

文章编号: 1001-4322(2004)03-0336-05

# 高空核电磁脉冲模拟波形的双指数函数拟合法\*

毛从光, 郭晓强, 周 辉, 谢彦召

(西北核技术研究所, 陕西 西安 710024)

**摘 要:** 许多标准和公开出版物中都用双指数函数描述高空核电磁脉冲典型波形。通过数值方法, 研究了双指数函数一项重要的性质。根据该性质, 详细讨论了高空核电磁脉冲模拟波形数值拟合中, 双指数函数特征参数与脉冲峰值、前沿、后沿以及半宽等物理参数的关系, 从而提出一种简单有效的脉冲参数计算方法。通过 IEC 标准中规定的高空核电磁脉冲参数的估计与一个实测高空核电磁脉冲模拟波形的数值拟合, 验证了该方法的有效性和可靠性。该方法能够适应多种峰值、前沿和半宽的高宽核电磁脉冲模拟波形的数值拟合。

**关键词:** 高空核电磁脉冲 (HEMP); 物理参数; 双指数函数; 特征参数; 数值拟合

中图分类号: O441.4

文献标识码: A

高空核电磁脉冲 (HEMP) 是在高空核爆炸过程中由瞬发射线引起的瞬态电磁波传播。HEMP 能在一定程度上反映核爆炸的物理特性、具有场强大、频谱宽、作用范围广的特点, 对工作在 HEMP 环境中的电力电子系统构成很大的威胁, 因此一直受到密切关注。关于 HEMP 的标准和公开出版物一般都用双指数函数来描述 HEMP 典型波形<sup>[1,2]</sup>, 因此在 HEMP 效应数值模拟以及 HEMP 模拟器<sup>[2]</sup>和探测器的设计中, 均把不同参数的双指数函数作为参照对象。工作中, 尤其是在数值模拟 HEMP 的辐射、传播、耦合等问题中, 经常会遇到一种情形, 即只给出脉冲峰值、前沿和半宽等物理参数, 并没有给出双指数函数的参数。从物理参数求数学参数, 由于方程没有简单的解析解, 往往靠经验去凑, 较费时间, 且不能保证拟合曲线的精度。为此本文通过数值方法, 找到双指数函数的一项重要性质。根据该性质提出一种简单有效的参数计算方法, 能够在一定精度范围内, 适应各种峰值、前沿和半宽的 HEMP 波形的数值拟合。这种方法对 HEMP 数值模拟、模拟器与探测器设计以及 HEMP 信号提取与特征分析等方面的基础研究具有一定的实用价值。

## 1 HEMP 模拟波形的物理参数与双指数函数的特征参数

物理上, 对 HEMP 的描述通常采用如下参数: 脉冲峰值  $E_p$ , 脉冲前沿  $t_r = t_3 - t_1$ , 半高宽 (或简称半宽)  $t_w = t_5 - t_2$ , 后沿  $t_f = t_6 - t_4$ , 峰值时  $t_p$ 。其中  $t_p, t_1 \sim t_6$  的定义如图 1 所示。我们将这些参数统称为物理参数。

采用双指数函数拟合 HEMP 波形时, 双指数函数一般采用如下形式

$$E(t) = kE_p(e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_2}) \quad (1)$$

式中:  $k$  为峰值修正系数,  $E_p$  为脉冲峰值;  $\tau_1, \tau_2$  的值影响脉冲峰值、前沿、半宽等参数。显然双指数函数也可以看作是对 HEMP 的数学描述, 式 (1) 中  $k, \tau_1, \tau_2$  和  $E_p$  统称为双指数函数的特征参数。 $E_p$  由实际波形或需要直接取定, 下面主要讨论前三个参数。

双指数函数 (1) 是无限次可导的, 所以可以令其一次导数为零, 求出脉冲峰值到达的时间, 即峰值时  $t_p$

$$t_p = (\ln \tau_1 - \ln \tau_2) / (\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2}) \quad (2)$$

