

文章编号：1001-4322(2007)11-1792-05

强非局域介质中高斯型损耗空间光孤子^{*}

王形华^{1,2}, 谢应茂^{1,2}, 王 磊¹, 吴诗敏¹

(1. 赣南师范学院 物理与电子信息学院, 江西 赣州 341000; 2. 赣南师范学院 应用物理研究所, 江西 赣州 341000)

摘要：利用变分法研究了1+1维傍轴高斯光束在含有小损耗的强非局域非线性介质中的传输特性, 得到了光束各参量的演化方程、束宽的演化规律和一个临界功率。在介质损耗足够小的前提下, 当光束初始功率等于临界功率时, 得到了一个束宽随传输距离缓慢展宽的准空间光孤子——损耗空间光孤子; 当光束初始功率小于临界功率时, 光束束宽则按雅可比椭圆正弦函数和椭圆余弦函数作准周期展宽变化; 当光束初始功率大于临界功率时, 光束束宽将从按雅可比椭圆正弦函数和椭圆余弦函数作准周期压缩变化过渡到按雅可比椭圆正弦函数和椭圆余弦函数准周期展宽变化。

关键词： 非线性光学; 变分法; 强非局域介质; 非局域非线性薛定谔方程; 小损耗; 损耗孤子

中图分类号：O437 文献标识码：A

1997年Snyder等提出了强非局域模型, 并用其来处理Kerr介质中高斯光束的传输问题, 得到了孤子解, 由此揭开了非局域空间光孤子研究的序幕^[1]。非局域空间光孤子的研究不仅可以扩展对基本物理现象的理解, 而且空间光孤子本身在光子(全光)信息处理(全光空间调制、全光开关、全光互连以及全光逻辑光路等)方面有着重要的应用, 因而引起了广泛关注。文献[2]对2003年底以前非局域空间孤子研究的主要内容进行了总结和综述评论^[2]。2004年, 郭旗对非局域非线性薛定谔方程(NNLSE)中非线性项进行了进一步处理, 对Snyder的模型进行了修正, 并在此基础上研究了傍轴高斯光束在强非局域非线性介质中的传输特性, 得到了“大相移”的结果^[3]; 郭旗等还讨论了1+1维平行垂直入射双孤子相互作用时的相位演化和控制问题^[4]; 讨论了强非局域介质中傍轴高斯光束偏离束腰入射时的传输特性^[5]; 对强非局域非线性介质中光束传输的厄米高斯解进行了探讨^[6]; 研究了椭圆高斯光束在强非局域非线性介质中的传输特性^[7-8]; 利用变分法研究了强非局域介质中光束传输特性, 得到了变分孤子解^[9-10]; 提出了基于强非局域空间光孤子特性实现光子开关和光子逻辑门的理论方案^[11], 探讨利用空间相位调制, 将单光束分裂为多束空间光孤子的原理^[12]; 利用微扰法研究了一般的非局域介质中光束的传输特性^[13]。上述研究对于揭示非局域介质中光束传输特性, 非局域空间光孤子潜在的应用具有重要的价值, 但其都是基于理想情形, 即光束在强非局域介质中传输时, 不存在损耗; 在实际的情形中, 光束在强非局域介质中传输时, 应存在损耗, 文献[14]运用变分法, 通过对强非局域非线性介质的响应函数作两次泰勒级数展开, 每次都取到二阶, 探讨了1+1维高斯光束在存在小损耗时的传输特性, 近似得到了一个损耗孤子。当强非局域介质的非局域程度较弱时, 对NNLSE非线性项的处理, 需要保留3项不为零, 在此情形下, 光束的传输特性有待于进一步探讨。本文利用变分法研究这一问题, 得到了一些新的结果。

1 参量演化方程

在存在传输损耗的情形下, 光束在非局域非线性介质中传输时, 遵循的NNLSE为^[14]

$$i \frac{\partial}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} + R(x - x_0) / (x, z)^2 dx + i = 0 \quad (1)$$

式中: (x, z) 为傍轴光束的慢波变化函数; $\mu = 1/2k$, $k = n_2/n_0$, n_0 为非线性介质折射率的线性部分, n_2 则为折射率非线性部分系数, k 为对应于 n_0 的波数; z 为光束传播方向坐标; x 为横向方向坐标; i 为传输损耗系数, > 0 ; $R(x)$ 为非局域介质响应函数, 其满足归一化条件 $\int R(x) dx = 1$ 。

