拟的结果。由图可见, 它们在  $c/a$  较小时符合得相当好( $c/a$  等于 2, 3), 但在  $c/a$  较大( $c/a$  等于 4),  $(b-a)/(c-a) > 0.6$  的范围内有较大出入。这种不符合的原因, 可能是在计算  $A_2$  时, 由于 Bessel 函数和 Neumann 函数采用的近似表达式所存在的误差引起的。不过从总的趋势来看, 在腔体长度一定的情况下, 谐振频率确实明显降低了许多。由图 4 可见, 一般可达将近十兆赫兹。

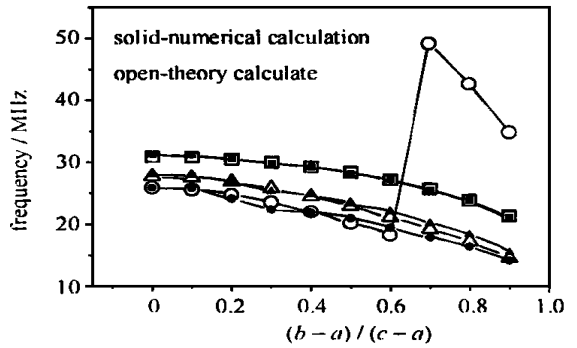


Fig. 4 Resonate frequency as function of the radius of the obstacle

图 4 谐振频率与膜片半径的关系

### 2.2 谐振频率与单元数 $N$ 的关系

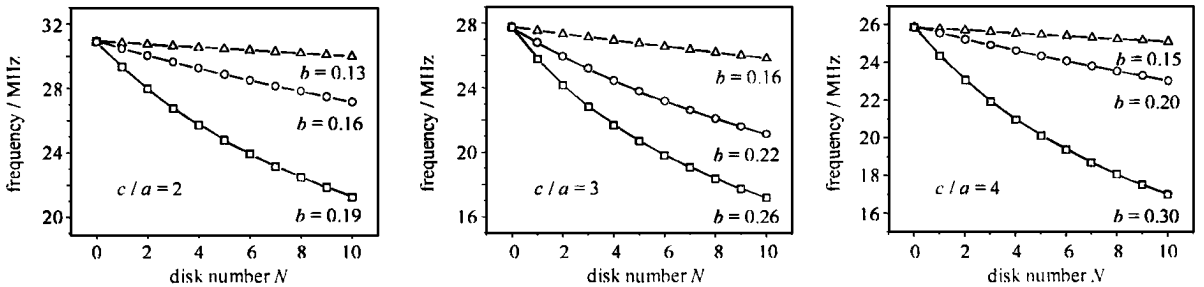


Fig. 5 Resonate frequency as a function of the numbers of the disks

图 5 谐振频率与单元数关系曲线

由图 5 可见, 在膜片半径一定的条件下, 谐振频率的减小量和膜片数  $N$  近似成线性关系,  $N$  越大, 频率下降越多。这种线性关系随着膜片半径的增大越来越差, 即频率下降量并不是和膜片数目成正比的, 而近似成指数关系。

### 2.3 $Q$ 值与 $b$ 的关系

图 6 所示为腔体  $Q$  值随膜片半径的变化曲线。由图可见, 腔体  $Q$  值随膜片半径的增大而急剧减小, 当  $(b-a)/(c-a)$  为 0.5 时,  $Q$  值已经几乎下降了  $1/3$ 。这说明在实际应用中, 我们应该根据实际需要, 确定合适的膜片半径。 $Q$  值下降的原因, 是由于膜片引入, 在其附近激励起高次模及相应的高次电流, 增加了腔体的损耗。

## 3 结论

通过以上理论及实例分析, 我们可以得到这样的结论: 即通过在腔体内杆上加载电容片, 可以较为明显地降低腔体的谐振频率, 降低幅度可达十兆赫兹左右, 如果考虑到对  $Q$  值等其它参数的照顾, 可以达到五兆赫兹左右的频率降低量。图 7 所示为不加电容片的腔体的谐振曲线, 通过与图 4 的比较我们可以发现, 为了达到与加载腔体相同的谐振频率, 腔体高度要增加  $1/3$  到  $1/4$ , 而这样的增加量在工程上是无法忍受的, 所以此法在实际的腔体设计中还是有一定的参考意义的。我们将此方法应用于近物所正

