

文章编号: 1001-4322(2007)06-1005-03

# 强流电子束中 $\nu/\gamma$ 的物理意义\*

刘锡三

(中国工程物理研究院 应用电子学所研究所, 四川 绵阳 621900)

**摘 要:** 从 Lawson 和 Humphries 公式以及强流束中的储能导出  $\nu/\gamma$  的表达式( $\nu$  为 Budker 参数,  $\gamma$  为相对论因子), 对它的物理含义作了充分说明。可用它来表征强流束的总体性质, 它代表了强流束的自场横向电磁能与轴向动能之比。

**关键词:** 强流电子束; Budker 参数; 相对论因子; Lawson 限制电流; Alfven 限制电流

**中图分类号:** TL503 **文献标识码:** A

在强流电子束的传输中, 束流特性不是直接用电流、电压来表示的, 而是常用 Budker 参数  $\nu$  (表示电流) 和相对论因子  $\gamma$  (表示电压) 来表示。这样做的目的, 不仅可以使许多公式更为简洁, 而且可使公式的物理意义更为明显。比如  $\nu/\gamma$  就是度量束动力学中自场影响大小的一个重要物理参量, 它代表了强流束的自场横向电磁能与轴向动能之比。

一般说来, 相对速度因子  $\beta$  和相对论因子  $\gamma$  都是束流半径  $r$  的函数。在简单束模型中,  $\beta$  在束截面中的分布是均匀的, 也就是说截面各处  $\beta$  是相同的。然而在复杂束模型中, 截面各处  $\beta$  并不完全相同, 此时, 我们就必须用平均  $\bar{\beta}$  来定义 Budker 参数。

## 1 理论分析

现在我们来分析强流束传输中  $\nu/\gamma$  参数的物理意义<sup>[1]</sup>。束电流为

$$I = Nq\beta c \quad (1)$$

式中:  $N$  为单位长度上的粒子数;  $q$  为粒子电荷量;  $c$  为真空中光速。

Budker 参数的定义是在电子经典半径  $r_e$  长度内的粒子总数, 即

$$\nu = Nr_e = I/I_0\beta \quad (2)$$

式中  $I_0$  为特征电流, 其数值表达式为  $I_0 = 4\pi\epsilon_0 m_e c^3 / e = 17 \text{ kA}$ 。于是, 束流可表示为

$$I/\text{kA} = 17\beta\nu \quad (3)$$

1939 年, Alfven 在研究宇宙线中, 得到了在电中和的束流中, 在自身磁场限制下可传输的最大电流, 即 Alfven 限制电流为

$$I_A = I_0\beta\gamma \quad (4)$$

1957 年, Lawson 研究了实验室中强流束的传输, 修正了 Alfven 公式, 得到了部分电中和的强流束中传输的限制电流, 即 Lawson 限制电流为

$$I_L = I_A\beta^2 / (\beta^2 + f_e - 1) = I_0\beta^3\gamma / (\beta^2 + f_e - 1) \quad (5)$$

式中:  $f_e$  为电中和因子, 定义为离子密度  $n_i$  与电子密度  $n_e$  之比, 即  $f_e = n_i/n_e$ , 当  $f_e = 1$ , 便得到 Alfven 公式。Lawson 限制是一个更高的电流限制, 原则上, 当  $f_e = 1 - \beta^2$  时, 被称为满足 Lawson 条件, 此时, 电场力与磁聚焦力完全平衡, 没有电流传输限制。但是上述模型是不自治的, 实际存在电流传输限制, 这说明了强流束物理的复杂性。

根据广义导流系数  $K$  的定义, 对完全电中和强流束 ( $f_e = 1$ ), 我们可以推导出

$$K = -2\nu/\gamma \quad (6)$$

从 Lawson 关系式, 可以得到

$$\nu/\gamma = \langle \beta_r^2 \rangle / \langle \beta_z^2 \rangle \quad (7)$$

\* 收稿日期: 2007-02-01; 修订日期: 2007-04-16  
作者简介: 刘锡三(1937—), 男, 研究员, 主要从事束流物理学及加速器的研究工作; liuxisan@sohu.com.

