

# 太湖水动力学三维数值试验研究 ——4. 保守物质输移扩散\*

胡维平 秦伯强

(中国科学院南京地理与湖泊研究所太湖湖泊生态系统研究站, 南京 210008)

**提 要** 物质输移扩散规律是大型浅水湖泊水质变化机理研究的重要内容, 对湖泊水环境的管理具有重要的现实意义. 本文在太湖湖流三维模型研究成果的基础上, 创建了太湖保守物质输移扩散三维数值模型, 并用之模拟了 1997 年冬季 1~2 月太湖总磷含量的变化. 计算结果表明, 模型计算值与观测值吻合. 本文所建的保守物质输移扩散模型, 可用于冬季太湖营养盐含量时空变化的计算.

**关键词** 保守物质 输移扩散 三维模型 太湖

**分类号** P343.3

太湖处长江三角洲平原地区, 其流域为我国经济发达地区之一, 拥有大小城市 38 座, 人口 3500 多万, 其经济总量占全国 1/7. 该区在我国社会经济的发展中具有极其重要的作用. 太湖是该区社会经济活动的重要水源地之一. 由于在社会生产发展过程中, 对环境问题重视不够, 导致大量污染物被排入湖泊, 局部水域严重污染, 水环境质量下降, 制约了地区经济社会的健康发展, 并危及人们的身体健康.

太湖环境问题受到了人们的广泛关注.“七五”期间, 国家攻关课题“太湖主要入湖污染物及控制研究”就进行了此方面的研究, 用数值模拟及野外断面观测方法对胥江口入梅梁湖污染物输移扩散进行了探讨<sup>①</sup>. 马生伟等于 1998 年也对太湖总磷分布进行了数值实验研究<sup>[1]</sup>. 中国科学院南京地理与湖泊研究所太湖生态系统实验研究站自 1991 年以来在梅梁湖湾设立测点观测其水质变化及湖湾顶部河道入湖污染物. 由于这些研究工作仅针对局部区域, 不能从整体和全局把握河流入湖污染物对太湖水质的影响, 不利于太湖环境的管理. 冬季太湖各种生命活动减缓, 植物对太湖水体中各种营养盐的吸收作用较小, 另一方面污染物营养盐化学降解作用减弱. 因此这一季节输入太湖水体中的污染物和营养盐可被看作为保守物质.

保守物质为在输移扩散过程中不存在物质转化和形态改变的物质. 因此在物质输移扩散过程时不需考虑其形态的转化, 扩散方程中无源项和汇项, 方程仅需考虑对流和扩散作用, 仅需要确定边界和物质扩散系数. 与保守物质相对的是非保守物质, 它在输移扩散过程中存在物质形态变化和转换, 在扩散方程中不但要考虑对流、扩散等动力作用, 还需考虑生物和化学作用, 因而扩散方程中不但有对流项和扩散项, 还有源项和汇项, 方程较保守物质输移扩散方程

\* 中科院知识创新工程项目(编号 KZCX2-31, KZCX1-SW-01-15)和丹麦大龙基金会共同资助.

收稿日期 2001-10-23, 收到修改稿日期 2002-05-29. 胡维平, 男, 1965 年生, 研究员.

①“七五”国家科技攻关环保项目“太湖主要入湖河道污染物总量控制研究”研究报告, 中国科学院南京地理与湖泊研究所, 1990.

复杂,不管是保守物质还是非保守物质的输移扩散,流场分布与变化是其研究的基础.胡维平、秦伯强等于 1999 年开展了太湖水动力学系列研究,进行了太湖风生流、风涌水数值模拟,建立了太湖风生流和水位变化的三维数值模型,探讨了太湖流场的垂直结构以及地形对太湖流场的影响<sup>[2~4]</sup>,为进行太湖保守物质输移研究奠定了基础.

