

文章编号: 1001-4322(2003)10-0985-04

# 非均匀三腔谐振腔渡越时间效应的小信号分析\*

贺军涛, 钟辉煌, 钱宝良

(国防科学技术大学 理学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 研究了小信号条件下, 电子束在非均匀的三腔谐振腔模驻波场中的渡越时间效应, 求得了束波功率转换效率的函数表达式, 通过采用“罚函数法”求解有约束条件的最优化问题, 得到的结果表明: 非均匀结构比均匀结构有更高的束波功率转换效率。

**关键词:** 非均匀三腔谐振腔; 渡越时间效应; 小信号; 最优化

中图分类号: TN732.2

文献标识码: A

基于渡越时间效应的振荡器, 经历了由单腔管<sup>[1,2]</sup>到多腔管<sup>[3-7]</sup>的研究过程。寻求提高微波器件效率的新方法、新途径, 一直是人们关注的问题。传统的渡越时间振荡器都是采用均匀结构(每腔间隙距离相等)的谐振腔, 我们尝试用非均匀(每腔间隙距离不等)的方法来提提高渡越时间振荡器的效率。本文研究了小信号条件下, 电子束在非均匀三腔谐振腔中的渡越时间效应。

## 1 非均匀三腔谐振腔中渡越时间效应的小信号分析

本文以文献[8]中采用的假定及方法为基础, 考虑第一、二、三腔的长度分别为  $d$ ,  $a_1 d$  和  $a_2 d$ , 在小信号条件下, 入射速度为  $v_0$ , 入射相位为  $\phi_0$  的电子依次在三腔中的运动。在推导中, 速度  $v$  只保留到 1 阶微小量, 动能  $E_k$  只保留到 2 阶微小量, 忽略更高阶微小量。非均匀三腔谐振腔的基本结构如图 1 所示, 其模驻波场的表达式可简化为

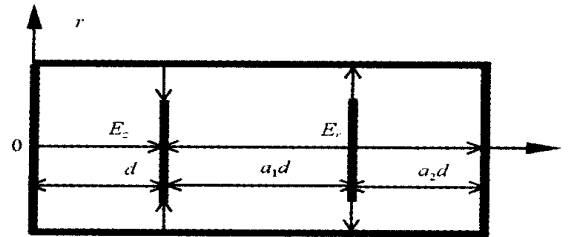


Fig. 1 Schematic of a nonuniform three-cavity oscillator

图 1 非均匀三腔谐振腔的示意图

$$E = \begin{cases} E_m \sin(\omega t + \phi_0), & 0 < z < d \\ -E_m \sin(\omega t + \phi_0), & d < z < (1 + a_1) d \\ E_m \sin(\omega t + \phi_0), & (1 + a_1) d < z < (1 + a_1 + a_2) d \end{cases} \quad (1)$$

式中  $\phi_0$  为电子的入射相位, 它是相应于电子进入非均匀三腔谐振腔  $t = 0$  时刻的初相。电子在非均匀三腔谐振腔中的运动微分方程为

$$m(d^2 z/dt^2) = qE = -eE \quad (2)$$

将(1)式代入(2)式, 并将(2)式对时间  $t$  求积分, 考虑到初始条件, 可以得到电子在非均匀三腔谐振腔各腔中运动的速度方程和运动方程为

$$v(t, \phi_0) = \begin{cases} v_0 + (eE_m/m) [\cos(\omega t + \phi_0) - \cos \phi_0], & 0 < z < d \\ - (eE_m/m) [\cos(\omega t + \phi_0) - \cos(\omega(1 + a_1)t + \phi_0)] + v(1, \phi_0), & d < z < (1 + a_1) d \\ (eE_m/m) [\cos(\omega t + \phi_0) - \cos(\omega(1 + a_1 + a_2)t + \phi_0)] + v(2, \phi_0), & (1 + a_1) d < z < (1 + a_1 + a_2) d \end{cases} \quad (3)$$

