

文章编号: 1001-4322(2005)07-1111-06

卷积完全匹配层在空爆电磁脉冲 2 维模拟中的应用*

高春霞¹, 陈雨生², 王良厚¹

(1. 防化研究院 第二研究所, 北京 102205; 2. 西北核技术研究所, 陕西 西安 710024)

摘 要: 在分析不同类型完全匹配层特点的基础上, 选用了卷积形式完全匹配层(CPML)截断空中核爆电磁脉冲数值模拟的开放边界。从自由空间中电磁波的平面波解和分裂形式的完全匹配层出发, 构造了未分裂形式的完全匹配层, 应用傅里叶变换的卷积定理, 推导出 2 维旋转椭球-双曲正交坐标系下卷积形式完全匹配层介质中电磁场的迭代形式的离散方程。计算表明, 采用 CPML 吸收边界方法使得截断的外边界处的场的计算误差大大减少。

关键词: 卷积完全匹配层(CPML); 时域有限差分; 电磁脉冲; 核爆炸; 截断

中图分类号: O241 **文献标识码:** A

在核爆电磁脉冲(NEMP, nuclear electromagnetic pulse)数值模拟中, 由于采用推迟时间 $\tau = ct - r$, 空间场是一个等相位场。场在空间的变化只有在传播过程中的幅值的衰减变化, 而无相位变化。我们知道, 空间衰减是一种慢变化, 而相位变化是一种快变化。在相位变化“消失”的情况下, 空间的差分步长取得很大(如 $10 \sim 10^3$ m 级), 差分计算的空间范围也很大。场的变化规律已基本上近似为平面辐射波。所以, 以往在处理开放边界时采用外推法, 但这种方法会使靠近外边界处的场计算误差增大。本文将研究采用与不采用吸收边界对远区场的影响。

在吸收边界研究中, Taflove 和 Brodwin(1975 年)采用外行波的模拟法, 后来 Taflove(1980 年)直接在计算空间周围设置吸收边界层, 使外行波被吸收, 这些早期的方法效果都不很理想^[1]。1981 年, Mur^[2]给出了 Mur 吸收边界条件。假设单行波(one-way wave)沿 x 的负方向传播, 则一阶 Mur 吸收边界条件为

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{v_p} \frac{\partial}{\partial t}\right)\Phi = 0 \quad (1)$$

二阶 Mur 吸收边界条件为

$$\left[\frac{1}{v_p} \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} - \frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\right]\Phi = 0 \quad (2)$$

式中: v_p 为电磁波传播的相速度; Φ 为电磁场的某一分量。但这种吸收边界条件也有以下缺点: 核爆炸产生的是脉冲波, 其频率不是单一的, 尤其在模拟电离层中爆炸(电离层是色散介质)时, 波的传播相速度是频率的函数, 因此很难用 Mur 边界来截断开放边界; 只有当电磁波的传播方向与截断面垂直时才有很好的吸收效果。

完全匹配层(perfectly matched layer, PML)首先由 Berenger(1994 年)^[3]提出。其思想是: 通过在 FDTD 区域截断边界处设置一种特殊介质层, 该层介质的波阻抗与相邻介质波阻抗完全匹配, 因而入射波将无反射地穿过分界面进入 PML 层。由于 PML 层为有耗介质, 因此进入 PML 层的透射波将迅速衰减, 任何频率、任何方向的入射波在截断面上不发生反射。该方法在瞬态电磁学界得到了广泛的应用, 但其缺点是: 中间变量多、电磁场方程繁琐、方程具有不适定性等。目前已发展了很多形式的 PML, 主要分为分裂形式 PML^[3]和未分裂形式 PML^[4,5]两大类。分裂形式 PML 仍然是通过分裂电磁场分量来实现, 是最初形式的 PML; 未分裂形式 PML 则不分裂电磁场分量, 具有很好的适定性。主要有以下 3 种形式: 单轴 PML, 它是一种虚构的单轴损耗介质, 其介质特性与频率有关^[6], 其计算过程较繁琐, 计算量也较大, 且在色散介质中截断电磁波效果不好; 双轴 PML, 它是一种虚构的双轴损耗介质, 其介质特性与频率无关, 一般应用于晶体中的电磁波传播的截断^[7]; 卷积形式完全匹配层(CPML), 它是由方程的连续性得到, 能够成功地应用于色散介质、有耗介质、不均匀介质、各向异性介质、非线性介质中电磁波的截断, 其形式简单, 容易实现, 可大大提高计算效率, 节省计算空间。

* 收稿日期: 2005-02-18; 修订日期: 2005-04-11

基金项目: 国防科技基础研究基金资助课题

作者简介: 高春霞(1971—), 女, 江苏南京人, 博士生, 主要从事核爆炸电磁脉冲数值模拟方面的研究; E-mail: gchunxia@yahoo.com.cn.