## 1 太湖保守物质输移扩散控制方程

### 1.1 基本方程

在  $x, y, z$  坐标系下,太湖冬季营养盐与污染物的输移扩散过程可用如下方程表示:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = E_h \left[ \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ E_z \frac{\partial C}{\partial z} \right] \quad (1)$$

其中,  $C$  为营养盐或污染物的浓度,  $u, v, w$  分别为湖水运动速度在  $x, y, z$  方向的速度分量,  $E_h, E_z$  分别为水平与垂直扩散系数,参见文献[2].

边界条件为

$$z = \zeta : - E_z \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$$Z = -h : - E_z \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

其中,  $\zeta, h$  分别为水面偏离平衡位置的位移和初始平衡位置至湖底的深度.

底泥中营养盐因风浪的作用再悬浮沉降过程相对研究时间尺度是一快速过程,为模型计算的方便,在以上模型中被忽略.

经过  $\sigma$  坐标系的压缩变换后,保守物质扩散方程(1)可转化为<sup>[2,5,6]</sup>:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w^* \frac{\partial C}{\partial \sigma} = E_h \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} E_z \frac{\partial C}{\partial \sigma} \right) + \epsilon(C) \quad (4)$$

其中  $\epsilon(C)$  为水平扩散项经变换产生的小项

$$\begin{aligned} \epsilon(C) = & E_h \left\{ \frac{2}{H} \frac{\partial^2 C}{\partial x \partial \sigma} \left( \frac{\partial h}{\partial x} - \sigma \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2 C}{\partial \sigma^2} \frac{1}{H^2} \left( \frac{\partial h}{\partial x} - \sigma \frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 - 2 \frac{\partial C}{\partial \sigma} \frac{1}{H^2} \frac{\partial H}{\partial x} \left( \frac{\partial h}{\partial x} - \sigma \frac{\partial H}{\partial x} \right) \right\} \\ & + \frac{\partial C}{\partial \sigma} \frac{1}{H} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - \sigma \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \right) + \frac{2}{H} \frac{\partial^2 C}{\partial y \partial \sigma} \left( \frac{\partial h}{\partial y} - \sigma \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial^2 C}{\partial \sigma^2} \frac{1}{H^2} \left( \frac{\partial h}{\partial y} - \sigma \frac{\partial H}{\partial y} \right)^2 \\ & - 2 \frac{\partial C}{\partial \sigma} \cdot \frac{1}{H^2} \frac{\partial H}{\partial y} \left( \frac{\partial h}{\partial y} - \sigma \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial C}{\partial \sigma} \frac{1}{H} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} - \sigma \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) \} \end{aligned}$$

相应的边界条件为:

$$\sigma = 1 : \quad - E_z = \frac{\partial C}{\partial \sigma} = 0 \quad (5)$$

$$\sigma = 0 : \quad - E_z = \frac{\partial C}{\partial \sigma} = 0 \quad (6)$$

方程(4)(5)(6)连同文献[1]中流场的控制方程构成一闭合方程组,可进行数值求解.

### 1.2 数值求解的差分方程

求解保守物质输移扩散方程的差分网格以及其中的流场、水位等格点分布图同文献[1].浓度  $C$  分布于  $x, y$  方向整数网格点,而在  $\sigma$  方向则位于半数格点.保守物质输移扩散方程的平流项用迎风格式,垂直对流项用中央差分格式.压缩坐标下的保守物质对流扩散方程的差分方

