

文章编号: 1001-4322(2005)02-0229-04

负径向电场对荷电粒子运动的影响及其数值模拟*

刘玉文^{1,2}, 张晓东¹, 马建华², 姚若河^{1,3}

(1. 中国科学院 等离子体物理研究所, 安徽 合肥 230031;
2. 炮兵学院 一系, 安徽 合肥 230031; 3. 华南理工大学 应用物理系, 广东 广州 510641)

摘 要: 从负径向电场产生的电漂移改变荷电粒子运动的极向运动速度着手, 推导出在负径向电场存在时安全因子的表达式, 分析了安全因子对荷电粒子漂移位移和运动轨迹的影响。建立了在负径向电场条件下, 荷电粒子在梯度磁场和曲率磁场中运动数学模型。通过数值模拟, 获得了通行粒子、香蕉粒子的漂移位移和运动轨迹所呈现出的新特点和规律: 负径向电场改变了荷电粒子的最大漂移位移。当荷电粒子的极向运动速度增加时, 最大漂移位移减小, 反之增大, 改变了荷电粒子的运动轨迹, 通行粒子的轨亦可能变为香蕉粒子的轨迹, 香蕉粒子的轨迹可能变为通行粒子的轨迹, 当电场达到足够的强度时, 均成为在极向上顺时针运动的通行粒子轨迹。

关键词: 负径向电场; 梯度与曲率漂移; 安全因子; 通行粒子; 香蕉粒子
中图分类号: O411.3 **文献标识码:** A

研究表明 L-H 模转换机制与边界负径向电场的产生密切相关^[1~8]。而负径向电场的产生机制为^[6]: 在托卡马克磁场位形下, 相同能量的电子和离子, 由于电子的热运动速度快, 极向运动一周处在扩张区或压缩区时间较短, 受到梯度磁场和曲率漂移的作用小, 因而电子基本上沿磁面运动(位移在 1 mm 左右), 而离子热运动速度远远小于电子, 沿极向运动一周, 处在扩张区或压缩区时间相对较长, 受梯度磁场和曲率漂移作用较大, 具有较大的跨越磁面运动, 其位移量较大, 一般在 1~2 cm, 从而形成电子和离子相对分离。与此同时, 由于负径向电场的产生, 使电荷粒子附加一个较大的电漂移, 反过来影响电子和离子的运动轨迹和位移。本文首先从理论上分析研究负径向电场对荷电粒子(主要考虑离子、电子基本沿磁面运动, 认为不受影响)运动轨迹和漂移位移的影响; 其次建立托卡马克磁场位形下, 考虑负径向电场的离子运动微分方程组, 最后根据离子运动微分方程组编程进行了数值模拟。

1 负径向电场对离子运动轨迹的影响

1.1 电漂移与离子运动速度的叠加^[9]

当存在负径向电场时, 产生电漂移 v_E , 它将引起极向运动, 使离子不再沿磁力线运动, 当电漂移与离子沿磁力线运动速度 v_M 的极向分量 $v_{M\theta}$ 可比时, 它就会对离子的运动有很大影响, 形成新的合成速度 v_{ME} 。图 1 为电漂移方向与离子沿磁力线运动的极向分量 $v_{M\theta}$ 方向相同时的示意图, 图 2 为电漂移方向与离子沿磁力线运动的极向分量 $v_{M\theta}$ 方向相反时的示意图。图中 B_φ 表示等离子体沿大环方向的磁场, B_θ 为等离子体电流产生的极向磁场。

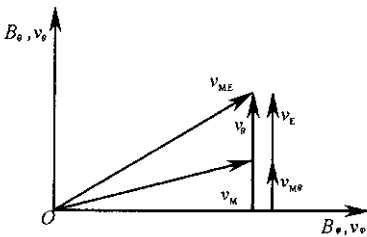


Fig. 1 v_E and $v_{M\theta}$ with same direction

图 1 v_E 与 $v_{M\theta}$ 同向

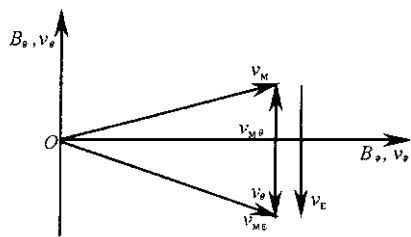


Fig. 2 v_E and $v_{M\theta}$ with opposite direction

图 2 v_E 与 $v_{M\theta}$ 反向

1.2 有负径向电场时的安全因子^[9]

* 收稿日期 2004-06-07; 修订日期 2004-10-30
基金项目: 国家自然科学基金资助课题(01066451)
作者簡介: 刘玉文(1964—), 男, 博士生, 副教授, 主要从事等离子体物理实验研究, E-mail: lyw1@sohu.com.

