

文章编号: 1001-4322(1999)04-0482-05

三腔谐振腔渡越时间效应的小信号分析^{*}

范植开, 刘庆想, 刘锡三, 何 琥, 周传明

(中国工程物理研究院应用电子学研究所, 成都 527-55 信箱, 610003)

摘 要: 以小信号条件下入射相位为 φ_0 的单个电子在驻波电场中的运动为基础, 研究了电子束在三腔谐振腔 π 模驻波场中的渡越时间效应, 导出了三腔谐振腔的电子负载电导的表达式, 讨论了三腔谐振腔中束波能量交换情况。

关键词: 三腔谐振腔; 渡越时间效应; 小信号分析

中图分类号: TL 501.5 **文献标识码:** A

电子束注入谐振腔, 将在腔中激励起一系列的本征模, 这些本征模反作用于后进入的电子束, 使部分电子被加速, 部分电子被减速, 电子束与本征模的净能量交换随其在谐振腔中的(直流)渡越时间而变化, 这一过程称为渡越时间效应。

最早出现的基于渡越时间效应的振荡器是单腔管(Monotron)^[1,2], 又称渡越时间振荡器(Transit-Time Oscillator, TTO)。30 年代中期缪勒(Miller)及路维林(Llewellyn)分别作了单腔管实验。实验虽证实了单腔管能输出微波, 但其效率很低, 只有 0.2%, 所以没有得到实际应用。此后很长时间很少有人问津, 到了 90 年代初期, 沉寂半个多世纪的基于渡越时间效应的振荡器又重新受到人们的重视, 不过腔体形式已发生了变化, 不再是单腔管, 而是分离腔振荡器^[3](Split-Cavity Oscillator, SCO)及 Super-Reltron^[4], 它们都是基于渡越时间效应的两腔谐振腔微波振荡器, 其效率比单腔管高^[3,4]。

这一研究结果自然给我们提出这样的问题: 电子束在三腔谐振腔中的渡越时间效应是什么样的? 它与电子束在单腔谐振腔(如单腔管)、两腔谐振腔(如 SCO)中的渡越时间效应有什么不同? 三腔谐振腔中束波转换效率会更高吗? 为了回答这些问题, 我们引入了一套物理量, 用解析方法依次研究小信号条件下电子束在三腔谐振腔中第一腔、第二腔及第三腔的运动, 得出了与国外学者建立的单腔及两腔谐振腔中渡越时间效应小信号理论^[1,3,5]相同的结论(推导过程从略, 只给出推导方法及最终结果), 并进行了三腔谐振腔渡越时间效应的小信号分析。

1 本文采用的假定及方法

1.1 采用的基本假定

- (1) 一维模型, 电子只沿 z 方向运动, 电场只有 z 方向分量;
- (2) 小信号条件, $U_{\max} \ll U_0$, U_{\max} 为三腔谐振腔中任一腔上所加交变电压的幅值, U_0 为电子的加速电压;
- (3) 进入三腔谐振腔前, 电子束是直流, 电子速度为 v_0 ;
- (4) 忽略空间电荷效应和相对论效应;

^{*} 国家 863 激光技术领域资助课题
1999 年 2 月 3 日收到原稿, 1999 年 6 月 23 日收到修改稿。
范植开, 男, 1965 年 2 月出生, 讲师, 博士生

(5) 三腔谐振腔的本征模场是 π 模驻波场, 即各腔电场依次反相振荡, 并假定 $t = 0$ 时刻, 首腔电场的方向与电子速度 v_0 及 z 轴正向一致。

1.2 采用的方法及近似处理

先研究小信号条件下, 入射相位为 \mathcal{Q} 的电子在三腔谐振腔第一腔驻波电场中的运动。再在第一腔研究结果的基础上, 研究电子在第二腔驻波电场中的运动, 以此类推, 直到第三腔。考虑到 δ_v 和 η 均是微小量, $\delta_v \ll N \tau_0$, $\eta \ll 1$, 所以在小信号理论的推导中, 速度 v 可只保留到 1 阶微小量, 动能 E_k 只保留到 2 阶微小量, 忽略更高阶微小量。