程可表示成：

在点  $(i\Delta x, j\Delta y, (K_b - 0.5)\Delta\sigma)$ ,

$$\begin{aligned} \delta_i C = & -0.5 \cdot \{ (\bar{u}^x + abs(\bar{u}^x))\delta_x C - |_{i-0.5} + ((\bar{u}^x) - abs(\bar{u}^x))\delta_x C - |_{i+0.5} \} \\ & + w^* (K_b - 1) \cdot [ C - (K_b) - C - (K_b - 1) ] / \Delta\sigma \} - 0.5 \cdot \{ (\bar{v}^y + abs(\bar{v}^y))\delta_y C - |_{j-0.5} \\ & + (\bar{v}^y - abs(\bar{v}^y))\delta_y C - |_{j+0.5} \} + E_h (\delta_x (\delta_x C) + \delta_y (\delta_y C)) + \epsilon(C) \\ & - \frac{E_z}{H^2 \cdot (\Delta\sigma)^2} \{ \alpha \cdot [ C - (K_b) - C - (K_b - 1) ] + (1 - \alpha) \cdot [ C_+ (K_b) - C_+ (K_b - 1) ] \}; \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \epsilon(C) = & E_h \left\{ \frac{1}{H} \delta_{2x} \frac{C - (K_b - 1) - C - (K_b - 2)}{\Delta\sigma} [ \delta_{2x} h - (K_b - 0.5)\Delta\sigma \cdot \delta_{2x} H ] \right. \\ & - \frac{1}{H^2 \Delta\sigma} \frac{C - (K_b - 1) - C - (K_b - 2)}{\Delta\sigma} \cdot (\delta_{2x} h - (K_b - 0.5)\Delta\sigma \cdot \delta_{2x} H)^2 \\ & - \frac{1}{H^2} \frac{C - (K_b - 1) - C - (K_b - 2)}{\Delta\sigma} \delta_{2x} H (\delta_{2x} h - (K_b - 0.5)\Delta\sigma \cdot \delta_{2x} H) \\ & + 0.5 \frac{C - (K_b - 1) - C - (K_b - 2)}{\Delta\sigma} \frac{1}{H} [ \delta_x (\delta_x h) - (K_b - 0.5)\Delta\sigma \cdot \delta_x (\delta_x H) ] \\ & + \frac{1}{H} \delta_{2y} \frac{C - (K_b - 1) - C - (K_b - 2)}{\Delta\sigma} [ \delta_{2y} h - (K_b - 0.5)\Delta\sigma \cdot \delta_{2y} H ] \\ & - \frac{1}{H^2 \Delta\sigma} \frac{C - (K_b - 1) - C - (K_b - 2)}{\Delta\sigma} \cdot (\delta_{2y} h - (K_b - 0.5)\Delta\sigma \cdot \delta_{2y} H)^2 \\ & - \frac{1}{H^2} \frac{C - (K_b - 1) - C - (K_b - 2)}{\Delta\sigma} \delta_{2y} H (\delta_{2y} h - (K_b - 0.5)\Delta\sigma \cdot \delta_{2y} H) \\ & \left. + 0.5 \frac{1}{H} [ \frac{C - (K_b - 1) - C - (K_b - 2)}{\Delta\sigma} \delta_y (\delta_y h) - (K_b - 0.5)\Delta\sigma \cdot \delta_y (\delta_y H) ] \right\} \end{aligned}$$

在点  $(i\Delta x, j\Delta y, (k + 0.5)\Delta\sigma) \quad 1 \leq k \leq K_b - 1$ ,

$$\begin{aligned} \delta_i C = & -0.5 \cdot \{ (\bar{u}^x + abs(\bar{u}^x))\delta_x C - |_{i-0.5} + (\bar{u}^x - abs(\bar{u}^x))\delta_x C - |_{i+0.5} \} - w^* \delta_{2\sigma} C \\ & - 0.5 \{ (\bar{v}^y + abs(\bar{v}^y))\delta_y C - |_{j-0.5} + (\bar{v}^y - abs(\bar{v}^y))\delta_y C - |_{j+0.5} \} + E_h (\delta_x (\delta_x C) + \delta_y (\delta_y C)) \\ & + \epsilon(C) + \frac{E_z}{H^2 \cdot (\Delta\sigma)^2} \{ \alpha \cdot [ C - (k - 1) - C - (k - 2) ] + (1 - \alpha) \cdot [ C_+ (k - 1) - C_+ (k - 2) ] \} \end{aligned}$$