由于 CPML 的上述优点,本文将研究这种方法在空中核爆电磁脉冲数值模拟中的应用。本文的推导思路受文献[8]启发。

在空中核爆电磁脉冲 2 维数值模拟中,通常为了使地面是某个坐标“曲面”,采用旋转椭球-双曲正交坐标系(如图 1)。此时地面为双曲面 $\xi=1$ 。图 1 中, a 为爆高。本文将推导出 2 维旋转椭球-双曲正交坐标系下 CPML 介质中电磁场的迭代形式的离散方程并给出算例。

1 自由空间的电磁波解

取高斯单位制。则在自由空间麦克斯韦微分方程组中的两个旋度方程为

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \tag{3}$$

$$\frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{B} \tag{4}$$

设各量具有轴对称性质,即对 φ 的偏导数为零,则方程(3),(4)式可分解成两组独立的方程,即横电波(TE)方程和横磁波(TM)方程,在旋转椭球-双曲正交坐标系中,(3),(4)式变换为:

对于横电波(TE)方程有

$$\begin{cases} \frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t} = -\frac{\partial E_\varphi}{\partial \zeta} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial B_\zeta}{\partial t} = \frac{1}{a} \frac{\partial E_\varphi}{\partial \xi} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_\varphi}{\partial t} = \frac{\psi_\xi}{\epsilon} \frac{1}{a} \frac{\partial B_\zeta}{\partial \xi} - \frac{\psi_\zeta}{\epsilon} \frac{\partial B_\xi}{\partial \zeta} \end{cases} \tag{5}$$

对于横磁波(TM)方程有

$$\begin{cases} \frac{1}{c} \frac{\partial E_\xi}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial B_\varphi}{\partial \zeta} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_\zeta}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon a} \frac{\partial B_\varphi}{\partial \xi} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial B_\varphi}{\partial t} = -\psi_\xi \frac{1}{a} \frac{\partial E_\zeta}{\partial \xi} + \psi_\zeta \frac{\partial E_\xi}{\partial \zeta} \end{cases} \tag{6}$$

定义因子 k 为

$$k = \exp(i\omega t - \sqrt{(\zeta^2 - a^2)(1 - \xi^2)}(l \sin\varphi + m \cos\varphi) - n\zeta\xi)$$

在旋转椭球-双曲正交坐标系下,(5),(6)式中的平面波解可表示为

$$E_\xi = \left(\frac{-\xi}{h_\zeta} \cos\varphi l_1 - \frac{\xi}{h_\zeta} \sin\varphi m_1 + \frac{\zeta}{h_\xi} n_1 \right) k \tag{7}$$

$$E_\zeta = \left(\frac{\zeta}{h_\xi} \cos\varphi l_1 + \frac{\zeta}{h_\xi} \sin\varphi m_1 + \frac{\xi}{h_\zeta} n_1 \right) k \tag{8}$$

$$E_\varphi = (-\sin\varphi l_1 + \cos\varphi m_1) k \tag{9}$$

$$B_\xi = \left(\frac{-\xi}{h_\zeta} \cos\varphi l_2 - \frac{\xi}{h_\zeta} \sin\varphi m_2 + \frac{\zeta}{h_\xi} n_2 \right) k \tag{10}$$

$$B_\zeta = \left(\frac{\zeta}{h_\xi} \cos\varphi l_2 + \frac{\zeta}{h_\xi} \sin\varphi m_2 + \frac{\xi}{h_\zeta} n_2 \right) k \tag{11}$$