$$z(t, \phi_0) = \begin{cases} [v_0 - (eE_m/m) \cos \phi_0] t + (eE_m/m^2) [\sin(\omega t + \phi_0) - \sin \phi_0], & 0 < z < d \\ d + [v(1, \phi_0) + (eE_m/m) \cos(\omega(1 + a_1)t + \phi_0)](t - 1) - \\ (eE_m/m^2) [\sin(\omega t + \phi_0) - \sin(\omega(1 + a_1)t + \phi_0)], & d < z < (1 + a_1) d \\ (1 + a_1) d + [v(2, \phi_0) - (eE_m/m) \cos(\omega(1 + a_1 + a_2)t + \phi_0)](t - 1 - a_1) + (eE_m/m^2) \times \\ [\sin(\omega t + \phi_0) - \sin(\omega(1 + a_1 + a_2)t + \phi_0)], & (1 + a_1) d < z < (1 + a_1 + a_2) d \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $v(1, \phi_0)$  和  $v(2, \phi_0)$  分别表示电子离开第一腔时和第二腔时的速度;  $t_1$  和  $t_2$  分别表示电子在第一腔和前两腔的实际渡越时间, 其中

\* 收稿日期: 2003-03-20; 修订日期: 2003-05-26

基金项目: 国家 863 计划项目资助课题

作者简介: 贺军涛(1972-), 男, 博士研究生, 主要从事高功率微波方面研究; E-mail: juntaohe2002@sina.com.cn.

$$t_1 = t_0 + \Delta t_1 \quad (5)$$

$$t_2 = (1 + \Delta t_1) t_0 + \Delta t_2 \quad (6)$$

式中:  $t_0$  和  $(1 + \Delta t_1) t_0$  分别表示电子在第一腔和前两腔的直流渡越时间;  $\Delta t_1$  和  $\Delta t_2$  分别表示电子在第一腔和前两腔的实际渡越时间与直流渡越时间之差,  $\Delta t_1 \ll t_0$ ,  $\Delta t_2 \ll (1 + \Delta t_1) t_0$ 。在(4)式的第一个表达式中,令  $t = t_1$  并应用(5)式,考虑到初始条件,可以求出  $\Delta t_1$ 。将(5)式代入(3)式的第一个表达式中,并应用  $\Delta t_1$ ,可求出  $v(t_1, t_0)$ 。同理可求出  $\Delta t_2$  和  $v(t_2, t_0)$ 。

$$\begin{cases} \Delta t_1 = - [ \sin(\omega t_0 + \phi_0) - \sin \phi_0 - \omega \cos \phi_0 ] / \\ \Delta t_2 = - [ - \sin((1 + \Delta t_1) \omega t_0 + \phi_0) + 2 \sin(\omega t_0 + \phi_0) - \sin \phi_0 + \\ 2 \Delta t_1 \omega \cos(\omega t_0 + \phi_0) - (1 + \Delta t_1) \omega \cos \phi_0 ] / \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $\omega = eE_m / (m v_0)$ , 小信号条件下,  $\Delta t_i \ll t_0$ 。电子在前三腔的实际渡越时间为

$$t_3 = (1 + \Delta t_1 + \Delta t_2) t_0 + \Delta t_3 \quad (8)$$

式中:  $(1 + \Delta t_1 + \Delta t_2) t_0$  表示电子在前三腔的直流渡越时间,  $\Delta t_3$  表示电子在前三腔的实际渡越时间与直流渡越时间之差,  $\Delta t_3 \ll (1 + \Delta t_1 + \Delta t_2) t_0$ 。同前述可求得  $\Delta t_3$  和电子离开第三腔时的速度  $v(t_3, t_0)$

$$\Delta t_3 = - (\omega / \omega) \{ \sin[(1 + \Delta t_1 + \Delta t_2) \omega t_0 + \phi_0] - 2 \sin[(1 + \Delta t_1) \omega t_0 + \phi_0] + 2 \sin(\omega t_0 + \phi_0) - \sin \phi_0 - \\ 2 \Delta t_2 \omega \cos[(1 + \Delta t_1) \omega t_0 + \phi_0] + 2(1 + \Delta t_2) \omega \cos(\omega t_0 + \phi_0) - (1 + \Delta t_1 + \Delta t_2) \omega \cos \phi_0 \} \quad (9)$$