$k$  作用就是将此刻的  $E(t_p)$  修正为  $E_p$ , 即  $kE_p(e^{-t_p/\tau_1} - e^{-t_p/\tau_2}) = E_p$ , 故有

$$k = 1 / (e^{-t_p/\tau_1} - e^{-t_p/\tau_2}) \quad (3)$$

可见  $k$  是  $\tau_1, \tau_2$  的函数, 确定了  $\tau_1, \tau_2$  的值,  $k$  值也就确定下来。从下面的推导还可以看出,  $k$  只与脉冲峰值有关,

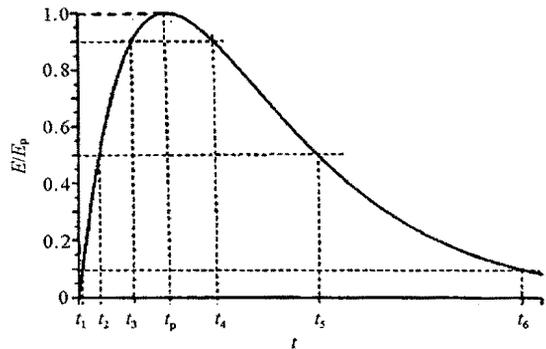


Fig. 1 HEMP parameters definition in time-domain

图 1 HEMP 时域参数定义

\* 收稿日期: 2003-07-10; 修订日期: 2003-11-03

基金项目: 国防科技基础研究基金资助课题

作者简介: 毛从光 (1977 -), 男, 硕士, 主要从事电磁场数值计算和瞬态电磁辐射及探测方面的研究; 西安市 69-10 信箱。

与前沿  $t_r$ 、后沿  $t_f$  及半高宽  $t_w$  等时间参数无关。

### 2 脉冲时间参数与 $\beta/\alpha$ 的关系

#### 2.1 双指数函数的一项性质与推论

脉冲时间参数是由  $t_1 \sim t_6$  的值决定的,而  $t_1 \sim t_6$  分别是方程

$$E(t) = kE_p(e^{-t/t_1} - e^{-t/t_2}) = c \times kE_p(e^{-t/t_p} - e^{-t/t_q}) \tag{4}$$

在参数  $c=0.1, 0.5, 0.9$  时的根,如图 1 所示。因为  $kE_p$  可以从方程中约掉,所以  $k$  与脉冲时间参数无关,方程(4)简化为

$$e^{-t/t_1} - e^{-t/t_2} = c \times (e^{-t/t_p} - e^{-t/t_q}) \tag{5}$$

求方程(5)的解析解是比较困难的,本文采用区间截半的数值方法求解,可以保证  $10^{-10}$  的精度。通过大量的数值计算,发现双指数函数(1)具有如下性质:当  $t_1/t_2$  的比值确定时,(或  $t_p/t_q$ )与由方程(5) (0 <  $c$  < 1)所求得的根之间成反比例关系。实际工作中,  $t_r$  和  $t_w$  是两个常用的重要参数,根据上述性质进一步研究发现:当  $t_1/t_2$  的比值确定时,脉冲前沿  $t_r$  和半宽  $t_w$  比值也是确定的,而且两个比值之间在一定范围内近似成线性关系。为了便于比较,取  $t_1/t_2 = 10$ ,将所涉及的波形物理参数随函数特征参数  $\beta/\alpha$  的变化情况列成表 1。

表 1  $t_1/t_2 = 10$  时,函数特征参数与波形物理参数的关系

Table 1 Relation of the character parameters of the function and the physical parameters of the waveform at  $t_1/t_2 = 10$