对于存在小的传输损耗的情形下, 傍轴光束 (x, z) 可表示为^[14]

$$(x, z) = (x, z) \exp(-i z) \quad (2)$$

* 收稿日期: 2007-04-19; 修订日期: 2007-09-28

基金项目: 江西省教育厅科技项目资助课题(赣教技字[2007]297)

作者简介: 王形华(1963—), 男, 江西南康人, 副教授, 主要从事非线性光学传输理论的研究; jxwxh@126.com。

将式(2)代入方程(1)可得

$$i \frac{\partial}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \exp(-2|z|) \left[R(x-x) / |x-z|^2 \right] dx = 0 \quad (3)$$

由式(1)描述的物理系统的拉格朗日密度函数为^[10,14]

$$L = \frac{i}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) - \mu \left| \frac{\partial}{\partial x} \right|^2 + \frac{1}{2} / |x|^2 \exp(-2|z|) \left[R(x-x) / |x-z|^2 \right] dx \quad (4)$$

其中 * 是 的复数共轭函数。

设一高斯型光束在充满强非局域非线性介质的平面波导中传输,其还能近似保持高斯函数形式,即假设方程(3)存在高斯函数的近似试探解

$$(x, z) = A(z) \exp[i\phi(z)] \exp[-\frac{x^2}{2a(z)^2} + i c(z) x^2] \quad (5)$$

式中: $A(z)$, $\phi(z)$ 是光束复振幅的大小和相位; $a(z)$ 是束宽; $c(z)$ 是波前曲率系数。将式(5)代入式(4),并考虑到强非局域情形, $a(z)/w_m \ll 1$ (其中, w_m 是强非局域介质响应函数的特征宽度),对 $R(x-x)$ 在 $x=0$ 处作泰勒级数展开取到四阶,由式(4)可求出 L 的表达式;对 L 中的 $R^n(x) = \partial^n R(x-x)/\partial x^n|_{x=0}$ ($n=0, 1, 2, 3, 4$),在 $x=0$ 处再作泰勒级数展开,都取到 $R(x)$ 的四阶,并令 $L_r = \frac{1}{2} \int L dx$,可得到

$$L_r = -\frac{\sqrt{A^2}}{2} \left[\frac{\mu}{a} + a^3 (4\mu c^2 + \frac{dc}{dz}) + 2a \frac{da}{dz} \right] + \frac{1}{16} A^4 a^2 \exp(-2|z|) \{ 8R_0 - a^2 + R^{(4)}(0) a^4 \} \quad (6)$$

式中: $R_0 = R(0)$; $= -\partial^2 R(x)/\partial x^2|_{x=0} > 0$ (因为 R_0 是 R 的最大值)^[3,10], $R^{(4)}(0) = \partial^4 R(x)/\partial x^4|_{x=0}$ 。由变分原理 $L_r dz = 0$ 可得 $L_r/p_i = 0$,即

$$\frac{L_r}{p_i} = \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial L_r}{\partial (p_i/\partial z)} - \frac{\partial L_r}{\partial p_i} = 0 \quad (7)$$

式中: p_i 分别代表为光束参量 c, A, a 。将式(6)代入方程(7)可得到

$$A^2 - \frac{P_0}{\sqrt{a}} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{da}{dz} - 4\mu ac = 0 \quad (9)$$

$$\frac{dc}{dz} - \frac{\mu}{a^4} - 4\mu c^2 - \frac{1}{4} \exp(-2|z|) P_0 \{ -2 + R^{(4)}(0) a^2 \} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{d}{dz} + \frac{\mu}{a^2} - \frac{1}{4} \exp(-2|z|) P_0 (4R_0 - a^2) = 0 \quad (11)$$

式中: $P_0 = \int |(x, 0)|^2 dx = \int |(x, 0)|^2 dx = \sqrt{A_0^2 a_0}$,为光束初始输入功率; A_0, a_0 分别为光束初始振幅的大小和束宽。方程(8)~(11)即为1+1维傍轴高斯光束在强非局域非线性介质中传输存在小损耗时各参量的演化方程。

2 束宽参量的演化规律

引入归一化束宽参量 $g(z) = a(z)/a_0$,对方程(9)求导,并结合方程(10)可得

$$\frac{d^2 g}{dz^2} = \frac{4\mu^2}{a_0^4 g^3} - 2 P_0 \mu g (1 - 2 g^2) \exp(-2|z|) \quad (12)$$