$$v(t_3, t_0) / v_0 = 1 + (A_3 + B_3) \quad (10)$$

式中:  $t_0 = d / v_0$ , 其中

$$\begin{cases} A_3 = \cos[(1 + \Delta t_1 + \Delta t_2) \omega t_0 + \phi_0] - 2 \cos[(1 + \Delta t_1) \omega t_0 + \phi_0] + 2 \cos(\omega t_0 + \phi_0) - \cos \phi_0 \\ B_3 = - 2 \Delta t_1 \sin(\omega t_0 + \phi_0) + 2 \Delta t_2 \sin[(1 + \Delta t_1) \omega t_0 + \phi_0] - \Delta t_3 \sin[(1 + \Delta t_1 + \Delta t_2) \omega t_0 + \phi_0] \end{cases} \quad (11)$$

电子离开第三腔时的动能  $E_k$  为

$$E_k = 0.5 m v^2(t_3, t_0) \quad (12)$$

单个电子对任意初相  $\phi_0$  的平均动能  $E_k$

$$E_k = (1/2) \int_0^{2\pi} E_k d\phi_0 \quad (13)$$

经过计算得

$$E_k = (m v_0^2 / 2) [1 + F_3] \quad (14)$$

式中

$$F_3 = [10 - 4 \cos \phi_0 - 8 \cos(\phi_1) - 4 \cos(\phi_2) + 4 \cos[(1 + \Delta t_1) \phi_0] + 4 \cos[(1 + \Delta t_2) \phi_0] - \\ 2 \cos[(1 + \Delta t_1 + \Delta t_2) \phi_0] - 2 \phi_0 \sin \phi_0 - 4 \Delta t_1 \phi_0 \sin(\phi_1) - 2 \Delta t_2 \phi_0 \sin(\phi_2) + \\ 2(1 + \Delta t_1) \phi_0 \sin[(1 + \Delta t_1) \phi_0] + 2(1 + \Delta t_2) \phi_0 \sin[(1 + \Delta t_2) \phi_0] - (1 + \Delta t_1 + \Delta t_2) \phi_0 \sin[(1 + \Delta t_1 + \Delta t_2) \phi_0]] \quad (15)$$

当  $\Delta t_1 = \Delta t_2 = 1$  时,  $F_3$  与文献[8]相符,具体如下

$$F_3 = 10 - 16 \cos \phi_0 + 8 \cos(2 \phi_0) - 2 \cos(3 \phi_0) - 8 \phi_0 \sin \phi_0 + 8 \phi_0 \sin(2 \phi_0) - 3 \phi_0 \sin(3 \phi_0) \quad (16)$$

单个电子平均动能的增量  $E_k$  为

$$E_k = E_k - m v_0^2 / 2 = 0.5 m v_0^2 F_3 = e U_0 F_3 \quad (17)$$

电子束得到的功率  $P$  及束波功率转换效率  $\eta_p$  为

$$P = E_k I_0 / e = U_0 I_0 F_3 \quad (18)$$

$$\eta_p = P / (I_0 U_0) = F_3 \quad (19)$$

## 2 束波功率转换效率 $\eta_p$ 在非均匀结构下与均匀结构下的比较

均匀三腔谐振腔最佳工作区的宽度是  $1.70 \text{ rad}$ , 工作点  $\phi_0$  的取值范围为  $1.052 \sim 1.75 \text{ rad}$ <sup>[8]</sup>。取  $\phi_0 = x_0$ , 可知  $d = x_0 v_0 / \omega$ 。因此根据器件的工作点  $x_0$ , 电子束的加速电压  $U_0$  ( $U_0$  决定  $v_0$ ) 和设计工作角频率  $\omega$ , 可以确定每腔间隙距离  $d$ , 从而确定均匀三腔的总长度为  $3 x_0 v_0 / \omega$ 。

在非均匀结构下, 保持与均匀结构下相同的  $\omega$  和  $U_0$  不变, (由于谐振频率主要由腔体及内部栅网的径向尺寸决定<sup>[9]</sup>, 改变每腔间隙距离不会改变  $\omega$ ), 则  $\eta_p$  不变。由(19)式知: 束波功率转换效率  $\eta_p$  成为关于  $F_3$  的

