第 18 卷 第 8 期 强 激 光 与 粒 子 束 Vol. 18, No. 8
2006 年 8 月 HIGH POWER LASER AND PARTICLE BEAMS Aug., 2006

文章编号： 1001-4322(2006)08-1327-05

任意纵向磁场中等离子体-腔漂移通道电磁波的解析解*

谢文楷， 王 彬， 吴蕾蕾

（电子科技大学 高能电子学研究所，成都 610054）

摘 要： 从麦克斯韦方程和双成分等离子体粒子在外部轴向磁场的线性化运动方程出发，推导出了任意纵向磁场中等离子体介电张量和等离子体-腔漂移通道的电磁波的解析解。结果表明在一般情形下，在位于外部均匀纵向磁场的等离子体波导中，不存在分离的轴对称 E 波和 H 波。在此基础上进一步得到轴对称波的具体解析式。单波近似下的结果和俄罗斯全俄电技术研究所 M. A. Zavjalov 等的结果一致。

关键词： 束-等离子体放大器； 行波管； 耦合腔； 电磁波解析解

中图分类号： TN122； TN128 文献标识码： A

在等离子体中产生电磁波的机理的首次探讨是基于等离子体波导作为慢波系统的思想[1-2]。其中，电子注可被相速小于电子速度的等离子体减速，能量交给慢波从而产生微波辐射。由于原理和技术的限制，这方面的研究进展缓慢。直到最近 20 年来，相对论电子束器件的出现促使等离子体加载微波源的理论与实验研究取得了重要进展。美国休斯研究实验室发明并开发的 Pasotron 以及俄罗斯全俄电技术研究所发明并开发的等离子体耦合腔行波管是最成功和著名的工作[3-4]。M. A. Zavjalov 等的实验研究表明了器件的高效率（电子效率不低于 40%）、高功率（连续波功率达到 20～30 kW）和宽频带（频率特性不均匀性不超过 3 dB 时带宽不小于 30%）[4]。这些综合指标是现有真空微波器件难以达到的。然而对此类器件的理论研究仍然处于初步阶段，大多采用等效线路法分析，场解则采用了强磁场下单波近似的结果[4-5]，因此有必要进一步深入探讨此类器件的机理。本文在文献[5-6]的基础上推导了任意纵向磁场中等离子体-腔漂移通道电磁波的解析解，所得结果对讨论等离子体波导中的带电粒子与电磁波相互作用的机理及各种参量有重要意义。

1 物理模型

描述电磁波同等离子体相互作用的一般方程为麦克斯韦方程和双成分等离子体粒子在外部轴向磁场的线性化运动方程[5-6]

$$M\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{V}}{\mathrm{d}t} = e(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{B}_0) - m\gamma(\boldsymbol{V}-\boldsymbol{v}), \qquad m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = -e(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}_0) + m\gamma(\boldsymbol{V}-\boldsymbol{v}) \tag{1}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{H} = \varepsilon\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t} + en_0(\boldsymbol{V}-\boldsymbol{v}), \qquad \nabla\times\boldsymbol{E} = -\mu_0\frac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial t} \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{v}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 为电子和离子速度的交变分量；n_0 为等离子体平均密度；m 和 M 分别为电子质量和离子质量；γ 为有效碰撞频率；$\boldsymbol{B}_0$ 为外加轴向均匀磁场；E 和 H 分别为等离子体中的交变电场和磁场。由于平衡等离子体是电中性的，所以离子密度 n_0^+ 等于电子密度 n_0^-。

假定电磁场和电子与离子的交变速度具有传播因子 $\exp[\mathrm{i}(\beta z-\omega t)]$，$\beta$ 为波矢量在传播轴向 z 方向的分量，则方程(1)和(2)可写成

$$-\mathrm{i}\omega M\boldsymbol{V} = e(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{B}_0) - m\gamma(\boldsymbol{V}-\boldsymbol{v}), \qquad -\mathrm{i}\omega m\boldsymbol{v} = -e(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}_0) + m\gamma(\boldsymbol{V}-\boldsymbol{v}) \tag{3}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{H} = -\mathrm{i}\omega\varepsilon\boldsymbol{E} + en_0(\boldsymbol{V}-\boldsymbol{v}), \qquad \nabla\times\boldsymbol{E} = \mathrm{i}\omega\mu_0\boldsymbol{H} \tag{4}$$