		$t_1/s$	$t_r$	$t_w/s$	$t_w$	$t_w/t_r$	$t_f/s$	$t_f$
$2.0 \times 10^5$	$2.0 \times 10^6$	$6.7358 \times 10^{-7}$	0.134 72	$5.01772 \times 10^{-6}$	1.003 54	7.449 33	$1.1075 \times 10^{-5}$	2.214 99
$4.2 \times 10^6$	$4.2 \times 10^7$	$3.20752 \times 10^{-8}$	0.134 72	$2.38939 \times 10^{-7}$	1.003 54	7.449 33	$5.2738 \times 10^{-7}$	2.214 99
$8.2 \times 10^6$	$8.2 \times 10^7$	$1.64288 \times 10^{-8}$	0.134 72	$1.22383 \times 10^{-7}$	1.003 54	7.449 33	$2.70121 \times 10^{-7}$	2.214 99
$1.22 \times 10^7$	$1.22 \times 10^8$	$1.10423 \times 10^{-8}$	0.134 72	$8.22577 \times 10^{-8}$	1.003 54	7.449 33	$1.81557 \times 10^{-7}$	2.214 99
$1.62 \times 10^7$	$1.62 \times 10^8$	$8.31580 \times 10^{-9}$	0.134 72	$6.19472 \times 10^{-8}$	1.003 54	7.449 33	$1.36728 \times 10^{-7}$	2.214 99
$2.02 \times 10^7$	$2.02 \times 10^8$	$6.66911 \times 10^{-9}$	0.134 72	$4.96804 \times 10^{-8}$	1.003 54	7.449 33	$1.09653 \times 10^{-7}$	2.214 99
$2.42 \times 10^7$	$2.42 \times 10^8$	$5.56678 \times 10^{-9}$	0.134 72	$4.14688 \times 10^{-8}$	1.003 54	7.449 33	$9.15287 \times 10^{-8}$	2.214 99
$2.82 \times 10^7$	$2.82 \times 10^8$	$4.77716 \times 10^{-9}$	0.134 72	$3.55867 \times 10^{-8}$	1.003 54	7.449 33	$7.85459 \times 10^{-8}$	2.214 99
$3.22 \times 10^7$	$3.22 \times 10^8$	$4.18373 \times 10^{-9}$	0.134 72	$3.11660 \times 10^{-8}$	1.003 54	7.449 33	$6.87886 \times 10^{-8}$	2.214 99
$3.62 \times 10^7$	$3.62 \times 10^8$	$3.72144 \times 10^{-9}$	0.134 72	$2.77222 \times 10^{-8}$	1.003 54	7.449 33	$6.11877 \times 10^{-8}$	2.214 99

从表中看出,随着  $\beta/\alpha$  的增大,时间参数  $t_r, t_f$  及  $t_w$  都在减小,而乘积  $t_r, t_w, t_f$  与比值  $t_w/t_r$  都保持不变。显然,根据双指数函数的性质,比值  $t_f/t_r$  及  $t_w/t_r/t_f$  也都应该保持不变。但是在工程实际中  $t_w, t_f$  两个参数是最常用的,又为了行文简便,表中只给出  $t_w/t_r$  的值来说明双指数函数的推论。 $t_w/t_r$  和  $\beta/\alpha$  的对应关系如图 2 所示。研究中发现通过后沿  $t_f$  估计函数特征参数更简单,所以  $t_f/t_r$  与  $\beta/\alpha$  的对应关系也同时在图 2 中给出。

HEMP 的物理参数受高空核爆炸周围介质的影响,但主要取决于核爆炸本身的物理特性,从目前能够查到的关于 HEMP 辐射环境的标准和公开出版物<sup>[1]</sup>中看出,  $\beta/\alpha$  的差别在一到两个数量级之间,而且  $\beta/\alpha$  的取值一直在  $10^8$  量级上。根据这些标准和公开出版物所设计的各种试验模拟设备、测试设备以及电磁场数值模拟,所用到的脉冲参数也与此相近,所以图 2 中  $\beta/\alpha$  的取值范围为 [5, 180]。图中直线拟合公式为

$$t_w/t_r = 0.33277(\beta/\alpha) + 4.72314 \tag{6}$$

拟合直线的均方误差为 0.240。需要说明的是:比值  $t_w/t_r$  只取决于  $\beta/\alpha$  的值,拟合直线中的两个参数不随  $t_r$  或  $t_f$  值的变化而变化,但是两个比值之间并不完全成线性关系,随着  $\beta/\alpha$  的取值范围的变化略有变化。范围越小,拟合精度越高。同理后沿与前沿的比值  $t_f/t_r$  与  $\beta/\alpha$  也有类似的线性关系

$$t_f/t_r = 1.04582(\beta/\alpha) + 7.79003 \tag{7}$$

均方误差为 0.712。后沿  $t_f$  比半宽  $t_w$  大,所以与前沿  $t_r$  比值也较大,数据的弥散性也变大,  $t_f/t_r$  曲线中  $\beta/\alpha$  小