2 三腔谐振腔中渡越时间效应的小信号分析

2.1 三腔谐振腔结构示意图及本征模场表达式

三腔谐振腔的基本结构如图 1 所示, 其 π 模驻波场的表达式可简化为

$$E = \begin{cases} E_{\max} \sin(\omega t + \mathcal{Q}), & 0 < z < d \\ - E_{\max} \sin(\omega t + \mathcal{Q}), & d < z < 2d \\ E_{\max} \sin(\omega t + \mathcal{Q}), & 2d < z < 3d \end{cases} \quad (1)$$

式中 \mathcal{Q} 为电子的入射相位, 它是相应于电子进入三腔谐振腔 $t = 0$ 时刻的初相; d 为每腔的间隙距离。

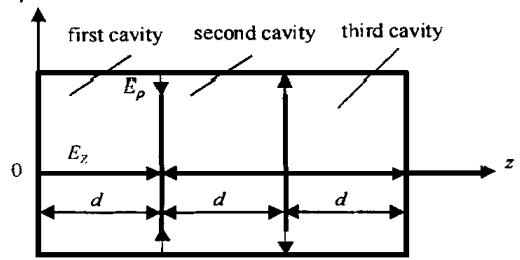


Fig. 1 Schematic of a three-cavity resonator

图 1 三腔谐振腔示意图

2.2 电子在三腔谐振腔中的运动

$$\text{运动微分方程 } m d^2 z / dt^2 = qE = - eE \quad (2)$$

速度方程

$$v(t, \mathcal{Q}) = \begin{cases} v_0 + (eE_{\max}/m\omega) [\cos(\omega t + \mathcal{Q}) - \cos\mathcal{Q}], & 0 < z < d \\ v(\tau_1, \mathcal{Q}) - (eE_{\max}/m\omega) [\cos(\omega t + \mathcal{Q}) - \cos(\omega\tau_1 + \mathcal{Q})], & d < z < 2d \\ v(\tau_2, \mathcal{Q}) + (eE_{\max}/m\omega) [\cos(\omega t + \mathcal{Q}) - \cos(\omega\tau_2 + \mathcal{Q})], & 2d < z < 3d \end{cases} \quad (3)$$

式中 τ_1, τ_2 分别表示电子在三腔谐振腔中前 1 个和前 2 个腔中的实际渡越时间。

运动方程:

$$z(t, \mathcal{Q}) = \begin{cases} [v_0 - (eE_{\max}/m\omega) \cos\mathcal{Q}]t + (eE_{\max}/m\omega^2) [\sin(\omega t + \mathcal{Q}) - \sin\mathcal{Q}], & 0 < z < d \\ d + [v(\tau_1, \mathcal{Q}) + (eE_{\max}/m\omega) \cos(\omega\tau_1 + \mathcal{Q})](t - \tau_1) - \\ (eE_{\max}/m\omega^2) [\sin(\omega t + \mathcal{Q}) - \sin(\omega\tau_1 + \mathcal{Q})], & d < z < 2d \\ 2d + [v(\tau_2, \mathcal{Q}) - (eE_{\max}/m\omega) \cos(\omega\tau_2 + \mathcal{Q})](t - \tau_2) + \\ (eE_{\max}/m\omega^2) [\sin(\omega t + \mathcal{Q}) - \sin(\omega\tau_2 + \mathcal{Q})], & 2d < z < 3d \end{cases} \quad (4)$$