其中

$$\epsilon(C) = E_h \left\{ \frac{2}{H} \delta_{2x} (\delta_{2\sigma} C - [ \delta_{2x} h - (k + 0.5)\Delta\sigma \cdot \delta_{2x} H ]) + \frac{1}{H^2} \delta_{\sigma} (\delta_{\sigma} C) \cdot \right.$$

$$\left. (\delta_{2x} h - (k + 0.5)\Delta\sigma \cdot \delta_{2x} H)^2 - 2 \frac{1}{H^2} \delta_{\sigma} C - \delta_{2x} H (\delta_{2x} h - (k + 0.5)\Delta\sigma \cdot \delta_{2x} H) \right.$$

$$\left. + \delta_{2\sigma} (C) \frac{1}{H} [ \delta_x (\delta_x h) - (k + 0.5)\Delta\sigma \cdot \delta_x (\delta_x H) ] + \frac{1}{H} \delta_{2y} (\delta_{2\sigma} C - [ \delta_{2y} h - (k + 0.5)\Delta\sigma \cdot \delta_{2y} H ]) \right.$$

$$\left. + \frac{1}{H^2} \delta_{\sigma} (\delta_{\sigma} C) \cdot (\delta_{2y} h - (k + 0.5)\Delta\sigma \cdot \delta_{2y} H)^2 - 2 \frac{1}{H^2} \delta_{\sigma} C - \delta_{2y} H \right.$$

$$\cdot (\delta_{2y}h - (k + 0.5)\Delta\sigma \cdot \delta_{2y}H) + \delta_{2\sigma}(C^-) \frac{1}{H} [\delta_y(\delta_y h) - (k + 0.5)\Delta\sigma \cdot \delta_y(\delta_y H)] \}$$

在点  $(i\Delta x, j\Delta y, 0.5\Delta\sigma)$

$$\begin{aligned} \delta_t C = & -0.5 \cdot \{ (\bar{u}^x + abs(\bar{u}^x))\delta_x C^- |_{i+0.5} + w^*(1 [C-(2) - C-(1)] \Delta\sigma) \} \\ & - 0.5 \{ (\bar{v}^y + abs(\bar{v}^y))\delta_y C^- |_{j-0.5} + (\bar{v}^y - abs(\bar{v}^y))\delta_y C^- |_{j+0.5} \} + E_h (\delta_x(\delta_x C^-) + \delta_y(\delta_y C^-)) \\ & + \epsilon(C^-) + \frac{E_z}{H^2 \cdot (\Delta\sigma)^2} \{ \alpha \cdot [C-(2) - C-(1)] + (1 - \alpha) \cdot [C_+(2) - C_+(1)] \}, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \epsilon(C^-) = & E_h \{ \frac{1}{H} \delta_{2x} \frac{C-(2) - C-(1)}{\Delta\sigma} [ \delta_{2x}h - 0.5\Delta\sigma \cdot \delta_{2x}H ] + \frac{1}{H^2 \Delta\sigma} [ \frac{C-(2) - C-(1)}{\Delta\sigma} ] \\ & \cdot (\delta_{2x}h - 0.5\Delta\sigma \cdot \delta_{2x}H)^2 \\ & - \frac{1}{H^2} [ \frac{C-(2) - C-(1)}{\Delta\sigma} ] \delta_{2x}H (\delta_{2x}h - 0.5\Delta\sigma \cdot \delta_{2x}H) + 0.5 [ \frac{C-(2) - C-(1)}{\Delta\sigma} ] \\ & \cdot \frac{1}{H} [ \delta_x(\delta_x h) - 0.5\Delta\sigma \cdot \delta_x(\delta_x H) ] + \frac{1}{H} \delta_{2y} [ \frac{C-(2) - C-(1)}{\Delta\sigma} ] [ \delta_{2y}h - 0.5\Delta\sigma \cdot \delta_{2y}H ] \\ & + \frac{1}{H^2 \Delta\sigma} [ \frac{C-(2) - C-(1)}{\Delta\sigma} ] \cdot (\delta_{2y}h - 0.5\Delta\sigma \cdot \delta_{2y}H)^2 - \frac{1}{H^2} [ \frac{C-(2) - C-(1)}{\Delta\sigma} ] \\ & \cdot \delta_{2y}H (\delta_{2y}h - 0.5\Delta\sigma \cdot \delta_{2y}H) + 0.5 [ \frac{C-(2) - C-(1)}{\Delta\sigma} ] \frac{1}{H} [ \delta_y(\delta_y h) - 0.5\Delta\sigma \cdot \delta_y(\delta_y H) ] \end{aligned}$$