$$B_\varphi = (-\sin\varphi l_2 + \cos\varphi m_2) k \tag{12}$$

式中: $l_i, m_i, n_i (i=1,2)$ 分别对应于直角坐标系中 x, y, z 方向的分量。

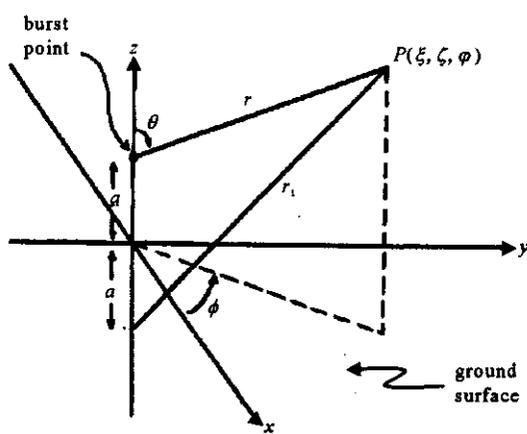


Fig. 1 Geometry for the prolate spheroidal coordinate system

图 1 旋转椭球-双曲正交坐标系几何图

2 分裂形式 PML 中的场方程及其解

前面讨论了自由空间中电磁波的解, 根据 Bernger 提出的完全匹配层(PML)思想, 在 MPL 中引入损耗项。按照 Berenger 的方法, 分裂形式 PML 中的电磁场方程为(只分析 TE 模)

$$\begin{cases} \frac{1}{c} \frac{\partial B_\xi}{\partial t} = -\frac{\partial E_\varphi}{\partial \zeta} - \frac{\zeta}{(\zeta^2 - a^2)(1 - \xi^2)} \sigma_\zeta(\zeta) B_\xi \\ \frac{1}{c} \frac{\partial B_\zeta}{\partial t} = \frac{1}{a} \frac{\partial E_\varphi}{\partial \xi} + \frac{1}{a} \frac{\xi}{(\zeta^2 - a^2)(1 - \xi^2)} \sigma_\xi(\xi) B_\zeta \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_{\varphi\xi}}{\partial t} = \frac{\psi_\xi}{\epsilon} \frac{1}{a} \frac{\partial B_\zeta}{\partial \xi} + \frac{\psi_\xi}{\epsilon} \frac{1}{a} \frac{\xi}{(\zeta^2 - a^2)(1 - \xi^2)} \sigma_\xi(\xi) E_{\varphi\xi} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_{\varphi\zeta}}{\partial t} = -\frac{\psi_\zeta}{\epsilon} \frac{\partial B_\xi}{\partial \zeta} - \frac{\psi_\zeta}{\epsilon} \frac{\zeta}{(\zeta^2 - a^2)(1 - \xi^2)} \sigma_\zeta(\zeta) E_{\varphi\zeta} \end{cases} \quad (13)$$

可以证明, 方程(13)存在下列形式的解

$$B_\xi = \left(\frac{-\xi}{h_\zeta} \cos \varphi l_2 - \frac{\xi}{h_\zeta} \sin \varphi m_2 + \frac{\zeta}{h_\xi} n_2 \right) k D(\xi, \zeta, \varphi) \quad (14)$$

$$B_\zeta = \left(\frac{\zeta}{h_\xi} \cos \varphi l_2 + \frac{\zeta}{h_\xi} \sin \varphi m_2 + \frac{\xi}{h_\zeta} n_2 \right) k D(\xi, \zeta, \varphi) \quad (15)$$

$$E_{\varphi\xi} = - \left(\frac{\zeta}{h_\xi} \cos \varphi l_2 + \frac{\zeta}{h_\xi} \sin \varphi m_2 + \frac{\xi}{h_\zeta} n_2 \right) \left[\sqrt{(\zeta^2 - a^2)(1 - \xi^2)} l \sin \varphi \right] k D(\xi, \zeta, \varphi) \quad (16)$$

$$E_{\varphi\zeta} = \left(\frac{-\xi}{h_\zeta} \cos \varphi l_2 - \frac{\xi}{h_\zeta} \sin \varphi m_2 + \frac{\zeta}{h_\xi} n_2 \right) \left[\sqrt{(\zeta^2 - a^2)(1 - \xi^2)} m \cos \varphi \right] k D(\xi, \zeta, \varphi) \quad (17)$$