2.3 电子在三腔谐振腔的实际渡越时间 τ_3 与直流渡越时间 $3\tau_0$ 相差的微小量 δ_3

$\tau_3 = 3\tau_0 + \delta_3$, 小信号条件下, $\delta_3 \ll 3\tau_0$, $\eta \ll 1$ (τ_0 为电子以直流速度 v_0 通过三腔谐振腔任一腔所用的时间, $\tau_0 = d/v_0$; η 为电子在时间 $1/\omega$ 内由最大电场力 eE_{\max} 所引起的动量变化与电子的初始动量 $m v_0$ 之比, $\eta = eE_{\max}/m\omega v_0$, η 无量纲, 在小信号条件下, 易证 $\eta \ll 1$)。

$$\delta_3(\mathcal{Q}) = - \eta [\sin(3\theta + \mathcal{Q}) - 2\sin(2\theta + \mathcal{Q}) + 2\sin(\theta + \mathcal{Q}) - \sin\mathcal{Q} - 2\theta\cos(2\theta + \mathcal{Q}) + 4\theta\cos(\theta + \mathcal{Q}) - 3\theta\cos\mathcal{Q}] / \omega \quad (5)$$

式中 θ 表示电子以速度 v_0 通过三腔谐振腔任一腔, 该腔内电场相位角的变化 ($\theta = \omega\tau_0 =$

$\omega l/v_0$ 。由 $\tau_3(\varphi) = 3\tau_0 + \delta_3(\varphi)$ 即可求出不同初相 φ 的电子在三腔谐振腔中的实际渡越时间 $\tau_3(\varphi)$ 。

2.4 电子离开三腔谐振腔的速度 $v(\tau_3, \varphi)$

$$v(\tau_3, \varphi)/v_0 = 1 + \eta[A_3(\theta, \varphi) + B_3(\theta, \varphi, \eta)] \quad (6)$$

式中
$$\begin{cases} A_3(\theta, \varphi) = \cos(3\theta + \varphi) - 2\cos(2\theta + \varphi) + 2\cos(\theta + \varphi) - \cos\varphi \\ B_3(\theta, \varphi, \eta) = -2\omega\delta_1 \sin(\theta + \varphi) + 2\omega\delta_2 \sin(2\theta + \varphi) - \omega\delta_3 \sin(3\theta + \varphi) \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \delta_1(\varphi) = -\eta \sin(\theta + \varphi) - \sin\varphi - \theta \cos\varphi / \omega \\ \delta_2(\varphi) = -\eta \sin(2\theta + \varphi) + 2\sin(\theta + \varphi) - \\ \sin\varphi + 2\theta \cos(\theta + \varphi) - 2\theta \cos\varphi / \omega \end{cases} \quad (8)$$

2.5 电子离开三腔谐振腔的动能 E_K

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2(\tau_3, \varphi) = \frac{1}{2} m v_0^2 \{1 + 2\eta[A_3(\theta, \varphi) + B_3(\theta, \varphi, \eta)] + \eta^2 A_3^2(\theta, \varphi)\} \quad (9)$$

计算 E_K 时, 只保留 2 阶微小量, 忽略 ηB_3 及 $\eta^2 B_3^2$ 项, B_3 是一个关于 η 的微小量。

2.6 单个电子对任意初相 φ 的平均动能 \bar{E}_K

$$E_K = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} E_K d\varphi = \frac{m v_0^2}{4\pi} \{2\pi + 2\eta \int_0^{2\pi} [A_3(\theta, \varphi) + B_3(\theta, \varphi, \eta)] d\varphi + \eta^2 \int_0^{2\pi} A_3^2(\theta, \varphi) d\varphi\} \quad (10)$$

经过繁杂计算, 可得
$$\bar{E}_K = \frac{m v_0^2}{2} [1 + \eta \mathcal{F}_3(\theta)] \quad (11)$$

式中
$$F_3(\theta) = [10 - 16\cos\theta + 8\cos(2\theta) - 2\cos(3\theta) - 8\theta \sin\theta + 8\theta \sin(2\theta) - 3\theta \sin(3\theta)] / \mathcal{G} \quad (12)$$

