

均匀平面波圆孔衍射远场二阶矩问题*

邱服民 杨成龙

(中物院流体物理研究所, 成都523信箱59分箱 610003)

摘 要 研究了均匀平面波圆孔衍射远场光斑强度二阶矩的计算问题, 数值模拟计算了强度二阶矩随边缘高空间频率分量截去的百分数而变化的情况。认为用 M^2 因子定义均匀平面波的光束质量原则上是有问题的, 但在规定高空间频率分量截去百分数的条件下, 也是可以执行的。而在光束空间参数测量中, 这种高空间频率分量量的截去是一定会发生的。

关键词 M^2 因子 二阶矩 均匀平面波

ABSTRACT The calculation of the intensity second moment of the uniform plane wave far field diffraction spot have discussed and numerical the variation of the second moment with the different cut percentage of high spatial frequency component has given simulation of calculation. It was difficult to judge the beam quality of the uniform plane wave by the way of M^2 factor in principle, but how much high spatial frequency to cut off is prescribed, the process may be executed. This cut of high spatial frequency component will occur in measurement of beam spatial parameters.

KEY WORDS M^2 factor, the second moment, the uniform plane wave

0 引 言

国际标准化组织(ISO)1991年公布了光束质量标准草案^[1], 以后又开了多次国际会议讨论, 到现在为止草案已公布了四稿^[2-4]。这些草案通过用光强和角谱的一阶矩确定光束中心和传输方向, 通过用强度二阶矩来统一光束束宽及远场发散角的定义, 以理想高斯光束作为度量光束质量的基准, 用 M^2 因子来表示光束质量, 以代替以往均匀平面波衍射极限标准。所以用 M^2 因子的方法来定义均匀平面波的光束质量有没有困难就显得特别有意义。本文通过计算均匀平面波圆孔衍射远场光斑强度二阶矩, 试图回答均匀平面波的 M^2 因子能否定义的问题, 以期引起讨论。

1 均匀平面波圆孔衍射远场接收屏上的能量和二阶矩

如图1所示, 圆孔的半径为 a , 接收屏到圆孔的距离为 z_0 , 入射平面波的波长为 λ , 我们假设远场条件 $z_0 \gg \pi a^2 / \lambda$ 成立, 并且假设均匀平面波在 $z = 0$ 处的强度分布 $I(r) = 1(r < a)$ 。那么由能量守恒, 在 $z = z_0$ 面上, 光波的总能量为 πa^2 , 在半径为 r 的积分范围内光波的能量为:

$$E(r) = \iint (r) dx dy \quad (1)$$

其中 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; Σ 是积分面积。在近轴条件下, $\sin \theta = r/z_0$, 均匀平面波圆孔衍射远场强度分布 $I(r)$ 的表达式是

* 1995年12月25日收到原稿, 1996年11月13日收到修改稿。
邱服民, 男, 1970年2月出生, 研究实习生, 硕士。

$$I(r) = \left(\frac{\pi a^2}{z_0 \lambda}\right)^2 \times 4 \times J_1^2\left(\frac{2\pi a r}{\lambda z_0}\right) \left(\frac{2\pi a r}{\lambda z_0}\right)^2$$

用极坐标表示(1)式可得

$$E(r) = 2\pi a^2 \int_0^r \frac{1}{r} J_1^2\left(\frac{2\pi a r}{\lambda z_0}\right) dr$$

由于在 $z = z_0$ 面上, 爱里斑是圆对称的, 所以可以求一个方向的, 远场强度二阶矩.

$$\sigma^2(z_0) = \int (x^2 I(r) dx dy) / \pi a^2$$

把(4)式化为极坐标形式

$$\sigma^2(z_0) = \int_0^a r J_1^2\left(\frac{2\pi a r}{\lambda z_0}\right) dr$$

直接积分(5)式很困难, 在实际工作中, 不可能把探测器的面积以及光学仪器的口径做成无穷大, 因此求二阶矩的时候, 总要截去了边缘一部分高空间频率分量. 在高斯光束的传输和变换中, 经常把透镜半径设计成高斯光束束径(e^{-2} 定义的)的1.5倍, 实际上约2%的能量被截去. 用截去高空间频率的部分能量来处理平面波的圆孔衍射问题, 我们认为是实际的. 结合(3)式和(5)式, 设典型的计算条件: $a = 0.1\text{cm}$, $\lambda = 10^{-4}\text{cm}$, $z_0 = 10^4\text{cm}$, 用微机编程计算了积分限内能量占总能量91%~99.9%时的强度二阶矩, 并计算了 $M^2 = (\pi d_0 \theta) / 4\lambda$, 式中 $\theta = 4\sigma(z) / z_0$, $d_0 = 2a$. 表1列出计算结果. 利用表1的数据画出一条所占能量与 M^2 因子的曲线, 如图2.