解方程(3)可得到电子和离子速度分量的表达式。这样，由(4)式可得到：$\nabla\times\boldsymbol{H} = -\mathrm{i}\omega\,\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{E}$（$\boldsymbol{\varepsilon}$ 为介电张量系数），其分量表达式为

* 收稿日期：2006-04-29； 修订日期：2006-06-09
基金项目：国家自然科学基金资助课题(60401006)；国防科技重点实验室基金资助课题
作者简介：谢文楷(1945—)，男，电子物理与器件工学硕士，教授，博士生导师，目前从事等离子体加载微波器件理论及实验研究工作；wkxie@uestc.edu.cn。

$$(\nabla\times\boldsymbol{H})_r=-\mathrm{i}k\varepsilon_1E_r+\varepsilon_2kE_\varphi,\quad(\nabla\times\boldsymbol{H})_\varphi=-\varepsilon_2kE_r-\mathrm{i}k\varepsilon_1kE_\varphi,\quad(\nabla\times\boldsymbol{H})_z=-\mathrm{i}k\varepsilon_3E_z \tag{5}$$

其中

$$\begin{cases}\varepsilon_1=1+\dfrac{\omega_\mathrm{p}^2(1+\mu)[\omega^2-\omega_\mathrm{c}\Omega_\mathrm{c}+\mathrm{i}\omega\gamma(1+\mu)]}{\Delta}\\ \varepsilon_2=\dfrac{\omega\omega_\mathrm{c}\omega_\mathrm{p}^2(\mu^2-1)}{\Delta}\\ \varepsilon_3=1-\dfrac{\omega_\mathrm{p}^2(1+\mu)}{\omega[\omega+\mathrm{i}\gamma(1+\mu)]}\end{cases} \tag{6}$$

式中：$\Delta=\omega^2\omega_\mathrm{c}^2(1-\mu)^2-[\omega^2-\omega_\mathrm{c}^2\Omega_\mathrm{c}+\mathrm{i}\omega\gamma(1+\mu)]^2$ 为一参量；$\omega_\mathrm{c}=eB_0/m$ 为电子回旋频率；$\Omega_\mathrm{c}=eB_0/M$ 为正离子回旋频率；$\mu=m/M$ 为电子与离子质量比。而 $\omega_\mathrm{p}^2=e^2n_0/\varepsilon m$ 为等离子体朗谬尔频率。

等离子体介电张量系数为

$$\boldsymbol{\varepsilon}=\begin{pmatrix}\varepsilon_1 & \mathrm{i}\varepsilon_2 & 0\\ -\mathrm{i}\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_3\end{pmatrix} \tag{7}$$

2 场分析

由(5)式可得到由 H_z 和 E_z 对 r 的偏导数来表达的场分量为

$$E_r=\mathrm{i}\beta(\varepsilon_1k^2-\beta^2)\delta^{-1}\frac{\partial E_z}{\partial r}-\varepsilon_2k^3\delta^{-1}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{\partial H_z}{\partial r} \tag{8}$$

$$E_\varphi=-\varepsilon_2k^2\beta\delta^{-1}\frac{\partial E_z}{\partial r}-\mathrm{i}k(\varepsilon_1k^2-\beta^2)\delta^{-1}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{\partial H_z}{\partial r} \tag{9}$$

$$H_r=\varepsilon_2k\beta^2\delta^{-1}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{\partial E_z}{\partial r}+\mathrm{i}\beta(\varepsilon_1k^2-\beta^2)\delta^{-1}\frac{\partial H_z}{\partial r} \tag{10}$$

$$H_\varphi=\mathrm{i}k\varepsilon_1\left(\frac{\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1}k^2-\beta^2\right)\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\delta^{-1}\frac{\partial E_z}{\partial r}-\varepsilon_2k^2\beta\delta^{-1}\frac{\partial H_z}{\partial r} \tag{11}$$

这里，$\delta=[(\varepsilon_1-\varepsilon_2)k^2-\beta^2][(\varepsilon_1+\varepsilon_2)k^2-\beta^2]$。

从(4)，(5)式，以及(8)～(11)式的分量式，可以得到电磁场的两个纵向分量方程

$$\mathrm{i}\varepsilon_2k\beta\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\Delta_\perp E_z-(\varepsilon_1k^2-\beta^2)\Delta_\perp H_z-\delta H_z=0 \tag{12}$$

$$\varepsilon_1\left(\frac{\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2}k^2-\beta^2\right)\Delta_\perp E_z+\mathrm{i}\varepsilon_2k\beta\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\Delta_\perp H_z+\varepsilon_3\delta E_z=0 \tag{13}$$