式中 $F_N(\theta)$ 表示电子束与 N 腔 ($N = 1, 2, 3$) 谐振腔 π 模驻波场净能量交换 $\Delta \bar{E}_K$ 、电子束得到功率 P 、电子负载电导 G_{bN} 及束波功率转换效率 η 等物理量相对大小的函数, $F_N(\theta)$ 无量纲。

2.7 单个电子平均动能的增量 $\Delta \bar{E}_K$

$$\Delta \bar{E}_K = \bar{E}_K - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 \eta \mathcal{G} F_3(\theta) = \frac{1}{2} m (e E_{\max} / m \omega)^2 \mathcal{G} F_3(\theta) \quad (13)$$

若把三腔谐振腔一维模型每个间隔上高频电压的幅值记为 U_{\max} , 则 $U_{\max} = E_{\max} d$, 电子直流加速电压为 U_0 , 则 $(1/2) m v_0^2 = e U_0$, 又 $\theta = \omega l / v_0$, 由这些关系式可将 (13) 式改写为

$$\Delta \bar{E}_K = e U_0 (U_{\max} / 2U_0)^2 F_3(\theta) \quad (14)$$

2.8 电子束得到的功率 P 及束波功率转换效率 η

$$P = \Delta \bar{E}_K n = \Delta \bar{E}_K I_0 / e = (I_0 U_{\max}^2 / 4U_0) F_3(\theta) \quad (15)$$

$$\eta = -P / (I_0 U_0) = - (U_{\max} / 2U_0)^2 F_3(\theta) \quad (16)$$

2.9 三腔谐振腔电子负载电导 G_{b3}

若把电子注从高频电场中得到的功率 P 等效为三腔谐振腔中任一间隙上的高频电压 $u = U_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$ 供给电子负载电导 G_{b3} 的功率, 则有

$$P = (1/2) U_{\max}^2 G_{b3} \quad (17)$$

$$G_{b3} = (G_0 / 2) F_3(\theta) \quad (18)$$

式中 $G_0 = I_0 / U_0$ 是电子注直流电导。

3 小信号条件下三腔谐振腔束波能量交换情况

画出函数 $F_3(\theta_0)$ 的曲线, 可清楚地看出小信号条件下三腔谐振腔中束波相互作用时的净能量交换随直流渡越角 θ_0 的变化情况, 见图 2。图中, PCR、NCR 分别表示正电导区 (Positive Conductance Region) 和负电导区 (Negative Conductance Region)。

分析图 2 知, 随着 θ_0 的增加, 当 $\theta_0 = 0 \sim 70\text{rad}$ 时, 电子负载电导 G_{b3} 达到第一个正最大值。 θ_0 进一步增加, 当 θ_0 在 $1.05 \sim 2.75\text{rad}$ 区间内 $G_{b3} < 0$, 出现第一个负电导区域。负电导意味着电子注不仅不吸收腔内高频电场的能量, 反而把自己动能的一部分交给高频场, 使高频场得以放大。三腔谐振腔在这个区域可以自激振荡, 这个区域是它第一个工作区, 也是它最佳工作区, 因为这个工作区的最大负能量交换比其他工作区的都大, 且 θ_0 最小。最佳工作区的最大负能量交换点称为最佳工作点, 其 $\theta_0 = 2.06\text{rad}$ 。实际工作时, 尽量使三腔谐振腔的工作点接近该点。从图 2 还可发现, 随着 θ_0 的增加, 正电导区与负电导区交替出现。对三腔谐振腔而言, 最先出现的是正电导区, 这与两腔谐振腔最先出现负电导区 (见图 4) 不同。