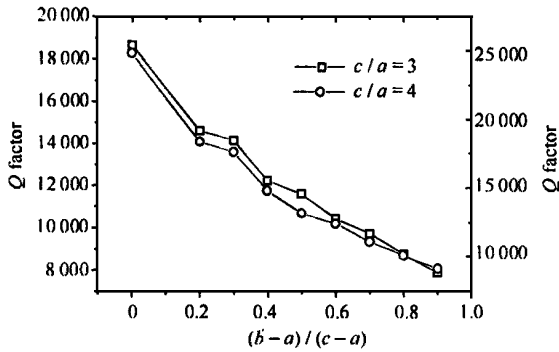
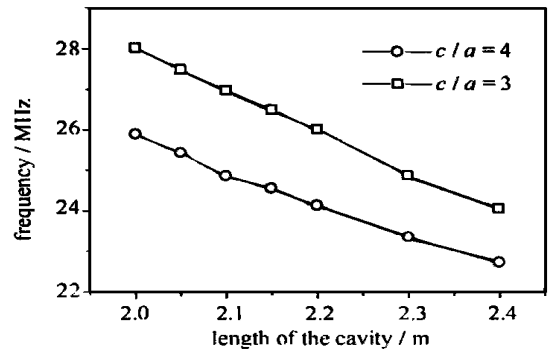
Fig 6  $Q$  factor as a function of  $(b-a)/(c-a)$ 图 6 品质因数  $Q$  与膜片半径的关系

Fig 7 Resonate frequency as function of the cavity's length

图 7 谐振频率与腔体高度关系

在建造的一台质子回旋加速器的腔体中, 计算结果如表 1 所示。可见结果还是相当令人满意的。

表 1 质子回旋加速器腔体计算结果

Table 1 Calculated results of the proton cyclotron

radius of the disk/mm	resonate frequency/MHz	$\Delta f$ /MHz
0	61.871 07	0
120	59.137 79	2.733 28
130	57.298 87	4.572 20
140	54.731 24	7.139 83

### 参考文献:

- [1] 唐靖宇. 等时性回旋加速器的理论与设计[D]. 兰州: 中科院近代物理研究所, 1997. 32 (Tang J Y. The theory and designing of the isochronous cyclotrons. Lanzhou: The Institute of Modern Physics, 1997. 32)
- [2] Y N Z K. GAN L. CSS resonator calculation of higher mode[R]. GAN L. France, 80N/046/HF/08(Avril 80).
- [3] 李智慧, 唐靖宇. 新B1 聚束器腔体设计[J]. 强激光与粒子束, 2000, 12(6): 759—762 (Li Z H, Tang J Y. Designing of the New B1 buncher's cavity. High power laser and particle beams, 2000, 12(6): 759—762)
- [4] Marcuviz N. Waveguide handbook[M]. New York: Toronto, London: McGraw-Hill Book Company, Inc. 1951.
- [5] Collin R E. Foundations for microwave engineering[M]. New York: McGraw-Hill, 1966.

## Research of the $\lambda/4$ periodically loaded transmission line cavity

LI Zhi-hui, TANG Jing-yu, ZHU Kun, ZHANG Xia, MA Zhong-ren

(Institute of Modern Physics, the Chinese Academy of Sciences, P. O. Box 31-18, Lanzhou 730000, China)

**Abstract** In this paper, the transmission character of the periodically capacitor loaded coaxial transmission line is analyzed. We applied this kind of transmission line into the  $1/4$  wavelength transmission line cavity design. With both the transmission line theory and numerical simulation methods, we obtained the resonating frequency and  $Q$  factor as functions of the disk radius and the disk numbers. The possibility of this kind of method in decreasing the cavity's volume is discussed and its application in the design of the RF cavity of a proton cyclotron is presented as well in the paper.

**Key words:** slow wave structure;  $\lambda/4$  transmission line cavity; disk capacitor; MAFIA code