式中 $\Delta_\perp$ 为拉普拉斯算符的横向部分。解方程(12)和(13)可得

$$\Delta_\perp E_z+\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}(\varepsilon_1k^2-\beta^2)E_z-\mathrm{i}\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\varepsilon_3k\beta\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}H_z=0 \tag{14}$$

$$\Delta_\perp H_z+\left(\frac{\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2}k^2-\beta^2\right)H_z+\mathrm{i}\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\varepsilon_3k\beta\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_z=0 \tag{15}$$

由(14)式解得 H_z，代入(13)式；由(15)式解出 E_z，代入(12)式。得到对 E_z，H_z 的两个四阶微分方程

$$\Delta_\perp^2E_z+2p\Delta_\perp E_z+qE_z=0 \tag{16}$$

$$\Delta_\perp^2H_z+2p\Delta_\perp H_z+qH_z=0 \tag{17}$$

这里，$2p=[(\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2)/\varepsilon_1+\varepsilon_3]k^2-(\varepsilon_3/\varepsilon_1+1)\beta^2$，$q=(\varepsilon_3/\varepsilon_1)\delta$。

选择方程(16)的解在形式上满足

$$\Delta_\perp E_z+\tau^2E_z=0 \tag{18}$$

把这个解代入方程(16)，找到 τ^2 应当满足下列方程

$$\tau^4-2p\tau^2+q=0 \tag{19}$$

因此得到

$$\tau_1^2=p+\sqrt{p^2-q},\qquad\tau_2^2=p-\sqrt{p^2-q} \tag{20}$$

相关于 $\tau_{1,2}^2$，每个 E_z 满足的方程为

$$\Delta_\perp E_z^{1,2} + \tau_{1,2}^2 E_z^{1,2} = 0 \tag{21}$$

方程(16)的普遍解等于方程(21)的解的总和，即

$$E_z = E_z^{(1)} + E_z^{(2)} \tag{22}$$

再由方程(14)，给出纵向磁场 H_z 的表达式

$$H_z = -\frac{\mathrm{i}\varepsilon_1}{k\beta\varepsilon_2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left\{\left[\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}(\varepsilon_1 k^2 - \beta^2) - \tau_1^2\right]E_z^{(1)} + \left[\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}(\varepsilon_1 k^2 - \beta^2) - \tau_2^2\right]E_z^{(2)}\right\} \tag{23}$$

所有其余的场分量都可由(8)～(11)式给出。由方程(14)，(15)可见，位于外部均匀纵向磁场的等离子体中，一般不存在分离的轴对称 E 波和 H 波。

研究圆柱等离子体-腔漂移通道中轴对称波，假定等离子体柱半径等于漂移通道半径 a，则在等离子体-腔漂移通道中 $E_z^{(1)} = A\mathrm{J}_0(\tau_1 r)$，$E_z^{(2)} = B\mathrm{J}_0(\tau_2 r)$，因此，在区间 $0 \leqslant r \leqslant a$ 场分量可写为

$$E_z = A\mathrm{J}_0(\tau_1 r) + B\mathrm{J}_0(\tau_2 r) \tag{24}$$

$$E_\varphi = A\frac{\tau_1\delta^{-1}}{\varepsilon_2\beta}Q_1\mathrm{J}_1(\tau_1 r) + B\frac{\tau_2\delta^{-1}}{\varepsilon_2\beta}Q_2\mathrm{J}_1(\tau_2 r) \tag{25}$$

$$E_r = -\mathrm{i}\delta_1\tau_1 A\mathrm{J}_1(\tau_1 r) - \mathrm{i}\delta_2\tau_2 B\mathrm{J}_1(\tau_2 r) \tag{26}$$

$$H_z = -\frac{\mathrm{i}\varepsilon_1}{\varepsilon_2 k\beta}M_1 A\mathrm{J}_0(\tau_1 r) - \frac{\mathrm{i}\varepsilon_1}{\varepsilon_2 k\beta}M_2 B\mathrm{J}_0(\tau_2 r) \tag{27}$$

$$H_\varphi = -\mathrm{i}k\delta_3\tau_1 A\mathrm{J}_1(\tau_1 r) - \mathrm{i}k\delta_4\tau_2 B\mathrm{J}_1(\tau_2 r) \tag{28}$$

$$H_r = -\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{Q_1}{\varepsilon_2 k}\delta^{-1}\tau_1 A\mathrm{J}_1(\tau_1 r) - \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{Q_2}{\varepsilon_2 k}\delta^{-1}\tau_2 B\mathrm{J}_1(\tau_1 r) \tag{29}$$