函数,由(15)式知:  $F_3$  成为关于变量  $d_1, d_2$  的函数。故  $P$  就成为关于变量  $d_1, d_2$  的函数。保持与均匀结构下相同的三腔总长度不变,即  $d_1 + d_2 + d_3 = 3x_0 v_0/\omega$  和  $\theta_0 + \theta_1 + \theta_2 = 3x_0$ 。令  $\theta_0 = x_1, \theta_1 = x_2, \theta_2 = x_3$  和  $F_3 = f(x)$ 。采用“罚函数法”求解有约束条件的最优化问题,目标函数为  $f(x)$ ,约束条件是

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3x_0 \\ x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \\ x_3 > 0 \end{cases} \quad (20)$$

当  $f(x)$  取值最小时,得出 3 个变量  $x_1, x_2, x_3$  的值,由  $x_1, x_2, x_3$  之间的比值关系可以得出每腔间隙距离的比例关系。采用的约束条件在物理上的含意是:三腔总长度保持不变,每腔间隙距离大于零。选取的初值点是  $x_1 = x_2 = x_3 = x_0$ ,在  $\omega$  和  $U_0$  确定的条件下,  $x_0$  的取定意味着三腔总长度的确定,不同的  $x_0$  对应不同的三腔总长度。

计算结果如表 1 所示,其中  $f(x_0)$  表示每腔间隙的距离相同时函数  $f(x)$  的值; $f(x)_{\min}$  表示在选取的初值点和采用的约束条件下,  $f(x)$  取的最小值;  $x_1, x_2, x_3$  表示  $f(x)$  取最小值时的变量值。令  $g = P/P^2 = -F_3; g(0) = -f(x_0)$  和  $g(x) = -f(x)_{\min}$ 。 $g(0)$  与  $g(x)$  的比较如图 2 所示, ( $g(0)$  表示均匀结构,  $g(x)$  表示非均匀结构),在每个初值点  $x_0$  处,都存在  $g(0)$  小于  $g(x)$ 。因此可以得出结论:在  $\omega, U_0$  及三腔的总长度不变的条件下,均匀结构的束波功率转换效率并非最高,改变每腔间隙距离,并使之保持一定的比例关系,可以进一步提高束波功率转换效率,亦即,非均匀结构比均匀结构有更高的束波功率转换效率。

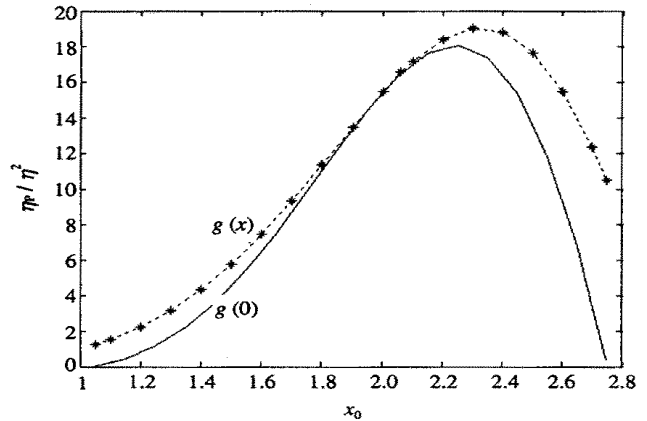


Fig. 2 Comparison of conversion efficiency between nonuniform and uniform oscillator  
图 2 非均匀与均匀结构下的功率转换效率比较

表 1 不同的初值点,当束波转换效率最大时,每腔间隙距离的取值

$x_0$	$f(x_0)$	$f(x)_{\min}$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	1	2
1.05	- 0.01	- 1.27	0.70	1.76	0.70	2.51	1.00
1.50	- 4.51	- 5.76	1.23	2.04	1.23	1.66	1.00
1.90	- 13.37	- 13.49	1.83	2.04	1.83	1.11	1.00
2.10	- 17.09	- 17.18	2.16	1.98	2.16	0.92	1.00
2.50	- 13.79	- 17.63	2.89	1.72	2.89	0.60	1.00
2.70	- 3.75	- 12.37	3.30	1.50	3.30	0.45	1.00
2.75	- 0.30	- 10.49	3.43	1.39	3.43	0.41	1.00