式中:

$$D(\xi, \zeta, \varphi) = \exp \left\{ -\sqrt{(\zeta^2 - a^2)(1 - \xi^2)} \left[\sigma_\xi(\xi) l \sin \varphi + \sigma_\zeta(\zeta) m \cos \varphi \right] \right\} \quad (18)$$

由(16)和(17)式可以得到

$$E_{\varphi\xi} + E_{\varphi\zeta} = E_\varphi D(\xi, \zeta, \varphi) \quad (19)$$

$E_u(u=\xi, \zeta, \varphi)$, $B_u(u=\xi, \zeta, \varphi)$ 为(5)和(6)式的平面波解。这表明 PML 介质中电磁波解为自由空间电磁波解和与频率无关的衰减项的乘积。让衰减系数 $\sigma'_u(u)$ ($u=\xi, \zeta, \varphi$) 从 PML 外层到与自由空间的交界面平滑地变化到 0, 电磁波在 PML 中的衰减形式解与自由空间中的解相匹配, 使得电磁波通过 PML 和自由空间的交界面时不发生反射。

3 CPML 中的场方程

上节给出了分裂形式 PML 中的电磁波解, 为了运用卷积形式的 PML, 将(13)式变换到频域

$$\begin{cases} \frac{i\omega \tilde{B}_\xi}{c} = -\frac{\partial \tilde{E}_\varphi}{\partial \zeta} - \frac{\zeta}{(\zeta^2 - a^2)(1 - \xi^2)} \sigma_\zeta(\zeta) \tilde{B}_\xi \\ \frac{i\omega \tilde{B}_\zeta}{c} = \frac{1}{a} \frac{\partial \tilde{E}_\varphi}{\partial \xi} + \frac{1}{a} \frac{\xi}{(\zeta^2 - a^2)(1 - \xi^2)} \sigma_\xi(\xi) \tilde{B}_\zeta \\ \frac{i\omega \tilde{E}_{\varphi\xi}}{c} = \frac{\psi_\xi}{\epsilon} \frac{1}{a} \frac{\partial \tilde{B}_\zeta}{\partial \xi} + \frac{\psi_\xi}{\epsilon} \frac{1}{a} \frac{\xi}{(\zeta^2 - a^2)(1 - \xi^2)} \sigma_\xi(\xi) \tilde{E}_{\varphi\xi} \\ \frac{i\omega \tilde{E}_{\varphi\zeta}}{c} = -\frac{\psi_\zeta}{\epsilon} \frac{\partial \tilde{B}_\xi}{\partial \zeta} - \frac{\psi_\zeta}{\epsilon} \frac{\zeta}{(\zeta^2 - a^2)(1 - \xi^2)} \sigma_\zeta(\zeta) \tilde{E}_{\varphi\zeta} \end{cases} \quad (20)$$

进一步简化(20)式, 令 $d_1 = \frac{\zeta}{(\zeta^2 - a^2)(1 - \xi^2)} \sigma_\zeta(\zeta) c$, $d_2 = -\frac{1}{a} \frac{\xi}{(\zeta^2 - a^2)(1 - \xi^2)} \sigma_\xi(\xi) c$, $d_3 = -\frac{\psi_\xi}{\epsilon} \frac{1}{a}$

$\frac{\xi}{(\zeta^2 - a^2)(1 - \xi^2)} \sigma_\xi(\xi) c$, $d_4 = \frac{\psi_\zeta}{\epsilon} \frac{\zeta}{(\zeta^2 - a^2)(1 - \xi^2)} \sigma_\zeta(\zeta) c$; 由 $\tilde{E}_\varphi = (\tilde{E}_{\varphi\xi} + \tilde{E}_{\varphi\zeta}) D(\xi, \zeta, \varphi)$, 可以得到

$$\begin{cases} \frac{i\omega \tilde{B}_\xi}{c} = -\frac{1}{(1 + d_1/i\omega)} \frac{\partial \tilde{E}_\varphi}{\partial \zeta} \\ \frac{i\omega \tilde{B}_\zeta}{c} = \frac{1}{a} \frac{1}{(1 + d_2/i\omega)} \frac{\partial \tilde{E}_\varphi}{\partial \xi} \\ \frac{i\omega \tilde{E}_{\varphi\xi}}{c} = \frac{\psi_\xi}{\epsilon} \frac{1}{a} \frac{1}{(1 + d_3/i\omega)} \frac{\partial \tilde{B}_\zeta}{\partial \xi} - \frac{\psi_\zeta}{\epsilon} \frac{1}{(1 + d_4/i\omega)} \frac{\partial \tilde{B}_\xi}{\partial \zeta} \end{cases} \quad (21)$$