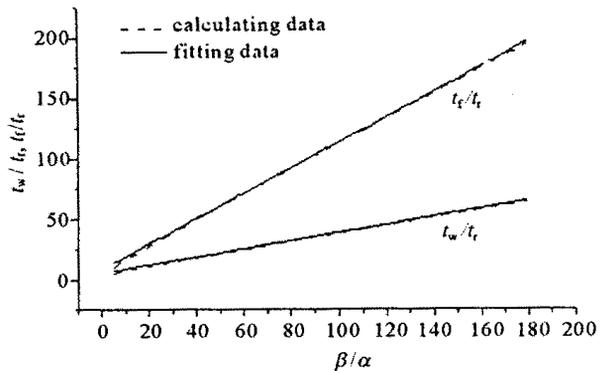


Fig. 2 Fitting curves of  $t_w/t_r$  and  $t_f/t_r$  with regard to  $\beta/\alpha$

图 2  $t_w/t_r$  与  $t_f/t_r$  关于  $\beta/\alpha$  的拟合曲线

于 10 的拟合数据误差较大,只能用于粗略估计。

### 2.2 脉冲参数计算方法

按上述双指数的性质,与 的比值取定,随着 或 的值的变动,可以获得不同前沿与半宽的双指数波形,但是 或 与脉冲时间参数(前沿、半宽和后沿)乘积是确定的。如果 与 的比值在一定范围内变动,而 或 与脉冲时间参数的乘积只是在很小的范围内变动,那么用一个简单的表达式就可以概括许多种脉冲参数的估计,这将给工程应用带来方便。选取几个典型值,考察 或 单独对脉冲波形的影响,如图 3 所示。从图 3 脉冲波形的变化可以看出:固定 ,前沿  $t_r$  随 的增大而减小;固定 ,后沿  $t_f$  随 的增大而减小。HEMP 特征参数不是任意取值,而是有一定的范围。随着核技术的发展以及对高空核爆炸研究的深入,有关 HEMP 环境描述的标准也在不断修正。其基本趋势是脉冲前沿和脉冲持续时间同时在减小<sup>[1]</sup>,前沿从 7.8ns 减小到 2.5ns,后沿从 1 465ns 减小到 55ns。而且  $t_f/t_r$  都在 20 以上。在这个前提下,后沿主要决定于 ,受 的影响较小。即 与 的比值在 HEMP 所要求的范围内变化,乘积  $t_f$  的变化较小,如图 4(a) 所示。所以取乘积均值有  $t_f = 2.2061$ ,绝对误差 0.009。半宽与后沿都是反映脉冲持续时间的参数,半宽的大小主要取决于后沿,但是前沿在半宽的大小中总是占一定的比重,半宽越小,比重越大,即 对半宽的影响越大,如图 4 (b) 所示。所以半宽与 的乘积值:  $t_w = 0.8638$ ,绝对误差 0.14。与后沿计算公式相比,绝对误差增大,可用于粗略的参数估计。

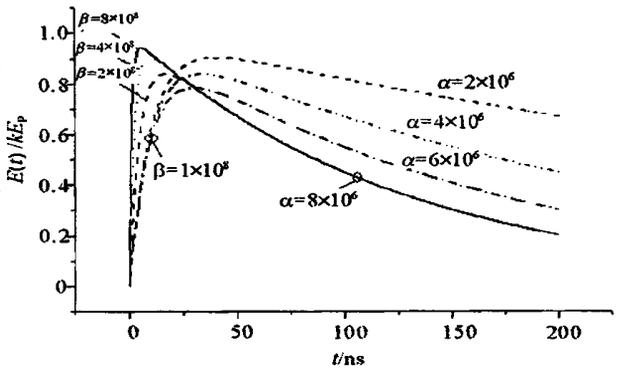


Fig.3 Pulse waveforms determined by different  $\alpha$  and  $\beta$  values  
图 3 不同  $\alpha$  和  $\beta$  值所确定的脉冲波形