以上方程各表达式含义见文献 [2]。差分方程在点  $(i, j)$  闭合, 为一三对角方程组。式中的  $\alpha$  为一可调参数, 它和流场方程中的含义一致。

## 2 计算结果与分析

### 2.1 模式及计算程序误差的初步诊断

判断模型及计算程序是否存在错误, 是否合理, 是数值计算的重要内容。在模型调试过程中, 本项研究首先河道输入输出的营养盐及污染物为零, 并设立全湖的营养盐含量的初始值为常值 (2、4、6、8、10mg/L), 模型计算得到的水体中营养盐含量为常值 (2、4、6、8、10mg/L), 水体中营养盐含量不随时间和空间位置变化, 与理论解吻合。其次令全湖各点的营养盐浓度初始为零, 只有一条河道如閘江口向湖内输入营养盐或污染物 (模型计算中入湖河水污染物和营养盐含量取常值 0、4、8、12、20mg/L 及实测随时间变化序列)。在不考虑源和汇作用时, 湖内的营养盐或污染物总含量的模型计算结果与河道输入的营养盐或污染物总量相等, 满足物质守恒定律。它们初步说明了模式的可靠性。

### 2.2 1997 年冬季 1~2 月太湖总磷含量数值模拟

2.2.1 出入湖河道概化 太湖地处长江下游平原水网地区, 河道纵横交错。进出太湖的大小河道有二百多条。精确计算这些河道进出太湖的营养盐及水量是件十分复杂而繁重的工作。这需要在进出湖河口设置大量的断面, 测定各个时刻的流量和水中污染物含量, 因而获得这些数据难度较大。本文根据水利部门的多年监测结果, 对这些河道进行概化。据 1987 年至 1988 年环太湖 147 条环湖河道的巡测资料的结果, 可以把太湖出入湖河道概化为九条。它们为直湖

港、梁溪河、太隔运河、大埔河、苕溪、太浦河、瓜泾港、胥江、望虞河,与太湖交界分别为閘江口、梅园梁溪河口、百渎口、大浦口、长兜港、太浦口、瓜泾口、胥口、望亭望虞河口(图1)其中因直湖港和武进港入湖河口位置在一起,两条入湖河流被概化为一条,统称直湖港)。模拟计算所需的,以上河道流量及河水总磷含量为水利部太湖流域管理局提供的实测值。