(21)式是频域中的 PML 方程。为了得到时域表达式,首先要求出

$$\bar{s}_i = \frac{1}{1 + d_i/i\omega} = 1 - \frac{d_i}{d_i + i\omega} \quad (22)$$

的时域表达式,其反傅里叶变换为

$$s_i(t) = \delta(t) - d_i e^{-d_i t} = \delta(t) + \chi_i(t) \quad (23)$$

对(21)式进行反傅里叶变换,并利用傅里叶变换的卷积定理,得到时域中的卷积形式

$$\begin{cases} \frac{1}{c} \frac{\partial B_\xi}{\partial t} = -s_1(t) * \frac{\partial E_\varphi}{\partial \zeta} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial B_\zeta}{\partial t} = \frac{1}{a} s_2(t) * \frac{\partial E_\varphi}{\partial \xi} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial E_\varphi}{\partial t} = \frac{\psi_\xi}{\epsilon} \frac{1}{a} s_3(t) * \frac{\partial B_\zeta}{\partial \xi} - \frac{\psi_\zeta}{\epsilon} s_4(t) * \frac{\partial B_\xi}{\partial \zeta} \end{cases} \quad (24)$$

式中,*表示卷积。在实际计算中对时间 t 进行变换($\tau = ct$),得到

$$\begin{cases} \frac{\partial B_\xi}{\partial \tau} = -s_1(\tau) * \frac{\partial E_\varphi}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial B_\zeta}{\partial \tau} = \frac{1}{a} s_2(\tau) * \frac{\partial E_\varphi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial E_\varphi}{\partial \tau} = \frac{\psi_\xi}{\epsilon} \frac{1}{a} s_3(\tau) * \frac{\partial B_\zeta}{\partial \xi} - \frac{\psi_\zeta}{\epsilon} s_4(\tau) * \frac{\partial B_\xi}{\partial \zeta} \end{cases} \quad (25)$$

$$s_i(\tau) = \delta(\tau) - d_i e^{-d_i \tau/c} = \delta(\tau) + \chi_i(\tau) \quad (26)$$

$\chi_i(\tau)$ 的离散脉冲响应为

$$Z_i^m = \int_{m\Delta\tau}^{(m+1)\Delta\tau} \chi_i(\tau') d\tau' = -d_i \int_{m\Delta\tau}^{(m+1)\Delta\tau} e^{-d_i \tau'/c} d\tau' = a_i e^{-d_i m \Delta\tau/c} \quad (27)$$

式中: $a_i = e^{-d_i \Delta\tau/c} - 1, 0$ 。

4 CPML 中场方程的差分形式

下面我们将卷积进行离散

$$\Gamma_{B_\xi}^{n+1} = \chi_1(\tau) * \frac{\partial E_\varphi}{\partial \zeta} \quad (28)$$

由离散傅里叶变换得

$$\Gamma_{B_\xi}^{n+1} = \sum_{m=0}^{n+1} Z_1^m \frac{\partial E_\varphi^{n+1-m}}{\partial \zeta} \quad (29)$$

可以证明

$$\Gamma_{B_\xi}^{n+1} = a_1 \frac{\partial E_\varphi^{n+1}}{\partial \zeta} + e^{-d_i \Delta\tau/c} \sum_{m=0}^n Z_1^m \frac{\partial E_\varphi^{n-m}}{\partial \zeta} \quad (30)$$

即

$$\Gamma_{B_\xi}^{n+1} = a_1 \frac{\partial E_\varphi^{n+1}}{\partial \zeta} + b_1 \Gamma_{B_\xi}^n \quad (31)$$