式中:  $\beta_r$  和  $\beta_z$  分别表示粒子相对速度因子的径向和轴向分量。

由 Humphries 公式, 可以得到<sup>[2]</sup>

$$I/I_A \approx \langle \theta^2 \rangle \quad (8)$$

式中  $\langle \theta^2 \rangle$  表示束流的发散角均方值。

综上所述, 我们就可以得到

$$\nu/\gamma = I/I_A = -K/2 = \langle \beta_r^2 \rangle / \langle \beta_z^2 \rangle = \langle \theta^2 \rangle \quad (9)$$

由此可见, (9) 式已把  $\nu/\gamma$  的物理内涵已表述得十分清楚。  $\nu/\gamma$  与强流束的传输能力、广义导流系数、束流的横向-纵向能量比、束流的发散角密切相关。现在我们从另一个方面, 考虑强流束中的储能来分析  $\nu/\gamma$  的物理意义<sup>[3]</sup>。

假设一个半径为  $a$  的强流束, 以速度  $v = \beta c$  入射到半径为  $b$  的漂移管中, 用高斯定理求解束流的自电场  $E_s$ , 用安培定律求解束流的自磁场  $H_s$ 。

单位长度上束流的电场能为

$$W_e = \pi \epsilon_0 E_s^2 a [1/4 + \ln(b/a)] \quad (10)$$

$$E_s = \rho a / 2\epsilon_0 = en_e (1 - f_e) a / 2\epsilon_0 \quad (11)$$

式中:  $\epsilon_0$  为真空介电常数;  $\rho$  为束流电荷密度。(10) 式中第一项表示束中储能, 第二项表示束外储能。

单位长度上束流的磁场能为

$$W_m = \pi \mu_0 H_s^2 a^2 [1/4 + \ln(b/a)] \quad (12)$$

$$H_s = \rho va / 2 \quad (13)$$

(12) 式中:  $\mu_0$  为真空导磁率; 第一项表示束中储能, 第二项表示束外储能。

单位长度上束流中粒子的动能为

$$W_k = m_0 c^2 (\gamma - 1) n_e \pi a^2 \quad (14)$$

因此, 我们可以采用在单位长度上束的横向电磁能与动能之比来表征  $\nu/\gamma$ , 经推导得到

$$(W_e + W_m) / W_k = [\nu / (\gamma - 1)] [\beta^2 + (1 - f_e)^2] [1/4 + \ln(b/a)] \quad (15)$$

现在, 我们对公式(9)和(15)作简要分析。

首先, 公式(9)完全是在傍轴近似和均匀束模型条件下推导出来的, 只有当  $\nu/\gamma \ll 1$  时, 公式才能成立; 而当  $\nu/\gamma \rightarrow 1$  时, 傍轴近似和均匀束模型条件都不再成立, 粒子的径向速度、发散角、横向动能都大大增加了。

当  $\nu/\gamma \geq 1$  时, 虽然仍然可利用  $\nu/\gamma$  来描述强流束的传输特性, 但已失去了原始的定义。试验表明: 此时除了电中和外, 还必须有磁中和, 才能实现  $I > I_A$  的束传输。

公式(15), 对于高能束,  $\gamma \gg 1$ ,  $\beta \rightarrow 1$ , 而对数项通常大于 0, 此时, 比值  $(W_e + W_m) / W_k$  与  $\nu/\gamma$  近似相等。公式表明: 当  $\nu/\gamma \ll 1$  时, 表示束的横向电磁能小于动能, 电子运动轨道是层流的; 而当  $\nu/\gamma \rightarrow 1$  时, 束的横向电磁能大于动能, 电子运动轨道就会出现交叉。

当束流自场的横向电磁能大于动能时, 就会出现束流不能够传输的情况。但我们应当注意到, 此时必须有电中和因子  $f_e = 1$ , 及磁中和因子  $f_m = 1$ , 强流束才能传输, 实际上束流的自场已经完全被抵消了, 因此当  $\nu/\gamma > 1$  时, 束流自场的横向电磁能仍然小于动能, 不会出现佯谬问题。

研究强流束在自身的角向磁场中传输单粒子轨道的数值解, 我们可以获得清晰的强流束传输物理图像, 如图 1 所示。由图可见, 随着  $I/I_A$  值的增大, 强流束轨迹出现箍缩和交叉现象。