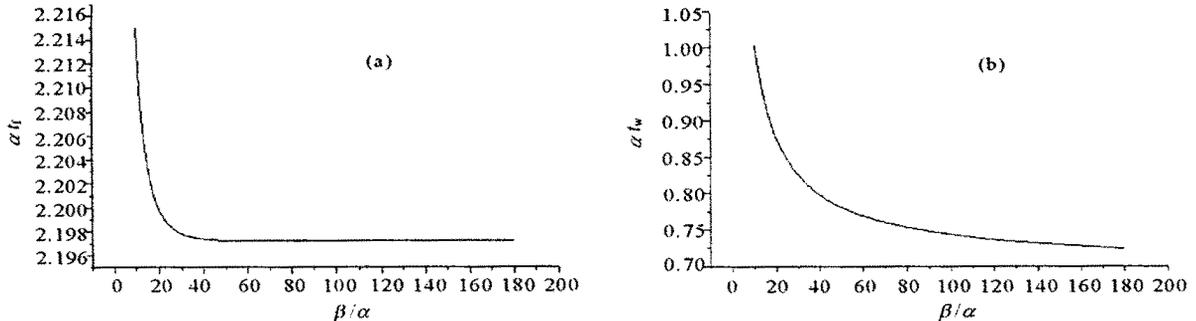


Fig.4 Relation of  $t_f$ (a),  $t_w$ (b) and  $\beta/\alpha$   
图 4  $t_f$ (a),  $t_w$ (b)与  $\beta/\alpha$  的关系

虽然 的值固定,脉冲前沿  $t_r$  随 的增大而减小,是  $t_r$  受 的影响,乘积  $t_r$  变化范围较大,而且在实际工作中脉冲前沿是一个比较重要的参数,所以用简单的反比例关系概括  $t_r$  与 的关系误差显得太大,如图 5 所示。

根据上述性质和结论,可以总结出 HEMP 数值拟合中特征参数计算方法:从 HEMP 物理参数估计其数学参数,可以通过脉冲后沿与 的反比关系估计 值,然后通过  $t_f/t_r$  与 线性关系估计 的值,求出 后代入公式(3)求出  $k$ ,脉冲峰值为  $E_p$ 。这样就确定了双指数函数的所有参数。

### 2.3 例证

例如:1996 年,国际电工委员会(IEC)规定的 HEMP 参数为  $\beta = 4.0 \times 10^7$ ,  $\alpha = 6.0 \times 10^8$ ,  $k = 1.3$ ,  $E_p = 5.0 \times 10^4$ V/m,此时前沿  $t_r = 2.46$ ns,后沿  $t_f = 55$ ns,半宽  $t_w = 23$ ns。由时间参数估计前三个数学参数,用后沿估计  $\beta = 2.2061 / t_f = 4.011 \times 10^7$ ,  $\beta/\alpha = 13.929$ ,  $\alpha = 5.587 \times 10^8$ ,  $k = 1.321$ 。对于一个 HEMP 模拟或实测波形,如果不能从后沿出发估计  $\beta$ ,可以首先通过  $t_w/t_r$  与 线性关系估计 的值,然后任意给定一个 或 值,求出此时由 和 所确定波形的前沿与半宽,得到该比值下乘积  $t_w$  的值,根据反比例关系可求出所需的 和 参数。仍以 IEC 标准为例: $t_w/t_r = 9.350$ ,  $\beta/\alpha = 13.903$ ,  $\alpha = 0.8638 / t_w = 3.756 \times 10^7$ ,  $\beta = 5.222 \times 10^8$ ,  $k = 1.321$ ,可