其中

$$M_1 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left[\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}(\varepsilon_1 k^2 - \beta^2) - \tau_1^2\right], \qquad M_2 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left[\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}(\varepsilon_1 k^2 - \beta^2) - \tau_2^2\right],$$

$$Q_1 = \varepsilon_2^2 k^2\beta^2 + \varepsilon_1(\varepsilon_1 k^2 - \beta^2)\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}M_1, \qquad Q_2 = \varepsilon_2^2 k^2\beta^2 + \varepsilon_1(\varepsilon_1 k^2 - \beta^2)\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}M_2,$$

$$\delta_1 = \left[\beta(\varepsilon_1 k^2 - \beta^2) + \varepsilon_1 k^2 M_1\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}/\beta\right]\delta^{-1}, \qquad \delta_2 = \left[\beta(\varepsilon_1 k^2 - \beta^2) + \varepsilon_1 k^2 M_2\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}/\beta\right]\delta^{-1},$$

$$\delta_3 = \left\{\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left[(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2)k^2 - \varepsilon_1\beta^2\right] + \varepsilon_1 M_1\right\}\delta^{-1}, \qquad \delta_4 = \left\{\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left[(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2)k^2 - \varepsilon_1\beta^2\right] + \varepsilon_1 M_2\right\}\delta^{-1}。$$

设耦合腔结构周期为 D，间隙宽度为 d，且 $d \ll D$。即谐振间隙宽度与结构周期比较为小量，可以认为谐振间隙的轴向电场是均匀的。间隙上的边界条件为

$$E_z(a,z) = \begin{cases} E_0, & |z| < \dfrac{d}{2} \\ 0, & \dfrac{d}{2} < |z| < \dfrac{D-d}{2} \end{cases}; \qquad E_\varphi(a,z) = 0 \tag{30}$$

考虑到系统的周期性，等离子体-腔漂移通道内的场可以由方程(24)～(29)按弗洛奎定理展开得到

$$E_z = gE_0\sum_{n=-\infty}^{\infty}k_n\left[\tau_{n2}Q_{n2}\mathrm{J}_0(\tau_{n1}r)\mathrm{J}_1(\tau_{n2}a) - \tau_{n1}Q_{n1}\mathrm{J}_0(\tau_{n2}r)\mathrm{J}_1(\tau_{n1}a)\right]\times$$
$$\left[\tau_{n2}Q_{n2}\mathrm{J}_0(\tau_{n1}a)\mathrm{J}_1(\tau_{n2}a) - \tau_{n1}Q_{n1}\mathrm{J}_0(\tau_{n2}a)\mathrm{J}_1(\tau_{n1}a)\right]^{-1}\exp\left[-\mathrm{i}(\omega t - \beta_n z)\right] \tag{31}$$

$$E_r = -\mathrm{i}gE_0\sum_{n=-\infty}^{\infty}k_n\left[\delta_{n1}\tau_{n1}\tau_{n2}Q_{n2}\mathrm{J}_1(\tau_{n1}r)\mathrm{J}_1(\tau_{n2}a) - \delta_{n2}\tau_{n1}\tau_{n2}Q_{n1}\mathrm{J}_1(\tau_{n2}r)\mathrm{J}_1(\tau_{n1}a)\right]\times$$
$$\left[\tau_{n2}Q_{n2}\mathrm{J}_0(\tau_{n1}a)\mathrm{J}_1(\tau_{n2}a) - \tau_{n1}Q_{n1}\mathrm{J}_0(\tau_{n2}a)\mathrm{J}_1(\tau_{n1}a)\right]^{-1}\exp\left[-\mathrm{i}(\omega t - \beta_n z)\right] \tag{32}$$

$$E_\varphi = \mathrm{i}gE_0\sum_{n=-\infty}^{\infty}k_n\delta_n^{-1}\left[Q_{n1}Q_{n2}\tau_{n1}\tau_{n2}\mathrm{J}_1(\tau_{n1}r)\mathrm{J}_1(\tau_{n2}a) - Q_{n1}Q_{n2}\tau_{n1}\tau_{n2}\mathrm{J}_1(\tau_{n2}r)\mathrm{J}_1(\tau_{n1}a)\right]\times$$
$$\left\{\varepsilon_2\beta_n\left[\tau_{n2}Q_{n2}\mathrm{J}_0(\tau_{n1}a)\mathrm{J}_1(\tau_{n2}a) - \tau_{n1}Q_{n1}\mathrm{J}_0(\tau_{n2}a)\mathrm{J}_1(\tau_{n1}a)\right]\right\}^{-1}\exp\left[-\mathrm{i}(\omega t - \beta_n z)\right] \tag{33}$$