### 3 结束语

本文用解析方法研究了小信号条件下电子束在非均匀三腔谐振腔中的渡越时间效应。指出:改变每腔间隙距离,并使之保持一定的比例关系,可以进一步提高束波功率转换效率。需要说明的是,由于研究是在小信号条件下进行的,文中得出的每腔间隙距离的比例关系只可作为参考,要找出每腔间隙距离的最佳比例关系,需要借助于数值模拟和粒子模拟。但是由于线性理论所预示的基本规律是正确的,因此本文得出的结论可以为非线性理论的物理解释提供依据。

### 参考文献:

[1] Marcum J. Interchange of energy between an electron beam and an oscillating electric field[J]. *Journal of Applied Physics*, 1946, 17(4): 4—11.  
[2] Barroso J J, Design facts in the axial monotron[J]. *IEEE Trans on Plasma Sci*, 2000, 28(3): 652—656.

- [3] Marder B M, Clark M C, Bacon L D, et al. The split-cavity oscillator: a high-power e-beam modulator and microwave source[J]. *IEEE Trans on Plasma Science*, 1992, **20**(3): 312—331.
- [4] Lemke R W, Dispersion analysis of symmetric transverse magnetic modes in a split cavity oscillator[J]. *J App Phys*, 1992, **72**(9): 4422—4428.
- [5] Lemke R W, Clark M C, Marder B M. Theoretical and experimental investigation of a method for increasing the output power of a microwave tube based on the split-cavity oscillator[J]. *J App Phys*, 1994, **75**(10): 5423—5432.
- [6] Lemke R W, Bacon L D, Clark M C. Theoretical investigation of a split cavity oscillator for modulating magnetized, annular, relativistic electron beams[A]. IEEE international conference on plasma science[C]. Williamsburg, 1991.
- [7] 于爱民,刘庆想,吴勇,等. 三腔渡越时间效应高功率微波振荡器 L 波段实验研究[A]. 第四届高功率微波学术研讨会论文集[C]. 呼和浩特,2000. (Yu A M, Liu Q X, Wu Y, et al. Experimental investigation of the L-Band three-cavity transit-time HPM oscillator. the 4th national conference on HPM. Huhehaote, 2000)
- [8] 范植开,刘庆想,刘锡三,等. 三腔谐振腔渡越时间效应的小信号分析[J]. 强激光与粒子束,1999, **11**(4): 482—486. (Fan Z K, Liu Q X, Liu X S, et al. The small signal analysis of the transit-time effect in the three-cavity resonator. *High Power Laser and Particle Beams*, 1999, **11**(4): 482—486)
- [9] 范植开. 渡越管振荡器的理论研究与原理性实验[D]. 四川绵阳:中国工程物理研究院,1999. (Fan Z K. Theoretical investigation and primary experiment of transit-time tube oscillator. Sichuan Mianyang: CAEP, 1999)

## Small signal analysis of the transit-time effect in the nonuniform three-cavity oscillator

HE Jun-tao, ZHONG Hui-huang, QIAN Bao-liang

(College of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Traditional transit-time oscillators such as split-cavity oscillator, three-cavity oscillator (TCO), super-relatron etc., have a common characteristic that the span between foils in the modulating cavity is equal. By varying span from equal to different, we developed a new device called nonuniform three-cavity oscillator (NTCO). Based on the motion of the single electron whose incident phase is  $\phi_0$  in standing wave electric field under the small signal condition, the transit-time effect of electron beam in  $\pi$  mode standing wave electric field in the NTCO is investigated, function expression of beam-wave power conversion efficiency is obtained, constrained optimization problems are solved through “penalty function method”, the conclusion is obtained that beam-wave power conversion efficiency of the nonuniform structure is higher than that of the uniform structure.

**Key words:** Nonuniform three-cavity oscillator; Transit-time effect; Small signal; Optimization