式中: $b_1 = e^{-d_i \Delta\tau/c}$ 。

各量在网格中的取值位置为

$$\begin{cases} B_{\xi,i,j}^{n+1} = B_\xi(\xi_{i+1/2}, \zeta_j, \tau^{n+1}) \\ B_{\zeta,i,j}^{n+1} = B_\zeta(\xi_i, \zeta_{j+1/2}, \tau^{n+1}) \\ E_{\varphi,i,j}^{n+1} = E_\varphi(\xi_{i+1/2}, \zeta_{j+1/2}, \tau^{n+1}) \end{cases} \quad (32)$$

根据文献[9]的差分格式,得到(25)式的离散形式为

$$\frac{(B_{\xi,i,j+1}^{n+1} + B_{\xi,i,j}^{n+1}) - (B_{\xi,i,j+1}^n + B_{\xi,i,j}^n)}{2\Delta\tau} = -\frac{1}{2} \left(\frac{E_{\varphi,i,j}^{n+1} - E_{\varphi,i,j-1}^{n+1}}{\Delta\zeta L} + \frac{E_{\varphi,i,j+1}^n - E_{\varphi,i,j}^n}{\Delta\zeta U} \right) - \Gamma_{B_\xi}^{n+1} \quad (33)$$

$$\Gamma_{B_\xi}^{n+1} = b_1 \Gamma_{B_\xi}^n + a_1 \frac{1}{2} \left(\frac{E_{\varphi,i,j}^{n+1} - E_{\varphi,i,j-1}^{n+1}}{\Delta\zeta L} + \frac{E_{\varphi,i,j+1}^n - E_{\varphi,i,j}^n}{\Delta\zeta U} \right) \quad (34)$$

$$\frac{(B_{\xi i,j}^{n+1} + B_{\xi i+1,j}^{n+1}) - (B_{\xi i,j}^n + B_{\xi i+1,j}^n)}{2\Delta\tau} = \frac{1}{2} \left(\frac{E_{\varphi i,j}^n - E_{\varphi i+1,j}^n}{a\Delta\xi U} + \frac{E_{\varphi i-1,j}^{n+1} - E_{\varphi i,j}^{n+1}}{a\Delta\xi L} \right) + \frac{1}{a} \Gamma_{B_{\xi}}^{n+1} \quad (35)$$

$$\Gamma_{B_{\xi}}^{n+1} = b_2 \Gamma_{B_{\xi}}^n + a_2 \frac{1}{2} \left(\frac{E_{\varphi i,j}^n - E_{\varphi i+1,j}^n}{\Delta\xi U} + \frac{E_{\varphi i-1,j}^{n+1} - E_{\varphi i,j}^{n+1}}{\Delta\xi L} \right) \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \frac{E_{\varphi i,j}^{n+1} - E_{\varphi i,j}^n}{\Delta\tau} &= \frac{\psi_{\xi}}{\epsilon} \frac{(B_{\xi}^{n+1} + B_{\xi}^n)_{i,j} - (B_{\xi}^{n+1} + B_{\xi}^n)_{i+1,j}}{2a\Delta\xi} + \frac{\psi_{\xi}}{\epsilon a} \Gamma_{E_{\varphi}}^{n+1} - \\ &\frac{\psi_{\xi}}{\epsilon} \frac{(B_{\xi}^{n+1} + B_{\xi}^n)_{i,j+1} - (B_{\xi}^{n+1} + B_{\xi}^n)_{i,j}}{2\Delta\xi} - \frac{\psi_{\xi}}{\epsilon} \Gamma_{E_{\varphi}}^{n+1} \end{aligned} \quad (37)$$

$$\Gamma_{E_{\varphi}}^{n+1} = b_3 \Gamma_{E_{\varphi}}^n + a_3 \frac{(B_{\xi}^{n+1} + B_{\xi}^n)_{i,j} - (B_{\xi}^{n+1} + B_{\xi}^n)_{i+1,j}}{2\Delta\xi} \quad (38)$$

$$\Gamma_{E_{\varphi}}^{n+1} = b_4 \Gamma_{E_{\varphi}}^n + a_4 \frac{(B_{\xi}^{n+1} + B_{\xi}^n)_{i,j+1} - (B_{\xi}^{n+1} + B_{\xi}^n)_{i,j}}{2\Delta\xi} \quad (39)$$