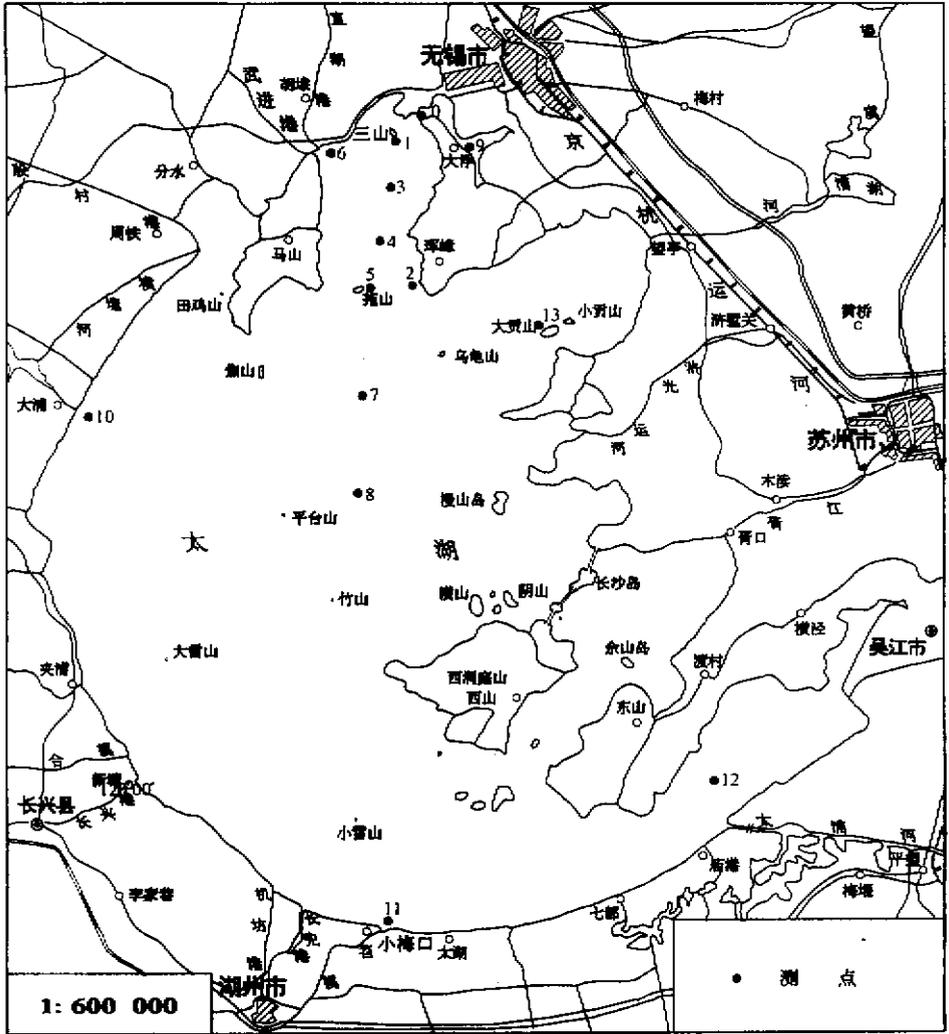


图1 太湖主要出入湖河道及太湖湖泊生态系统研究站监测点位图

Fig.1 Rivers entering into and out flow of Taihu Lake and sampling points of Taihu Laboratory for Lake Ecosystem Research

2.2.2 保守物质浓度场初值 太湖总磷模拟计算的各网格点的初始浓度由下式获得(参见文献[2]):

$$C_0 = \sum_i \frac{1.0/\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}{\sum_j 1.0/\sqrt{(x-x_j)^2+(y-y_j)^2}} \cdot C_{i0}(x_i, y_i)$$

$C_0$  为网格点初始时刻总磷含量,  $(x, y)$  为网格点坐标,  $i, j$  为中国科学院太湖湖泊生态系统研究站监测站点的编号,  $(x_i, y_i)$  为中国科学院太湖湖泊生态系统研究站第  $i$  个监测站点坐标,  $C_{i0}(x_i, y_i)$  为 1997 年 1 月 18 日第  $i$  点总磷含量监测值。

2.2.3 模拟计算期间风速风向 模拟期间太湖各点风速风向值取代表性较好中国科学院南京地理与湖泊研究所太湖湖泊生态系统研究站气象场的观测值。

2.2.4 模拟计算时间及模型参数 模拟计算的时间步长流场为 120s, 总磷浓度场为 1200s, 计算的网格距离为 1km. 浓度场水平扩散系数为  $5.0 \times 10^4 \text{cm}^2/\text{s}$ , 垂直扩散系数为  $4.0 \text{cm}^2/\text{s}$ . 模拟计算的时间为 1997 年 1 月 18 日至 2 月 22 日。