由于电漂移垂直于磁场,离子不再沿磁力线运动,因此用磁力线的一些特征参数已不能准确表述离子在负径向电场中的运动行为,其中用安全因子 q 表述的离子位移已不准确,在此定义一个在负径向电场中对应的安全因子 q_E 。原安全因子 q 的定义为:在一段时间 Δt 内,电荷粒子沿磁力线运动在大环方向上转动角度 $\Delta\varphi$ 与在极向上转动角度 $\Delta\theta$ 的比值

$$q = \Delta\varphi/\Delta\theta \quad (1)$$

在时间 Δt 内,环向和极向的转动角度有如下形式

$$\Delta\varphi \approx v_\varphi \Delta t/R_0 \quad (2)$$

$$\Delta\theta \approx v_\theta \Delta t/a \quad (3)$$

式中 a 为极向小半径; R_0 为大环半径; $v_\varphi = v_M B_\varphi/B$ 和 $v_\theta = v_M B_\theta/B$ 分别是电荷粒子沿磁力线运动的纵向分量和极向分量,其中 $B = \sqrt{B_\varphi^2 + B_\theta^2}$ 。由(1)、(2)、(3)式得

$$q = aB_\varphi/(R_0 B_\theta) \quad (4)$$

当有负径向电场时,基本上在极向附加一个电漂移,此时离子在 Δt 时间内的极向转向角度可写成如下形式

$$\Delta\theta \approx (v_\varphi + v_E)\Delta t/a \quad (5)$$

其中电漂移

$$v_E = E_r/B \quad (6)$$

式中 E_r 为径向电场强度。在径向电场中,由(2)、(5)式可得此时安全因子

$$q_E = \frac{a}{R_0} \left| \frac{v_M B_\varphi}{v_M B_\theta + E_r} \right| = q \left| \frac{v_M}{v_M + E_r/B_\theta} \right| \quad (7)$$

由(7)式可知,在有径向电场时安全因子 q_E 既与离子沿磁力线的运动速度和方向有关,又与径向电场的大小和方向有关。实际上是离子沿磁力线运动的极向分量与电漂移方向之间的关系。当无径向电场时,有 $q_E = q$ 。要注意的是,当 q_E 较大时,离子横越磁面空间的范围较大,式中小半径 a 就不是恒定值,使用此式会带来较大误差,这时需要用计算机进行离子轨迹跟踪计算 q_E ,后面的模拟计算已作考虑。

1.3 安全因子与漂移位移的讨论

在径向电场中,对通行离子而言,离子横越磁面运动的最大位移为

$$\Delta d_{\max} \approx 2q_E r_L \quad (8)$$

式中 r_L 为拉莫尔半径。离子的运动方向对 q_E 影响很大,如果电漂移方向与离子运动的极向分量方向相同,由(7)式可知 q_E 总是小于 q ,如果方向相反,在某一参数范围内则 q_E 大于 q ,当电漂移与离子运动的极向分量相当时 q_E 会非常大,而当电漂移大于离子运动的极向分量 2 倍以上时 q_E 又会小于 q 。

2 考虑负径向电场时离子运动微分方程组

如图 3 所示,在托卡马克环形磁场位形中,设 B_φ 为沿大环方向纵向磁场,位于 xOz 水平面内; B_θ 为等离子体电流产生的极向磁场,位于 xOz 垂直平面内, $B_{\theta x}$ 和 $B_{\theta z}$ 分别为 B_θ 在水平和垂直方向的分量; $M(x, y, z)$ 点为运动的离子在装置内某一时刻的空间位置; $N(x, y)$ 点为 M 点在 xOy 平面内投影,位于 Ox' 上, Ox' 与 x 轴夹角为 φ , O_1M 与 Ox' 夹角为 θ , OO_1 为磁轴半径 R_0 。

根据牛顿第二定律,推得离子运动微分方程组

$$\begin{cases} dv_x/dt = q(v_y B_z - v_z B_y)/m + qE_x \\ dv_y/dt = q(v_z B_x - v_x B_z)/m + qE_y \\ dv_z/dt = q(v_x B_y - v_y B_x)/m + qE_z \end{cases} \quad (9)$$