见误差是比较大的。任意取值  $\beta = 4 \times 10^8$ ,  $t_w = 0.933$ ,  $t_r = 0.933 / 23 \times 10^{-9} = 4.057 \times 10^7$ ,  $t_f = 13.903$ ,  $t_f / t_r = 5.640 \times 10^8$ ,  $k = 1.321$ 。前面在求  $t_r$  值时都直接利用刚求得的  $t_f$  值(从  $t_f / t_r$  的近似关系得到的)。两次运用近似关系, 给  $t_r$  值的估计引进较大的误差, 因此再从任意取值所确定的曲线中求出  $t_r = 1.457$ ,  $t_f = 1.457 / 2.46 \times 10^{-9} = 5.923 \times 10^8$ ,  $k = 1.307$ 。与前三种结果相比, 这种结果最好。四种拟合结果及标准波形如图 6 所示。

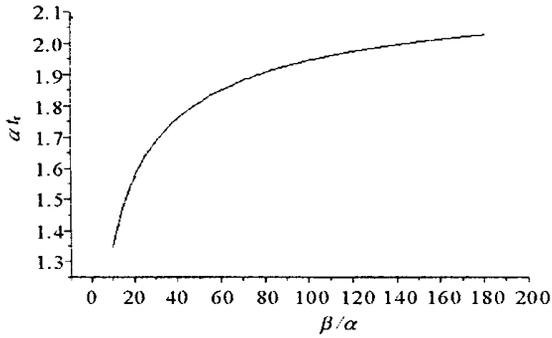


Fig.5 Relation of  $t_r$  and  $t_f / t_r$   
图 5  $t_r$  与  $t_f / t_r$  的关系

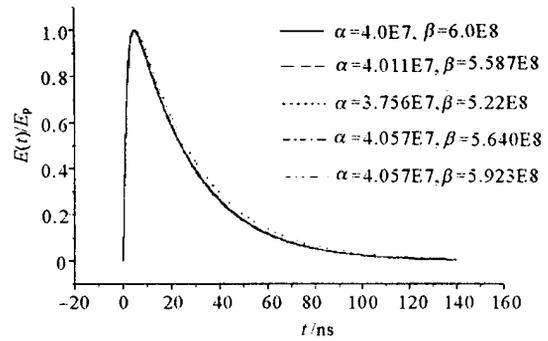


Fig.6 Four fitting results and the IEC standard of HEMP  
图 6 四种拟合结果与 HEMP IEC 标准

一个实测 HEMP 模拟波形参数为  $E_p = 12.25781V$

$m$ ,  $t_r = 8.0ns$ ,  $t_f = 258.2ns$ ,  $t_w = 93.9ns$ 。分别用任意取值  $\beta = 4 \times 10^8$ , 求  $t_r$  和  $t_w$ ;  $t_w = 0.8638$ ;  $t_f = 2.2061$  三种方法拟合实测波形, 如图 7 所示, 拟合数据与实验数据的标准偏差曲线如图 7(b) 所示。三条拟合曲线的均方误差分别为 4.28, 4.14 和 3.63, 均方误差中实验数据的噪声占很大比重。全部数据中只有第二个点偏差较大, 脉冲主体的拟合效果是比较好的。

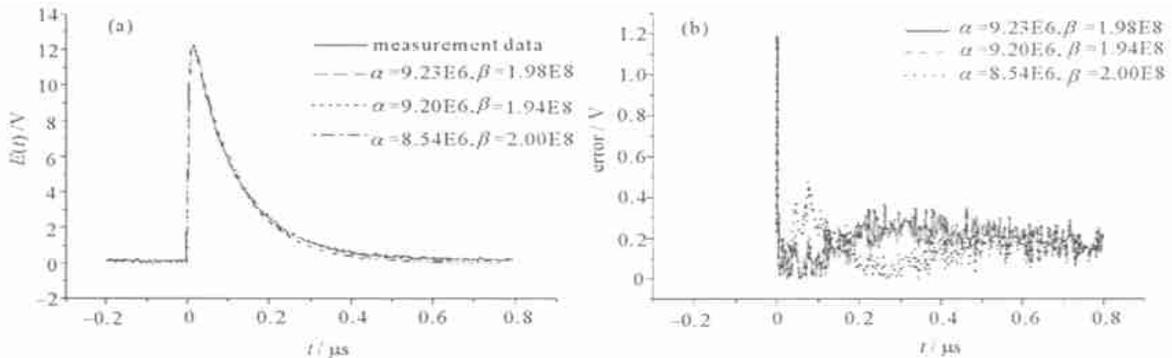


Fig.7 Measured data and (a) fitting curves and (b) absolute errors of fitting curves  
图 7 实测数据和拟合曲线(a) 及拟合曲线标准偏差(b)