为了便于比较, 这里仅给出单腔、两腔谐振腔渡越时间效应小信号分析的最终结果, 推导过程从略, $F_1(\theta_0)$ ($F_1(\theta_0) = (2 - 2\cos\theta_0 - \theta_0\sin\theta_0)/\theta_0^3$), $F_2(\theta_0)$ ($F_2(\theta_0) = (6 - 8\cos\theta_0 + 2\cos(2\theta_0) - 4\theta_0\sin\theta_0 + 2\theta_0\sin(2\theta_0))/\theta_0^3$) 与 θ_0 的关系曲线分别示于图 3 和图 4。

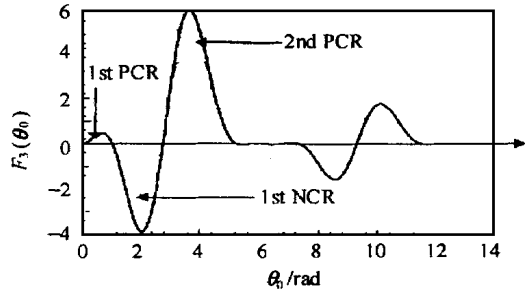


Fig 2 Plot of $F_3(\theta_0)$ of the three-cavity resonator vs θ_0
图 2 三腔谐振腔的 $F_3(\theta_0)$ 与 θ_0 的关系曲线

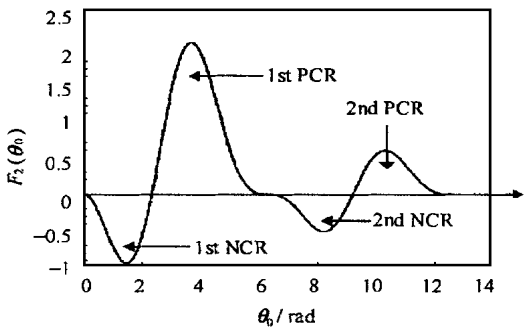
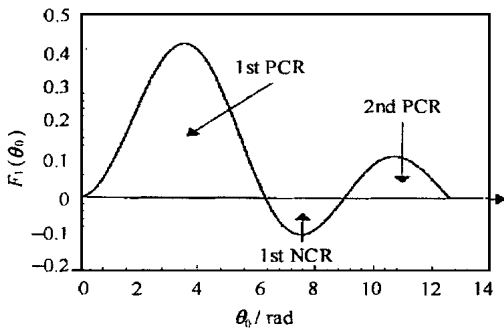


Fig 3 Plot of $F_1(\theta_0)$ of the single-cavity resonator vs θ_0
图 3 单腔谐振腔的 $F_1(\theta_0)$ 与 θ_0 的关系曲线

Fig 4 Plot of $F_2(\theta_0)$ of the double-cavity resonator vs θ_0
图 4 双腔谐振腔的 $F_2(\theta_0)$ 与 θ_0 的关系曲线

图 2 还表明, 对不同的 θ_0 , 亦即不同的渡越时间, 电子束与场的净能量交换不同, 可以为正、负或零。这种束与本征场相互作用引起净能量交换随电子束在场中渡越时间的不同而不同, 就是所谓的渡越时间效应。若保持 ω 和 U_0 不变 (v_0 也不变), 则可改变三腔谐振腔每腔间隙距离 d 来改变 θ_0 ($\theta_0 = \omega d/v_0$), 使其工作在 $\theta_0 = 2.06\text{rad}$ 处。

从最大功率转换效率 $(\eta)_{\max}$ 来看三腔要优于两腔和单腔, 三腔的最大功率转换效率是两腔的 4.15 倍, 是单腔的 39 倍 ($(\eta)_{\max} = - (U_m/2U_0)^2 F_N [(\theta)_{\text{opt}}]$, $(\theta)_{\text{opt}}$ 为 N 腔 ($N = 1, 2, 3$)



谐振腔最佳工作点处的 θ_0 值。单腔 $(\theta_0)_{\text{opt}} = 7.52\text{rad}$; 两腔, $(\theta_0)_{\text{opt}} = 1.47\text{rad}$; 三腔 $(\theta_0)_{\text{opt}} = 2.06\text{rad}$ 。