式中: $B_x = -B_\varphi \sin\varphi - B_\theta \sin\theta \cos\varphi$, $B_y = B_\varphi \cos\varphi - B_\theta \sin\theta \sin\varphi$, $B_z = B_\theta \cos\theta$, $B_\varphi = B_0(1 - \Delta R/R_0)$, $B_\theta = rB_0/(R_0 q)$, $E_x = -$

$E_r \cos\theta \cos\varphi$, $E_y = -E_r \cos\theta \sin\varphi$, $E_z = -E_r \sin\theta$, $\sin\varphi = y/R$, $\cos\varphi = x/R$, $\sin\theta = z/r$, $\cos\theta = \Delta R/r$ ($r = \sqrt{\Delta R^2 + z^2}$ 为 O_1M , $\Delta R = R - R_0$ 为 O_1N , $R = \sqrt{x^2 + y^2}$)。离子在 M 点速度 $v = v_x i + v_y j + v_z k$ 。初始条件 $t=0$ 时 $x = x_0$, $y = y_0$, $z = z_0$, $v_x = v_{x0}$, $v_y = v_{y0}$, $v_z = v_{z0}$ 。

万方数据

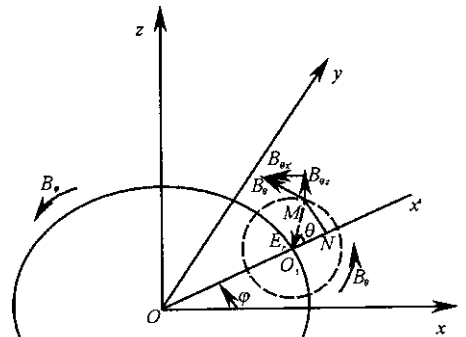


Fig. 3 Tokamak magnetic field

图 3 托卡马克磁场位形

3 数值模拟与结果分析

根据(9)式取 $R_0 = 1 \text{ m}$, $B_0 = 2 \text{ T}$, 运动起点在极向小半径 $|r| = 0.225 \text{ m}$ 圆周上, 安全因子取 $q = 2^{r/36}/50 + 1^{[9,10]}$, 参见图 3 坐标系。通过对离子运动能量、起点位置、运动方向等各种情况下的模拟计算, 得到了离子在负径向电场作用下表现出来的许多运动特征、规律和结论。

高场侧离子运动特征规律 对于运动起点处于高场侧的离子在 $E_r = 0$ 时, 不管能量大小, 运动方向如何均为通行粒子。当起点速度方向与纵向磁场方向夹角小于 90° 时, 走扩张轨迹^[9], 在极向小半径上表现为顺时针方向运动, 处于起始磁面外侧; 当起点速度方向与等离子体纵向磁场方向夹角大于 90° 时, 走压缩轨迹^[9], 在极向小半径上表现为逆时针方向运动, 处于起始磁面内侧; 不管是走扩张轨迹还是走压缩轨迹, 运动起点位置以及在同一起点运动方向变化, 最大漂移位移变化不大; 在负径向电场 $E_r \neq 0$, 起点速度方向与等离子体纵向磁场方向夹角小于 90° 时, 轨迹扩张性减小。随着电场增大, 轨迹向起始磁面靠拢, 最大漂移位移减小。但在极向小半径上仍表现为和 $E_r = 0$ 时一样为顺时针方向运动, 在负径向电场 $E_r \neq 0$ 时, 对于起点速度方向与等离子体纵向磁场方向夹角大于 90° 的离子, 运动轨迹变得较为复杂: 在负径向电场小于某一数值时, 在极向小半径上仍表现为和 $E_r = 0$ 时一样的特征(逆时针方向运动), 但离子轨迹的压缩性比没有电场时加大, 并且随着电场的增加, 压缩性在增大。在负径向电场大于某一数值后, 离子在极向小半径上将从逆时针方向运动反过来表现为顺时针运动, 并且由原先的走压缩轨迹突跃走扩张轨迹, 随着负径向电场增大, 扩张性在减小。