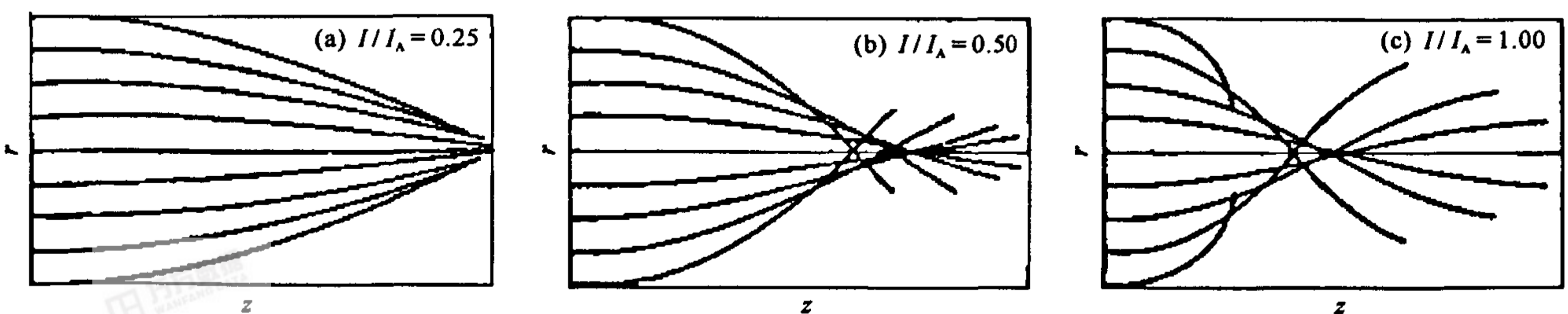


Fig. 1 Numerical solution of intense relativistic electron beams transport

图 1 强流束传输轨道的数值解

## 2 结 论

深入理解强流束传输中的物理问题,对于强流束的实际应用具有重要的指导意义<sup>[4]</sup>。本文理论分析了  $\nu/\gamma$  参数的物理意义,并推导了  $\nu/\gamma$  的表达式。 $\nu/\gamma$  描述了强流束重要的传输特性,它反映了强流束自场影响的大小,它代表了强流束的横向电磁能与纵向动能之比。只有当  $\nu/\gamma \ll 1$  时,傍轴近似和均匀束模型条件才能成立,当  $\nu/\gamma \rightarrow 1$  时,傍轴近似和均匀束模型条件都不再成立,必须利用电中和及磁中和效应,强流束才能有效地传输。

### 参考文献:

- [1] 刘锡三. 高功率脉冲技术[M]. 北京:国防工业出版社, 2005. (Liu X S. High power pulse technique. Beijing: National Defence Industry Press, 2005)
- [2] 汉弗莱斯 S. 带电粒子束[M]. 北京:原子能出版社, 1999. (Humphreys S Jr. Charged particle beams. Beijing: Atomic Energy Press, 1999)
- [3] Linhart J G. Energy storage in a REB[J]. *Nucl Fusion*, 1970, (10), 211.
- [4] 刘锡三. 强流粒子束及其应用[M]. 北京:国防工业出版社, 2007. (Liu X S. Intense particle beams and its application. Beijing: National Defence Industry Press, 2007)

## Physics sense of $\nu/\gamma$ parameter in intense relativistic electron beam

LIU Xi-san

(Institute of Applied Electronics, CAEP, P. O. Box 919-1014, Mianyang 621900, China)

**Abstract:**  $\nu/\gamma$  is an important physical parameter.  $\nu$ ,  $\gamma$  are the Budker parameter and the relativistic mass factor, respectively. In this paper, its basic physical sense is expounded from three aspects of Lawson and Humphreys formula and energy storage in intense relativistic electron beam. It can be expressed as the ratio of transverse electro-magnetic energy in the beam to its axial motion kinetic energy. For  $\nu/\gamma$  closed to or greater than 1, there is an important self field effect in intense relativistic electron beam transport.

**Key words:** Intense relativistic electron beam; Budker parameter; Relativistic mass factor; Lawson limited current; Alfvén limited current