式中: $= a_0^2 R^{(4)}(0)/4 < 1/3$ ^[10]。对于存在小损耗情形,即当 $|z| \ll 1$ 时, $\exp(-2|z|) \approx 1 - 2|z|$,此时方程(12)可近似表示为

$$\frac{d^2 g}{dz^2} = \frac{4\mu^2}{a_0^4 g^3} - 2 P_0 \mu g (1 - 2 g^2) (1 - 2|z|) \quad (13)$$

对于无传输损耗情形, $= 0$,方程(13)变为

$$\frac{d^2 g_0}{dz^2} = \frac{4\mu^2}{a_0^4 g_0^3} - \frac{1}{g_0} (1 - 2 g_0^2) \quad (14)$$

式中: g_0 为无传输损耗时的归一化束宽; $= P_{c0}/P_0$, $P_{c0} = 1/a_0^4 k^2 = 2\mu/a_0^4$ 。由文献[10]可知,假设光束从光腰处入射,即 $z=0$ 时, $g_0(0) = 1$, $d g_0(z)/dz|_{z=0} = 0$,在 $< 1/3$, > 0 (自聚焦介质),由方程(14)可以解出^[10]

$$g_0^2(z) = [cn^2(z, k_m) + sn^2(z, k_m)] \quad (15)$$

式中: $sn(z, k_m)$ 和 $cn(z, k_m)$ 为雅可比椭圆正弦函数和椭圆余弦函数; $\mu = (+/2)^{1/2}$, $a_0 = 1/\sqrt{1 - k_m^2} k$, $k_m = (-/+)^{1/2}$, $\pm = (1 - \pm)/2$, $\pm = 1 - 3 \pm$, $\pm = \sqrt{(-1)^2 - 4}$ 。周期 $T = 2K(k_m)/\mu$, $K(k_m)$ 为雅可比第一类完全椭圆积分^[15]。在光束从光腰处入射, 初始功率等于 P_c ($P_c = P_{c0}/(1 - 2)$, 称为临界功率), 可以得到非局域空间光孤子^[10]。对于存在小损耗情形, 光束的归一化束宽可以假设为 $g(z) = g_0(z) + g_1(z)$, 其中, $g_1(z)$ 为由于存在小损耗对归一化束宽的一级修正, 为一小量, 忽略 $g_1(z)^2$, $g_1(z)^3$ 项^[14], 方程(14)可以变为

$$\frac{d^2 g_0}{dz^2} + \frac{d^2 g_1}{dz^2} = \frac{4\mu^2}{a_0^4} \left[\frac{1}{g_0^3 + 3g_0^2 g_1} - \frac{1}{(1 - 2z)(g_0 - 2g_0^3 - 6g_0^2 g_1 + g_1)} \right] \quad (16)$$

又 $1/(1 + 3g_1(z)/g_0(z)) = 1 - 3g_1(z)/g_0(z)$, 方程(16)可以进一步变为

$$\frac{d^2 g_0}{dz^2} + \frac{d^2 g_1}{dz^2} = \frac{4\mu^2}{a_0^4} \left[\frac{1}{g_0^3} \left(1 - \frac{3g_1}{g_0} \right) - \frac{1}{(1 - 2z)(g_0 - 2g_0^3 - 6g_0^2 g_1 + g_1)} \right] \quad (17)$$

略去 g_1^2 项小量, 方程(17)可以分离为下列方程组^[14]

$$\frac{d^2 g_0}{dz^2} = \frac{4\mu^2}{a_0^4} \left[\frac{1}{g_0^3} - \frac{1}{g_0(1 - 2g_0^2)} \right] \quad (18)$$

$$\frac{d^2 g_1}{dz^2} = -\frac{4\mu^2}{a_0^4} \left[\frac{1}{g_0^4} \left(\frac{3}{g_0^4} + 1 - 6g_0^2 \right) g_1 - 2(1 - 2g_0^3) g_0 z \right] \quad (19)$$