表1 截去不同能量百分比后的 $\sigma^2(z)$ 和 M^2

Table 1 The $\sigma^2(z)$ and M^2 factor after cutting different percentage of high spatial frequency

integrated energy percentage/%	$\sigma^2(z)$	M^2 factor
91	5.62	1.49
92	6.41	1.59
93	7.35	1.70
94	8.52	1.83
95	10.3	2.02
96	12.8	2.25
97	17.1	2.60
98	25.7	3.18
99	44.3	4.18
99.9	63.4	5.00

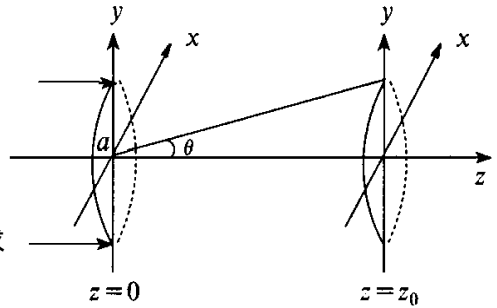


Fig 1 Aperture diffraction schematic
图1 圆孔衍射示意图

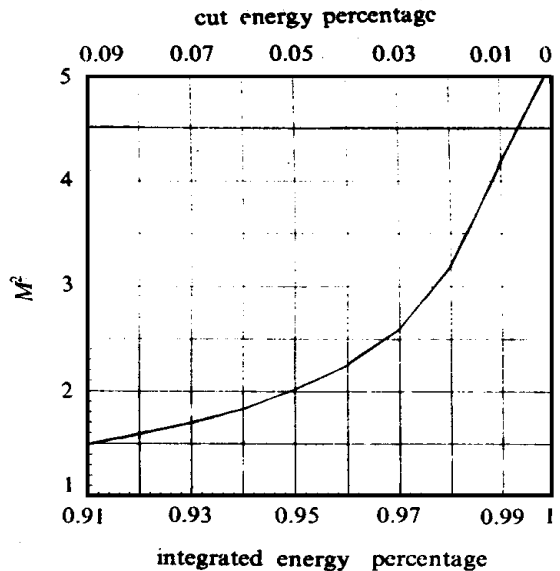


Fig 2 The variation of the M^2 factor with the different cut percentage of high spatial frequency component

图2 M^2 随截去能量百分比而变化

2 问题讨论

从均匀平面波远场光斑强度二阶矩计算结果来看, 高空间频率的少部分能量对平面波圆孔衍射远场强度二阶矩的计算影响很大. 如果全部把高空间频率的分量都计算进去, 强度二阶矩就不收敛, 求 M^2 就存在原则问题. 但在规定高空间频率分量截去百分比的条件下, 例如截去

2%, 强度二阶矩和 M^2 的计算都是可以执行的。这就是用圆柱函数对爱里斑函数进行滤波。当然我们也可用高斯函数进行滤波。对高空间频率分量进行处理是合理的, 正像对高斯光束, 光学系统通光口径有限, 也是截去部分能量。当然, 对高斯光束, 即使不截去部分能量, 强度二阶矩也是收敛的。

由于以前用的是均匀平面波衍射极限标准。在传统光学理论和实验上, 平面波衍射极限意义很大, 我们当然不能放弃。但是平面波衍射极限标准只能用来计算透镜焦点上(远场)光斑参数, 难以用来计算强度不均匀分布的光束远场的束径参数, 更难以用来计算强度不均匀分布的光束在传输过程中束径参数的变化。因此 ISO 提出新的光束质量标准是完全必要的。但是 ISO 光束质量标准只适用于稳腔高斯光束和软边光阑非稳腔的光束。对于硬边光阑非稳腔激光束, 就遇到了类似均匀平面波衍射极限问题。