### 3 小 结

根据上述讨论, HEMP数值拟合中特征参数估计有三种途径: 途径1为已知后沿和前沿, 利用  $t_f = 2.2061$  以及  $t_f / t_r$  与  $t_f / t_r$  近似线性关系估计参数。这种途径简单直接, 但是要保证后沿要比前沿尽量大。途径2为已知半宽和前沿, 如果直接用  $t_w = 0.8638$  估计参数, 误差有时较大, 只能用于参数的粗略估计。途径3包含途径1, 2: 已知半宽(或后沿)和前沿, 先用  $t_w / t_r$  (或  $t_f / t_r$ ) 估计  $t_r$  的值, 然后根据双指数函数的性质, 确定该比值下  $t_w$  (或  $t_f$ ) 和  $t_r$  两个常数, 接着确定所需要的参数。这种方法的限制条件只有  $t_w / t_r$  (或  $t_f / t_r$ ) 与  $t_f / t_r$  近似成线性的范围。从 HEMP 数学参数估计其物理参数可以采用上述同样的过程, 也可以通过函数图像测量得到。

### 参考文献:

[1] 谢彦召, 王赞基, 王群书, 等. 高空核爆电磁脉冲波形标准及特征分析[J]. 强激光与粒子束, 2003, 15(8): 781—787. (Xie Y Z, Wang Z J, Wang Q S, et al. HEMP waveform standard and character analysis. High Power Laser and Particle Beams, 2003, 15(8): 781—787)

[2] Bardet O, Dafif C, Jecko B. Time-domain analysis of a large EMP simulator[J]. IEEE Trans, 1987, 29(1): 40—48.

[3] 冯康. 数值计算方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 1978. (Feng K. Numerical calculation method. Beijing: National Defence Industry Press, 1978)

- [4] 李庆杨,关治,白峰杉.数值计算原理[M].北京:清华大学出版社,2000. (Li Q Y, Guan Z, Bai F S. Numerical calculation theory. Beijing: Tsinghua University Press, 2000)
- [5] International Standard 61000-2-9, Environment-description of HEMP-radiated disturbanc[S]. Basic EMC Publication, 1996.
- [6] KarzasWJ, Latter R. Detection of the electromagnetic radiation from nuclear explosion in space[J]. *Phy Rev*, 1965, **137** (5B): 1369—1378.
- [7] Meng C, Chen Y S. Numerical simulation of the early-time high altitude electromagnetic pulse[J]. *Chinese Physics*, 2003, **12** (12): 1379—1382.

## Fitting method of the simulated HEMP waveform by the double-exponential function

MAO Cong-guang, GUO Xiao-qiang, ZHOU Hui, XIE Yarrzhao

(Northwest Institute of Nuclear Technology, P. O. Box 69-10, Xi'an 710024, China)

**Abstract:** An important nature of the double-exponential function, which is used to describe the typical high altitude electromagnetic pulse (HEMP) waveform in many standards and publications, is studied by the numerical method. Based on the function nature it is discussed in details the relation of the physical parameters of the simulated HEMP waveform and the character parameters of the double exponential function. Here the physical parameters of HEMP include peak value, rise time, fall time and fullwidth at half maximum amplitude (FWHM). A simple and effective method is proposed to evaluate the character parameters of the function from the physical parameters. And its effectivity and reliability is validated by evaluating the HEMP parameters defined by IEC and by the numerical fitting of a measured simulated data. The method can be applied to fit the simulated HEMP waveforms of various peak values, rise times and FWHM.

**Key words:** HEMP; Physical parameters; Double-exponential function; Character parameters; Numerical fitting