方程(18)与方程(14)一样, 其解已由文献[10]求出。考虑到小损耗, $g_1(z)$ 为 $g_0(z)$ 的一级修正小量, 可以令方程(19)的右边等于零^[14], 由此可解得

$$g_1(z) = \frac{2(1 - 2g_0^2(z))g_0^5(z)z}{3 + [1 - 6g_0^2(z)]g_0^4(z)} \quad (20)$$

$$g(z) = g_0(z) + \frac{2(1 - 2g_0^2(z))g_0^5(z)z}{3 + [1 - 6g_0^2(z)]g_0^4(z)} \quad (21)$$

式(21)即为 1+1 维傍轴高斯光束在强非局域非线性介质中传输存在小损耗时, 束宽演化的近似表达式。

3 结果与讨论

光束在非局域非线性介质中传输时, 由于衍射效应, 其束宽将展宽, 由于非线性作用, 其束宽将压缩。光束在无损耗的强非局域非线性介质中传输时, 如初始功率等于临界功率, 且从光腰处入射, 则束宽的衍射展宽效应与非线性压缩效应可达到平衡, 形成空间光孤子; 当光束初始功率大于临界功率时, 开始时非线性压缩效应大于衍射效应, 束宽作压缩变化, 随着束宽的减小, 衍射效应逐渐增大, 达到一定程度时, 衍射效应大于非线性压缩效应, 束宽由压缩变为逐渐展宽; 随着束宽的展宽, 衍射效应又逐渐减小, 到达一定程度时, 非线性压缩效应又大于衍射效应, 束宽由展宽又变为逐渐减小。束宽周期性地展宽、压缩演化, 但其值始终不大于初始束宽, 所以称其为周期性压缩变化。当光束初始功率小于临界功率时, 束宽具有类似的演化规律, 但其值始终不小于初始束宽, 则称其为周期性展宽变化^[10]。

1+1 维高斯型光束在含有小损耗强非局域非线性介质中传输时, 由式(21)可知, 当损耗足够小($\ll 1$)、光束从光腰处入射、初始功率等于临界功率时, 即 $P_0 = P_c$, $z = 1 - 2$, $g_0(z) = 1$, $g(z) = 1 + (1 - 2)z/[2(1 - 3)]$, 束宽的展宽过程非常缓慢, 在传输距离不远时, 可近似得到束宽缓慢展宽的准空间光孤子——损耗光孤子(图 1(a))。当光束初始功率小于临界功率时, 束宽将按雅可比椭圆正弦函数和椭圆余弦函数作准周期展宽变化(图 1(b)); 当光束初始输入功率大于临界功率时, 束宽将从按雅可比椭圆正弦函数和椭圆余弦函数作准周期压缩变化过度到按雅可比椭圆正弦函数和椭圆余弦函数作准周期展宽变化(图 1(c))。

不管初始功率多大, 由于存在损耗, 光束功率会逐渐变小, 最终会变得比临界功率更小, 束宽最终会过度到作准周期展宽变化。值得一提的是当光束初始功率大于临界功率时, 束宽在从作准周期压缩变化过度到作准周期展宽变化的过程中, 存在一个光束功率等于临界功率状态, 似乎应该出现一个损耗孤子状态, 但实际上并没有出现(图 1(c)), 这是因为要形成损耗孤子, 不仅要求光束功率等于临界功率, 而且还要求此时光束处于光腰输入情形^[5]。

当 $z = 0$ 时, $g_0(z) = 0$, $P_0 = P_{c0}$, $g(z) = 0$, $K(k_m) = K_0 = \pi/2$, $T = T_0 = \pi/a_0$, 雅可比椭圆正弦函数和椭圆余弦函数退化为正弦函数和余弦函数^[15], 式(15), (21)变为