在激光光束质量衡量中, 是否应采取两种标准, 即 ISO 提出的衍射极限 M^2 标准和均匀平面波衍射极限标准。我们认为对激光束衡量标准应该统一, 而且应该统一到 M^2 标准上来。这是因为均匀平面波衍射极限标准不符合传输方程, 而 M^2 标准中光束束径以强度二阶矩为基础, 二阶矩在光束传输中, 满足传输方程^[5]。因此这种光束质量参数可以用来正确计算光束参数在传输过程中的变化。有种观点认为可用(6)式表示均匀平面波的 M^2 因子

$$M^2 = 2.44\sqrt{\frac{4\lambda}{\pi}} = 1.92 \quad (6)$$

该表示方法有一个问题: 就是分子和分母中光束束径和远发散角的定义使用了双重标准, 即分子用的是平面波标准, 束径含100%能量, 发散角含84%能量, 而分母中束径和发散角用高斯光束标准, 用二阶矩表示。这是形式的统一而实质不统一。希望在激光光束质量衡量中, 应在实际上统一起来, 这就是束径和发散角都用强度二阶矩表示。问题就是统一规定截去高空间频率分量的百分比或统一规定滤波函数。当然截去或者滤掉的能量百分比不能太高, 例如 $< 5\%$, 这也正是该文提出讨论的目的。

用一个实际的光电探测器, 测量均匀平面波限孔光束的远场光斑, 得到的远场发散角和 M^2 , 往往偏小, 而不是论文^[6]所说的偏大。原因是实际光电探测器的动态范围(最大线性输出与噪声之比)有限, 特别是普通的 CCD, 很难超过 $100 \cdot 1$ 。而强度均匀平面波的限孔光束的远场衍射光斑中第二个亮环的强度仅是中心亮斑强度的0.004, 已被实际光电探测器的噪声所淹没。探测到的仅是中心亮斑和第一亮环, 由此计算得到的二阶矩和 M^2 当然偏小。即使用千倍动态范围探测器, 也只探测到第三个亮环。探测范围内仅包含95%的能量。按表1, M^2 也不过是2.02。因此对光束质量实际探测系统的考虑和设计, 也帮助我们认识到, 用 M^2 衡量均匀平面波限孔光束或其它光束的质量, 应没有实质性困难。当然针对具体问题, 对探测系统的空间分辨率、动态范围要作很多具体规定, 才能得到较好反映客观实际的光束空间参数。总之对于各种各样强度分布的激光束, 要衡量其光束质量, 除了统一规定束宽、发散角的定义和测量方法外, 还要统一规定可以截去的高空间频率分量百分比或统一规定滤波函数。这才能使光束质量标准在各种具体条件下都能执行。

参考文献

- 1 ISO/TC 172/SC 9/WG1 Project No. 2N14 Test method for width, divergence and radiation characteristic factor of laser beam. 1991, 02, 19
- 2 ISO/TC 171/SC 9/WG1 N 30 Project No. 2 Standard for the measurement methods of beam widths, beam divergence and propagation factor. 1991, 09, 12
- 3 ISO/TC 172/SC 9/WG1 N 46 ISO/W 1 11146 Test methods for Laser beam parameters: beam widths, divergence angle and beam propagation factor, 1993, 05, 03
- 4 ISO/TC 172/SC 9/WG1 N 56 ISO/CD 11146 Test methods for Laser beam parameters: beam widths, divergence angle and beam propagation factor, 1993, 11, 06
- 5 A E Siegman *SPIE* 1990, **1224**, 2~ 14
- 6 George N *Laser Focus world* 1994, **30**(7). 109~ 114

ON THE INTENSITY SECOND MOMENT OF UNIFORM PLANE WAVE FAR-FIELD DIFFRACTION SPOT

Qiu Fumin and Yang Chenglong

Institute of Fluid Physics, CAEP, P. O. Box 523-59, Chengdu, Sichuan 610003

Not the uniform plane wave but the real gaussian beam becomes the measured standard of beam quality in ISO standard draft of beam quality, so it is very useful to discuss the beam quality of the uniform plane wave according to the ISO standard draft of beam quality in which we use M^2 factor to define the beam quality. In this paper, after we have calculated the intensity second moment of the uniform plane wave far field diffraction spot, we find its result is divergent. Fig. 2 shows the variation of the M^2 factor with different cut percentage of high spatial frequency component. We think that it has difficulty to judge the beam quality of the uniform plane wave by the way of M^2 factor in principle, but if we know how much high spatial frequency component is cut off or what kind of filter function is used, the calculating process may be executed.

In practice, because of the effective apertures of elements in optical systems are limited, the cut of high spatial frequency component will occur in measurement of beam spatial parameters. In order to obtain accurate beam spatial parameters, we should stipulate the character of detecting systems such as spatial resolution and dynamic range according to the actual condition.