表 1 仅给出在离子能量为 0.2 keV , 起点 $(-775 \rho \rho)$ (参见图 3) 在高场侧赤道面上初始运动方向为顺、逆纵向磁场方向, 在不同的负径向电场 E_r 下离子最大漂移位移 Δd_1 和 Δd_2 、轨迹扩张(用 kz 表示)或压缩(用 ys 表示)以及顺时(用 ssz 表示)、逆时(用 nsz 表示)运动情况。

表 1 在负径向电场作用下高场侧最大漂移位移和轨迹运动特征

Table 1 Maximum drift displacement and tracks near high field in negative radial electric field

$E_r / (\text{V} \cdot \text{m}^{-1})$	0	5 000	10 000	12 000	12 500	25 000
$\Delta d_1 / \text{mm}$	+7/kz/ssz	+5/kz/ssz	+3/kz/ssz	+3/kz/ssz		+1/kz/ssz
$\Delta d_2 / \text{mm}$	-7/ys/nsz	-12/ys/nsz	-22/ys/nsz	-27/ys/nsz	+7/kz/ssz	+2/kz/ssz

低场侧离子运动特征规律 对于运动起点处于低场侧的离子在 $E_r = 0$ 时, 其运动轨可能是通行粒子, 也可能是香蕉粒子。与离子能量、起点位置、运动速度方向有关。离子运动方向与等离子体纵向磁场方向夹角小于 90° 时, 当夹角小于某一“阈值 1”时为通行粒子。通行粒子走扩张轨迹, 在极向小半径上表现为逆时针方向运动, 处于起始磁面外侧。当夹角大于“阈值 1”后, 开始变为外翻香蕉粒子, 当夹角超过某一“阈值 2”时, 外翻变为内翻; 当起点速度方向与等离子体纵向磁场方向夹角大于 90° , 开始为内翻香蕉粒子, 然后随着夹角增大, 转变为走压缩轨迹的通行粒子, 在极向小半径上表现为顺时针方向运动; 在负径向电场 $E_r \neq 0$, 起点速度方向与等离子体纵向磁场方向夹角小于 90° 时, 原先的通行粒子在电场强度达到一定的值时, 开始变为外翻的香蕉粒子(外翻角从 180° 开始), 并且随着电场增大, 外翻角度在减小, 直至为零, 随后开始内翻, 内翻角度随电场增大而增大, 达 180° 后变为通行粒子。不过这时的通行粒子沿小半径方向的绕行方向与开始通行粒子的运动方向相反, 即由原先的逆时针方向变为顺时针方向。表 2 给出离子能量为 0.2 keV , 起点 $(1.225 \rho \rho)$ (参见图 3) 在低场侧赤道面上运动方向与纵向磁场方向一致时的几个点计算结果(表中“特征”栏中 tx , wf , nf 表示通行粒子、外翻香蕉粒子、内翻香蕉粒子, 度数表示外翻或内翻角度, $wnfljd$ 表示外内翻临界点, nsz 和 ssz 的意义同表 1); 在负径向电场 $E_r \neq 0$, 起点速度方向与等离子体纵向磁场方向夹角大于 90° 时, 原先内翻的香蕉粒子随着电场增大变为在极向小半径上逆时针走压缩轨迹的通行粒子, 原先走压缩轨迹的通行粒子继续逆时针走压缩轨迹。电场增大, 压缩性变化不明显, 也即最大漂移位移变化不大。

表 2 在负径向电场作用下低场侧离子最大漂移位移和轨迹运动特征

Table 2 Maximum drift displacement and tracks near low field in negative radial electric field

$E_r / (\text{V} \cdot \text{m}^{-1})$	0	5 000	10 000	12 000	12 100	25 000	40 200	50 000
$\Delta d / \text{mm}$	+7	+15	+6	+1	0	-32	-79	-7
character	tx/nsz	$wf/178^\circ$	$wf/29^\circ$	$wf/5^\circ$	$wnfljd$	$nf/83^\circ$	$nf/177^\circ$	tx/ssz

值得提出的是上述模拟计算没有考虑粒子间的相互碰撞, 但这不影响获取事物内部所表现出来的规律和特征。 万方数据

4 结 论

通过对荷电粒子运动轨迹的大量模拟计算表明: 通行粒子的最大漂移位移随着负径向电场的增大而变小。香蕉粒子的最大漂移位移的大小不是单调的, 与其是内翻香蕉粒子还是外翻香蕉粒子有关, 随着电场的增大, 通行粒子将变为外翻香蕉粒子, 再转为内翻的香蕉粒子, 直至成为走压缩轨道的通行粒子; 对于特定的装置和参数, 漂移位移随电场大小的变化有一定的规律, 出现香蕉粒子的区域也是一定的, 负径向电场对等离子体具有约束作用, 等离子体边界横向输运被抑制, 整体约束得到改善。