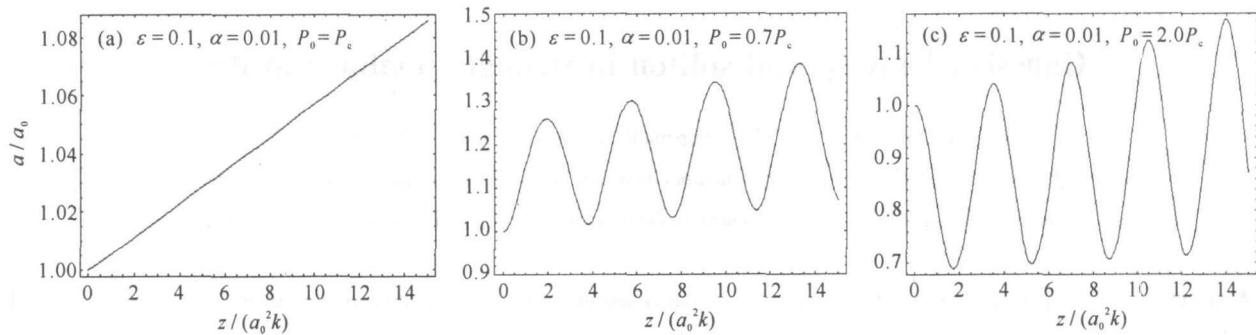


Fig. 1 Beam width vs transmission distance

图 1 束宽随传输距离的演化

$$g_0^2(z) = \cos^2(\omega_0 z) + \sin^2(\omega_0 z) \quad (22)$$

$$g(z) = g_0(z) + \frac{2}{3} \frac{g_0^5(z)z}{g_0^4(z)} \quad (23)$$

其结果与文献[14]得到的结果一致。

4 结 论

利用变分法研究了 $1+1$ 维高斯型光束在含有小损耗的弱一点的强非局域介质中的传输特性,得到了光束各参量的近似演化方程和束宽的演化规律,并指出在一般情形下,光束束宽在传输时不是按正弦函数和余弦函数作准周期性压缩或展宽变化,而是按雅可比椭圆正弦函数和椭圆余弦函数规律作准周期性压缩或展宽变化;在传输损耗足够小时,可以近似得到束宽随传输距离缓慢展宽的损耗光孤子,这对于进一步掌握非局域介质中光束的传输特性、实际非局域空间光孤子的特性,具有一定的参考意义。

参考文献:

- [1] Snyder A W, Mitchell D J. Accessible solitons[J]. *Science*, 1997, **276**(5318):1538-1541.
- [2] Guo Q. Nonlocal spatial solitons and their interactions[C]// Proc of SPIE. 2004, **5281**:581-594.
- [3] Guo Q, Luo B, Yi F, et al. Large phase shift of nonlocal optical spatial solitons[J]. *Phys Rev E*, 2004, **69**:016602.
- [4] 谢逸群, 郭旗. 非局域克尔介质中空间光孤子的相互作用[J]. 物理学报, 2004, **53**(9):3020-3024. (Xie Y Q, Guo Q. Interaction of optical spatial solitons in nonlocal Kerr media. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(9):3020-3024)
- [5] 郭旗, 许超彬. 偏离束腰入射对非局域非线性介质中高斯光束演化的影响[J]. 物理学报, 2004, **53**(9):3025-3032. (Guo Q, Xu C B. Influence of off-waist incidence on evolution of the Gaussian beam in the nonlocal nonlinear media. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(9):3025-3032)
- [6] 张霞萍, 郭旗. 强非局域非线性介质中光束传输的厄米高斯解[J]. 物理学报, 2005, **54**(7):3178-3182. (Zhang X P, Guo Q. Analytical solution in the Hermite-Gaussian form of the beam propagating in the strong nonlocal media. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(7):3178-3182)
- [7] 王形华, 郭旗. 椭圆高斯光束在强非局域非线性介质中的传输特性[J]. 物理学报, 2005, **54**(7):3183-3188. (Wang X H, Guo Q. The propagation properties of the elliptically Gaussian beam in strongly nonlocal nonlinear media. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(7):3183-3188)
- [8] 秦晓娟, 郭旗, 胡巍, 等. 椭圆强非局域空间光孤子[J]. 物理学报, 2006, **55**(3):1237-1243. (Qin X J, Guo Q, Hu W, et al. Strongly nonlocal elliptical spatial soliton. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(7):3178-3182)
- [9] 黄毅, 郭旗. 强非局域克尔介质中光束传输的变分问题[J]. 强激光与粒子束, 2005, **17**(5):655-659. (Huang Y, Guo Q. Variational approach to beam propagation in nonlocal Kerr media. *High Power Laser and Particle Beams*, 2005, **17**(5):655-659)
- [10] Guo Q, Luo B, Chi S. Optical beams in sub-strongly non-local nonlinear media: a variational solution[J]. *Opt Commun*, 2006, **259**:336-341.
- [11] 郭旗, 张霞萍, 胡巍, 等. 基于强非局域空间光孤子特性的光子开关和光子逻辑门[J]. 物理学报, 2006, **55**(4):1832-1839. (Guo Q, Zhang X P, Hu W, et al. Photonic switching and logic gating strongly nonlocal spatial optical solitons. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(4):1832-1839)
- [12] 邵毅全, 郭旗. 相位调制高斯光束在强非局域非线性介质中的传输特性[J]. 物理学报, 2006, **55**(6):2751-2759. (Shao Y Q, Guo Q. Propagation of modulated Gaussian beam in strongly nonlocal nonlinear media. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(6):2751-2759)
- [13] Ouyang S, Guo Q, Hu W. Perturbative analysis of generally nonlocal spatial optical solitons[J]. *Phys Rev E*, 2006, **74**:036622.
- [14] Huang Y, Guo Q, Cao J N. Optical beams in lossy non-local Kerr media[J]. *Opt Commun*, 2006, **261**:175-180.
- [15] 数学手册编写组. 数学手册[M]. 北京:高等教育出版社, 1979. (Mathematics handbook editorial group. Mathematics handbook. Beijing: Higher Education Press, 1979)