### 2.3 模拟计算结果与实测比较

模型计算结果与实测结果见表 1. 从该表的结果中可以看出, 模型与计算误差除 7、2 号点的误差较大外, 其他各点误差较小. 7 号点实测值大于计算值, 说明该点底泥再悬浮可能对总磷含量影响较大, 而 2 号点实测值小于计算值, 说明其中的颗粒态磷的沉降作用应予考虑. 总体来说, 本文模型具有较强的可靠性, 可用于冬季营养盐的输移扩散计算。

表 1 太湖模式计算值与实测的对比(1997 年 2 月 22 日)

Tab. 1 Comparison of the calculated results and observed results (22<sup>nd</sup> of Feb., 1997)

点号	2	4	5	7	8
计算值	0.102	0.117	0.098	0.076	0.066
实测值	0.084	0.129	0.096	0.12	0.075
误差	21%	9%	2%	36.7%	12%

## 3 结语

以上太湖冬季总磷数值模拟计算结果说明:

(1) 在冬季, 因水温较低, 太湖生命活动缓慢, 化学作用较弱, 营养盐的输移扩散计算, 仅需考虑水动力稀释扩散混合作用, 输移扩散方程中源与汇项可以忽略。

(2) 水体泥沙沉降与底泥在悬浮对模型计算值有一定影响. 提高模型的精确度, 需考虑泥沙沉降与再悬浮。

(3) 本文建立保守物质输移扩散模型可用于生命活动和化学作用较弱的冬季太湖营养盐输移扩散计算。

致谢 本文模拟计算各号入湖河道的流量及污染物含量资料由水利部上海太湖流域管理局防汛办公室吴浩云主任高级工程师提供, 在此表示衷心感谢。

## 参 考 文 献

- 1 马生伟 蔡启铭. 太湖风生流及其对总磷分布影响的数值研究. 太湖环境生态研究. 北京: 气象出版社, 1998. 30 ~ 41
- 2 胡维平 秦伯强 濮培民. 太湖水动力学三维数值试验研究——1. 风生流和风涌增减水的三维数值模拟. 湖泊科学, 1998, 10(4): 18 ~ 25
- 3 胡维平 秦伯强 濮培民. 太湖水动力三维数值试验研究——2. 典型风场风生流的数值计算. 湖泊科学, 1998, 10(4): 26 ~ 34
- 4 胡维平 秦伯强 濮培民. 太湖水动力三维数值试验研究——3. 马山围垦对太湖风生流的影响. 湖泊科学, 2000, 12(4): 335 ~ 342
- 5 朱耀华 方国洪. 陆架和浅海环流的一个三维正压模式及其在勃、黄、东海的应用. 海洋学报, 1994, 16(6): 11 ~ 26
- 6 梁瑞驹 仲金华. 太湖风生流的三维数值模拟. 湖泊科学, 1994, 6(4): 289 ~ 297

## A Three-Dimensional Numerical Simulation on the Dynamics in Taihu Lake, China ( IV ): Transportation and Diffusion of Conservative Substance

HU Weiping      QIN Boqiang

( *Nanjing Institute of Geography & Limnology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210008, P. R. China* )

### Abstract

Transportation and diffusion of nutrients and pollutants are one of the important processes in the large shallow Taihu Lake. They influence not only the distribution of water quality, but also the growth of phytoplankton and the algae bloom. Based on the results of a three-dimensional numerical simulation on the dynamics in Taihu Lake, China, a three-dimensional model of transportation and diffusion of conservative substance has been built. The model has been calibrated by the total phosphorus changes from Jan. 18 to Feb. 22, 1997. The model results in winter are coincided with the observed. It describes that the model can be used to calculate the pollutants and nutrients transportation and diffusion without consideration of biochemical processes in winter in Lake Taihu, China.

**Keywords** : Conservation substance ; transportation and diffusion ; three-dimensional model ; Taihu Lake