5 数值模拟结果

为了确定 CPML 在空中核爆电磁脉冲二维数值模拟中的效果,先选取 ζ 方向上的某点做为测试点 ζ_{test} , 然后做了 3 次计算。第 1 次, 设置 ζ 离 ζ_{test} 足够远, 这时可以认为测试点 ζ_{test} 处的波形不受吸收边界的影响, 计算得到的波形是真实的, 我们称之为标准波形; 第 2 次, 在离 ζ_{test} 较近距离处设置 CPML; 第 3 次采用与第 2 次同样距离, 但边界处采用外推法。本计算中: 第 1 次计算设置最远距离 $R_{\text{max}} = 116.2 \text{ km}$; 第 2、3 次设置最远距离 $R_{\text{max}} = 16.6 \text{ km}$ 。图 2~5 给出了爆高为 1.5 km, 威力 100 kt 级的计算结果。

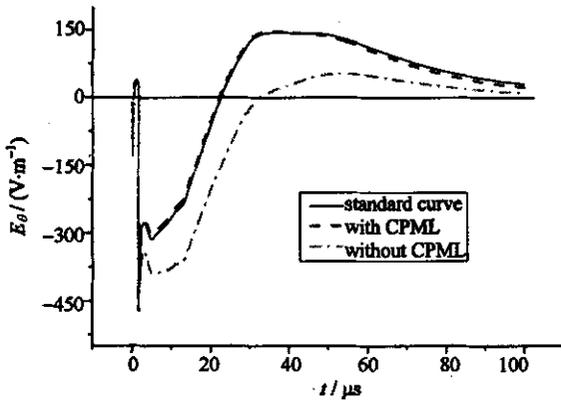


Fig. 2 Electric field waves at $R=7.24 \text{ km}, \theta=90^\circ$
图 2 $R=7.24 \text{ km}, \theta=90^\circ$ 处的垂直电场波形

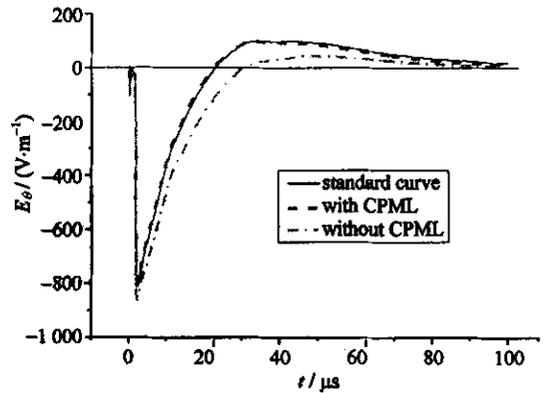


Fig. 3 Electric field waves at 9.05 km from the hypocenter
图 3 地面处距爆心投影点 9.05 km 处的电场波形

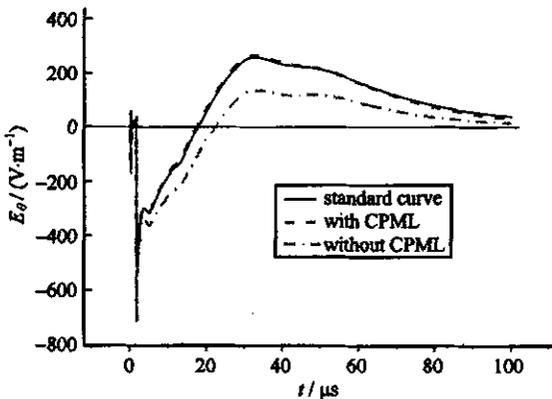


Fig. 4 Electric field waves at $R=5 \text{ km}, \theta=96.5^\circ$
图 4 $R=5 \text{ km}, \theta=96.5^\circ$ 处的垂直电场波形

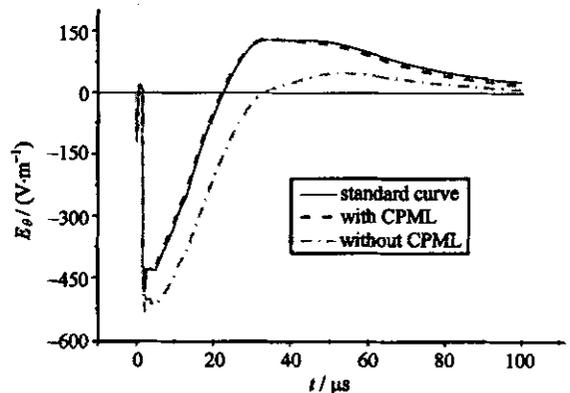


Fig. 5 Electric field waves at $R=8 \text{ km}, \theta=93^\circ$
图 5 $R=8 \text{ km}, \theta=93^\circ$ 处的垂直电场波形