Gaussian lossy spatial soliton in strongly nonlocal media

WANG Xing-hua^{1,2}, XIE Ying-mao^{1,2}, WANG Lei¹, WU Shi-min¹

(1. School of Physics and Electronic Information, Gannan Normal University, Ganzhou 341000, China;

2. Institute of Applied Physics, Gannan Normal University, Ganzhou 341000, China)

Abstract: The propagation property of 1+1 dimensional Gaussian optical beam is investigated in small lossy strongly nonlocal nonlinear media by means of variational method. The evolution equations of the parameters, the beam width evolution law and a critical power are obtained for the beam. In the case of small loss, a lossy optical spatial soliton with beam width slow diffraction is found when the input power equals the critical power. When the input power is smaller than the critical power, the beam width takes quasi-periodical diffraction with the Jacobian elliptic sine and elliptic cosine functions. When the input power is larger than the critical power, it changes from quasi-periodical contraction to diffraction with the same functions.

Key words: Nonlinear optics; Variational method; Strongly nonlocal media; Nonlocal nonlinear Schrödinger equation; Small loss; Lossy soliton

※ ※ ※ ※ ※ ※

强辐射重点实验室 2007 年度学术交流会顺利召开

近日，强辐射重点实验室 2007 年度学术交流会在绵阳顺利召开。会议特别邀请了中电科技集团 11 所、电子科技大学、中科院大连化学物理研究所和成都光电技术研究所等院外单位的部分专家学者参加。实验室领导、各分室负责人和相关科研人员 120 余人参加了会议。

实验室副主任许州研究员在开幕词中表示，希望通过召开本次会议，进一步增强强辐射领域的学术交流与合作；拓宽视野、倡导创新精神；吸引、培养和锻炼青年科技人才；推动和促进强激光和高功率微波技术的加速发展。刘盛纲院士、桑凤亭院士、张凯研究员、马佳光研究员和张小民研究员等分别作了特邀报告。他们的报告紧密结合目前强辐射领域的关键技术和物理难题，介绍了国内外最新研究动态和发展趋势，反映了相关领域的的新进展和新成果，提出了新问题和新思想。

本次会议收到学术论文共 105 篇，内容涉及强激光物理与技术、DPL 技术、自由电子激光技术和高功率微波及加速器技术等相关专题，反映了近三年来实验室在强辐射领域取得的研究进展和科研成果。会前由办公室负责选录了其中近 60 篇论文，按照特邀报告、强激光技术、高功率微波及加速器技术汇编成了《强辐射论文集》(2005~2007)。会上，经各分室选送和推荐的 17 篇论文作了大会学术交流，最后评选出九所苏华等 9 位同志的论文为大会优秀论文。实验室副主任苏毅研究员和中电科技集团 11 所梅遂生研究员对大会学术交流情况作了点评和总结发言。

实验室主任杜祥琬院士作了“再谈光束质量——高能激光光束质量的四因子描述”的专题报告，并在总结讲话中结合当前的形势鼓励有志青年：一定要有忧患意识，具有奋勇拼搏的精神；一定要有新思想，敢于创新，做好技术储备，做一个有准备迎接机遇和挑战的人；要以严谨、科学、求是的态度对待科研工作，善于抓住机遇，加快步伐，团结协作，刻苦攻关，为我国高技术事业的发展贡献自己智慧和力量！（崔学芳）