$$H_z = -\mathrm{i}gE_0\sum_{n=-\infty}^{\infty}k_n\left\{\varepsilon_1\left[M_{n1}\tau_{n2}Q_{n2}\mathrm{J}_0(\tau_{n1}r)\mathrm{J}_1(\tau_{n2}a) - M_{n2}\tau_{n1}Q_{n1}\mathrm{J}_0(\tau_{n2}r)\mathrm{J}_1(\tau_{n1}a)\right]\right\}\times$$

$$\{\varepsilon_2 k\beta_n[\tau_{n2}Q_{n2}J_0(\tau_{n1}a)J_1(\tau_{n2}a)-\tau_{n1}Q_{n1}J_0(\tau_{n2}a)J_1(\tau_{n1}a)]\}^{-1}\exp[-i(\omega t-\beta_n z)] \tag{34}$$

$$H_r=-igE_0\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\sum_{n=-\infty}^{\infty}k_n\delta_n^{-1}[Q_{n1}Q_{n2}\tau_{n1}\tau_{n2}J_1(\tau_{n1}r)J_1(\tau_{n2}a)-Q_{n1}Q_{n2}\tau_{n1}\tau_{n2}J_1(\tau_{n2}r)J_1(\tau_{n1}a)]\times$$
$$\{\varepsilon_2 k[\tau_{n2}Q_{n2}J_0(\tau_{n1}a)J_1(\tau_{n2}a)-\tau_{n1}Q_{n1}J_0(\tau_{n2}a)J_1(\tau_{n1}a)]\}^{-1}\exp[-i(\omega t-\beta_n z)] \tag{35}$$

$$H_\varphi=-igE_0\sum_{n=-\infty}^{\infty}k_n k[\delta_{n3}\tau_{n1}\tau_{n2}Q_{n2}J_1(\tau_{n1}r)J_1(\tau_{n2}a)-\delta_{n4}\tau_{n1}\tau_{n2}Q_{n1}J_1(\tau_{n2}r)J_1(\tau_{n1}a)]\times$$
$$[\tau_{n2}Q_{n2}J_0(\tau_{n1}a)J_1(\tau_{n2}a)-\tau_{n1}Q_{n1}J_0(\tau_{n2}a)J_1(\tau_{n1}a)]^{-1}\exp[-i(\omega t-\beta_n z)] \tag{36}$$

式中：$g=d/D$；E_0 为耦合腔谐振腔间隙中的轴向电场；$k_n=\dfrac{\sin(\beta_n d/2)}{\beta_n d/2}$；$\beta_n=\dfrac{\psi+2\pi n}{D}$表示空间谐波的纵向波数，为一系数，$\psi$ 为耦合腔相邻单元之间的波相位角；k 为真空波数。而 τ,p,q,δ,M,Q 的表达式则相应为

$$\tau_{n1}=[p_n+(p_n^2-q_n)^{1/2}]^{1/2},\qquad \tau_{n2}=[p_n-(p_n^2-q_n)^{1/2}]^{1/2},$$

$$p_n=\frac{1}{2}\left\{\left[\frac{\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1}+\varepsilon_3\right]k^2-\left[\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}+1\right]\beta_n^2\right\},\quad q_n=\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}\delta_n,\quad \delta_n=[(\varepsilon_1-\varepsilon_2)k^2-\beta_n^2][(\varepsilon_1+\varepsilon_2)k^2-\beta_n^2],$$

$$\delta_{n1}=[\beta_n(\varepsilon_1k^2-\beta_n^2)+\varepsilon_1k^2M_{n1}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}/\beta_n)]\delta_n^{-1},\qquad \delta_{n2}=[\beta_n(\varepsilon_1k^2-\beta_n^2)+\varepsilon_1k^2M_{n2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}/\beta_n)]\delta_n^{-1},$$

$$\delta_{n3}=\{\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}[(\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2)k^2-\varepsilon_1\beta_n^2]+\varepsilon_1M_1\}\delta_n^{-1},\qquad \delta_{n4}=\{\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}[(\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2)k^2-\varepsilon_1\beta_n^2]+\varepsilon_1M_2\}\delta_n^{-1},$$