图 2~5 中实线为标准波形, 虚线为加入 CPML 吸收边界计算的波形, 点划线为用外推法计算的波形。从图中可以看出, 外边界处采用外推法计算得到的波形与标准波形相比有很大的误差, 愈靠近外边界, 计算误差愈大; 而外边界处加入 CPML 吸收边界计算得到的波形与标准波形相近, 几乎与标准波形重合, 这说明采用

CPML 吸收边界方法使得靠近外边界处场的计算误差大大减小。

6 结 语

本文讨论了空中核爆电磁脉冲数值模拟的开放边界的截断问题。从自由空间中电磁波的平面波解和分裂形式的 PML 出发,构造了未分裂形式的 PML,应用傅里叶变换的卷积定理,推导出 2 维旋转椭球-双曲正交坐标系下 CPML 介质中电磁场的离散方程。从推导过程可以看出,该方法不依赖于电磁波的传播方向、介质特性等。从数值模拟结果看出,将 CPML 应用于 NEMP 数值模拟中,取得了预期的效果。

参考文献:

- [1] 王长清,祝西里. 电磁场计算中的时域有限差分法[M]. 北京:北京大学出版社,1994. (Wang C Q, Zhu X L. Finite-difference in time-domain of electromagnetic field calculation. Beijing: Beijing University Press, 1994)
- [2] Mur G. Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic field equations[J]. *Electromagnetic Compatibility*, 1981, **23**:377—382.
- [3] Berenger J P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic wave[J]. *Comput Phys*, 1994, **114**(2):185—200.
- [4] Zhao L, Cangellaris A C. GT-PML: Generalized theory of perfectly matched layers and its application to the reflectionless truncation of finite-difference time-domain grids[J]. *IEEE Trans Microwave Theory Tech*, 1996, **44**:2555—2563.
- [5] Gedney S D. An anisotropic perfectly matched layer-absorbing medium for the truncation of FDTD lattices[J]. *IEEE Trans Antennas Propaga*, 1996, **44**:1630—1639.
- [6] Sacks Z S, Kingsland M. A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition[J]. *IEEE Trans Antennas Propaga*, 1995, **43**(12): .
- [7] Mitchell A, Aberle J T, Kokotoff D M, et al. An anisotropic MPL for use with biaxial media[J]. *IEEE Trans Microwave Theory Tech*, 1999, **47**(3):374—377.
- [8] 王玥. 基于 PML 方法的粒子模拟开放边界截断技术[D]. 西安:西北核技术研究所,2004. (Wang Y. Truncation technique of particle simulation opening boundary based on method of PML. Xi'an: Northwest Institute of Nuclear Technology, 2004)
- [9] Knight R L, Parkinson E R, Pine V W. Electromagnetic pulse environment studies[R]. AD-780939, 1974.

Application of CPML to two-dimension numerical simulation of nuclear electromagnetic pulse from air explosions

GAO Chun-xia¹, CHEN Yu-sheng², WANG Liang-hou¹

(1. *Second Graduate School, Research Institute of Chemical Defence, Beijing 102205, China;*

2. Northwest Institute of Nuclear Technology, P.O. Box 69-1, Xian 710024, China)

Abstract: The characteristics of different types of MPL were analyzed and the convolutional PML was chosen to truncate the open boundaries in numerical simulation of nuclear electromagnetic pulse from air explosions. On the basis of the split-field PML and the plane-wave solution of electromagnetic field in free space, the unsplit-field PML was constructed. By applying the convolutional theorem of Fourier transform, the discrete iterative equations of electromagnetic field components were presented in the CPML media under the two-dimension prolate-spheroidal coordinate system. The numerical results indicate that the method of CPML can largely decrease calculation errors of boundary fields.

Key words: Convolutional perfectly matched layer(CPML); FDTD; Electromagnetic pulse; Nuclear explosions; Truncation