参考文献:

- [1] Wangner F, Becker G, Behringer K, et al. Regime of improved confinement and high beta in neutral-beam-heated divertor discharges of the ASDEX tokamak[J]. *Phys Rev Lett*, 1982, **49**(19): 1408—1412
- [2] Shaing C, Crume E C. Bifurcation theory of poloidal rotation in tokamak: a model for the L-H transition[J]. *Phys Rev Lett*, 1989, **63**(21): 2369—2372.
- [3] Itoh S I, Itoh K. Model of L- to H-mode transition in tokamak[J]. *Phys Rev Lett*, 1988, **60**(22): 2276—2279.
- [4] Itoh S I, Itoh K. Change of transport at L- and H-mode transition[J]. *J Phys Soc Japan*, 1990, **59**(11): 3815—3818.
- [5] Hinton F L. Thermal confinement bifurcation and the L-to H-mode transition in tokamaks[J]. *Phys Fluids B*, 1991, **3**(3): 696—714.
- [6] 王世庆. 径向电场对等离子体约束的影响[J]. 西南交通大学学报, 1999, **34**(2): 207—211. (Wang S Q. Influence of radial electric fields on plasma confinement. *Journal of South West Jiaotong University*, 1999, **34**(2): 207—211)
- [7] 洪文玉. HL—1M 装置和加热实验的流速与电场测量[J]. 真空与低温, 2000, **6**(3): 148—151. (Hong W Y. Measurements of the edge flow velocity and the electrical field in injection and heating on HL—1M Tokamak. *Vacuum and Cryogenics*, 2000, **6**(3): 148—151)
- [8] 洪文玉. 弹丸和超声束流注入对 HL—1M 装置边缘电场和等离子体旋转的影响[J]. 真空与低温, 1998, **4**(3): 136—138. (Hong W Y. Effects of supersonic beam and pellet injection on edge electric field and plasma rotation in HL—1M Tokamak. *Vacuum and Cryogenics*, 1998, **4**(3): 136—138)
- [9] 高辉. 用偏压限制器控制 KT—5C 托卡马克等离子体边缘电场的实验研究[J]. 核聚变与等离子体物理, 1995, **15**(3): 43—45. (Gao H. Experiment for controlling the plasma edge electric field by biased limiters on the KT-5C Tokamak. *Nuclear Fusion and Plasma Physics*, 1995, **15**(3): 43—45)
- [10] 张晓东. 离子梯度磁场和曲率漂移与 H 模的产生条件[D]. 合肥: 中国科学院等离子体物理研究所, 2001. 16—20(Zhang X D. Effect of curvature and gradient B ion drift on formation of H-mode. Doctoral dissertation of ASIPP, 2001. 16—20)
- [11] Zhang X D. Effect of curvature and gradient B drift on formation of radial electric field[A]. 17th IAEA Fusion Energy Conference[C]. Yokohama, Japan, 1998.

Influence of negative radial electric field on charged particles and numerical simulation

LIU Yu-wen^{1,2}, ZHANG Xiao-dong¹, MA Jian-hua², YAO Ruo-he^{1,3}

(1. Institute of Plasma Physics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China ;

2. Department One, Artillery Academy, Hefei 230031, China ;

3. Department of Applied Physics, South China University of Technology Guangzhou 510641, China)

Abstract : In light of poloidal motion velocity changed by electric drift, the paper derives the equation for safety factor when negative radial electric field existed, analyzes the influence of safety factor upon the drift displacement and motion orbit of charged particles, and established mathematical models for charged particles moving in the gradient and curvature magnetic fields. Through numerical simulation, the paper concludes new features and rules about drift displacement and motion orbits of both transit and banana particles: Negative radial electric field changes the maximum drift displacement of charged particles. When the poloidal velocity of charged particles increases, the maximum drift displacement decreases and contrarily it increases; Change the orbit of charged particles, the orbit of transit particles may become that of banana particles and vice versa. When the electric field reaches the intensity high enough, they both become orbits of transit particles moving clockwise poloidally.

Key words : Negative radial electric field ; Curvature and gradient drift ; Assurance coefficient ; Transit ions ; Banana ions