$$M_{n1}=\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}[\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}(\varepsilon_1k^2-\beta_n^2)-\tau_{n1}^2],\qquad M_{n2}=\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}[\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}(\varepsilon_1k^2-\beta_n^2)-\tau_{n2}^2],$$

$$Q_{n1}=\varepsilon_2^2k^2\beta_n^2+\varepsilon_1(\varepsilon_1k^2-\beta_n^2)\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}M_{n1},\qquad Q_{n2}=\varepsilon_2^2k^2\beta_n^2+\varepsilon_1(\varepsilon_1k^2-\beta_n^2)\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}M_{n2}。$$

在单波近似下，忽略粒子间的有效碰撞频率（$\gamma=0$），则漂移通道内的场解为

$$E_z=\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty}A_nJ_0(\tau_n r)\exp[-i(\omega t-\beta_n z)] \tag{37}$$

$$E_r=-i\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty}\frac{\beta_n}{\tau_n}\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_r}A_nJ_1(\tau_n r)\exp[-i(\omega t-\beta_n z)] \tag{38}$$

$$H_\varphi=-\frac{ik}{\eta_0}\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty}\frac{1}{\tau_n}A_nJ_1(\tau_n r)\exp[-i(\omega t-\beta_n z)] \tag{39}$$

其中

$$\tau_n^2=(k^2\varepsilon_1-\beta_n^2)\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1},\quad \varepsilon_z=1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2},\quad \varepsilon_r=1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2-\omega_c^2},\quad A_n=\frac{gE_0}{J_0(\tau_n a)}\frac{\sin(\beta_n d/2)}{\beta_n d/2}。$$

这就是文献[4]的结果。

3 结 论

从麦克斯韦方程和双成分等离子体粒子在外部轴向磁场的线性化运动方程得出任意纵向磁场中等离子体介电张量和等离子体-腔漂移通道的电磁波的解析解。进一步得到任意轴向磁场等离子体-腔漂移通道中轴对称波场分量严格的具体解析式，表明在一般情形下，在此种等离子体波导中，不存在分离的 E 波和 H 波。文献[4]所用的场表达式为本文解析式的一种近似结果。利用此类严格解析式讨论等离子体波导中粒子与电磁波相互作用的机理及各种参量，将得到比文献[4]更为细致的结果。

参考文献：

[1] Achiezer A I, Fainberg Y B. About an interaction of beam of charge particles with electron plasma[J]. *Doklady AN USSR*, 1950, **73**(1): 555-556.

[2] Bohm D, Gross E P. Theory of plasma oscillations[J]. *Phys Rev*, 1949, **15**(12): 1864-1876.

[3] Fainberg Y B, Bliokh Y P, Kornilov E A, et al. Electrodynamics of hybrid plasma-waveguide delay structures[J]. *Doklady AN USSR*, 1990, **11**(1): 55-58.

[4] Zavjalov M A, Mitin L A, Pereovodchicov V I, et al. Powerful wideband amplifier based on hybrid plasma-cavity slow-wave structure[J]. *IEEE Trans on Plasma Science*, 1994, **22**(5): 600-607.

[5] Fainberg Y B, Zonbamehko M B. Electromagnetic wave in plasma in magnetic field[J]. *J of Technical Physics*, 1959, **29**(5):549-562.
[6] Ginzburg V L. The propagation of electromagnetic waves in plasma(2nd ed). Oxford: Pergamon Press, 1970.

Electromagnetic wave accurate expressions in plasma-cavity drift channel in arbitrary axial magnetic field

XIE Wen-kai,　WANG Bin,　WU Lei-lei
(*Institute of High Energy Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu* 610054, *China*)

Abstract: The plasma tensor dielectric permittivity and electromagnetic wave accurate expressions in the arbitrary axial magnetic field are obtained from the Maxwell's equations and the double component plasma particle linear movement equations. It is showed that E wave and H wave can't be separated in this kind of plasma wave-guide. The axial-symmetrical solutions for the field components are obtained, which have the same form as that in ref.[4] with the single-wave-approximation. The electromagnetic wave accurate expressions are very important for the research of the interaction between the plasma and the electromagnetic wave.

Key words: Beam-plasma amplifier; Traveling wave tubes; Coupled-cavity; Electromagnetic wave analytic solution