从振荡器最佳长度 L_{opt} 来看三腔要劣于两腔, 三腔的最佳长度是两腔的 2.10 倍, 但仍比单腔的好, 它只是单腔的 0.82 倍 ($L_{\text{opt}} = \text{腔数 } N \times d_{\text{opt}} = N \times (\theta_0)_{\text{opt}} \times v_0 / \omega$, $(\theta_0)_{\text{opt}}$ 为 N 腔 ($N = 1, 2, 3$) 谐振腔最佳工作点处的 θ_0 值)。

从最佳工作区的宽度来看, 三腔为 1.70rad , 二腔为 2.33rad , 单腔为 2.69rad , 三腔最佳工作区的宽度变窄了, 亦即它的可工作范围变窄了, 束压 U_0 的允许变化范围变窄了。

综上所述, 三腔谐振腔与两腔相比, 束波功率转换效率提高到了两腔的 4.15 倍, 但长度也增加到了两腔的 2.10 倍, 最佳工作区的宽度缩减到了两腔的 0.73 倍, 它们各有所长。从提高输出微波功率来看, 三腔有明显优势。这一优势在实验中已得到了证实^[7]。

4 结束语

本文用解析方法研究了小信号条件下电子束在一腔、二腔谐振腔中渡越时间效应, 得出的结论与国外学者的^[1, 2, 6]相同, 并首次研究了小信号条件下电子束在三腔谐振腔中的渡越时间效应。研究是在小信号条件下进行的。实际谐振腔只是在自激起振的开始阶段才满足小信号条件, 严格地讲本文的小信号理论(即线性理论)只能精确描述实际谐振腔自激起振开始阶段的束波相互作用。随着自激过程的深入, 微波场逐渐增大, 谐振腔将在大信号条件下工作, 此时, 应该用大信号理论(即非线性理论)进行研究。不过线性理论所预示的基本规律仍是正确的, 可为直接外推为非线性理论的物理解释提供依据^[6]。

参考文献

- 1 列别捷夫 · 讲, 成都电讯工程学院译 超高频电真空器件(上册). 北京: 人民教育出版社, 1960
- 2 Marcum J. Interchange of Energy between an Electron Beam and an Oscillating Electric Field *Journal of Applied Physics*, 1946, 17: 4~ 11
- 3 Marder B M, et al The Split-Cavity Oscillator: A High-Power E-Beam Modulator and Microwave Source *IEEE TRANSACTIONS ON PLASMA SCI*, 1992, 20, 3: 312~ 331
- 4 Miller R B, et al. Super-Reltron Theory and Experiments *IEEE TRANSACTIONS ON PLASMA SCI*, 1992, 20(3): 332~ 343
- 5 Mostron M A, et al Mission Res Corp., Albuquerque NM, Tech. Rep. MRC/ABQ-R-1030, 1988
- 6 Rowe J E. Nonlinear Electron-wave interaction phenomena New York: Academic Press, 1965
- 7 刘庆想 三腔渡越时间效应高功率微波振荡器研究 中国国防科学技术报告, 中物院应用电子学研究所, 1998

THE SMALL SIGNAL ANALYSIS OF THE TRANSIT-TIME EFFECT IN THE THREE-CAVITY RESONATOR

FAN Zhikai, LU Qingxiang, LU Xisan, HE Hu, ZHOU Chuanming
Institute of Applied Electronics, CAEP, P. O. Box 527-55, Chengdu, 610003

ABSTRACT: Based on the motion of the single electron whose incident phase is φ in standing wave electric field under the small signal condition, the transit-time effect of electron beam in π mode standing wave electric field in the three-cavity resonator is investigated, the expressions of electron load conductance in the three-cavity resonator are presented, and the beam-wave energy interchange in the three-cavity resonator is discussed

KEY WORDS: three-cavity resonator; transit-time effect; small signal analysis