第24卷 第1期
2007年1月

科 技 进 步 与 对 策
Science & Technology Progress and Policy

Vol.24 No.1
Jan. 2007

马尔可夫链在高校教师人才流动预测中的应用

昝　欣[1], 宗　鹏[2], 吴祈宗[1]

(1.北京理工大学 管理与经济学院, 北京 100081; 2.唐山师范学院 数学系, 河北 唐山 063000)

摘　要: 高校教师人才的流动是高校人力资源管理人员普遍关注的重点问题之一。借助随机过程中著名的马尔可夫链模型, 以某高校教师人才流动的状态转移数据为算例, 建立了人才流动的预测模型, 并借助该模型对高校教师人才的流动趋势作出了预测分析, 力图为高校教师人才的流动预测提供一种新的思路。

关键词: 人才流动; 马尔可夫链; 随机过程; 人力资源

中图分类号: G645.12　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1001-7348(2007)01-0185-03

1　马尔可夫链释义

当给定了过程现在所处的状态, 如果过程将来发展的概率规律与过程的历史无关, 那么这一过程称为马尔可夫过程。若状态空间为离散的则称为马尔可夫(Markov)链。马尔可夫链的有限状态空间中的状态可以分为吸收态和非吸收态两大类。过程一旦进入吸收态就永远停留在该状态。从状态 i 出发经过一步转移到达状态 j 的概率称为马尔可夫链的一步转移概率 p_{ij}, 记 $P=(p_{ij})$为一步转移概率矩阵。根据线性代数理论, 若状态空间中含有吸收态, 则矩阵 P 可以分块如下:

$$P=\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Q & R \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

其中, Q 中的元素为由非吸收态到非吸收态的一步转移概率, R 中的元素为由非吸收态经过一步转移到达吸收态的概率, 而 I 为单位阵, 表示由吸收态到吸收态的一步转移概率矩阵。根据全概率公式及 C-K 方程, 由状态 i 出发经过 n 步转移的概率矩阵为:

$$P^{(n)}=\begin{bmatrix} Q^n & (I-Q)^{-1}(I^n-Q^n)R \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

而当 $n\to\infty$时, $Q^n\to 0$(因为 Q 中元素都小于 1)。故上式变为:

$$P^{(n)}=\begin{bmatrix} Q^n & (I-Q)^{-1}R \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

上式表示过程全被吸收, 而$(I-Q)^{-1}R$ 的元素表示过程目前处于右面吸收态最终进入吸收态的概率。若令 $B=(I-Q)^{-1}R$, 则 B 中的元素为由非吸收态出发最终到达吸收态的概率, 称矩阵 B 为全转移概率矩阵。记 $C=(c_{ik})$为一步转移条件概率矩阵, 其中 c_{ik} 表示由状态 i 出发在最终到达某一吸收态 j 的条件下, 在到达吸收态 j 之前一步转移到状态 k 的概率。由条件概率公式 $C_j=B_j^{\%-1}QB_j^{\%}$, 其中 $B_j^{\%}=\mathrm{diag}[b_{1j}, b_{2j}, \cdots]$。由非吸收状态 i 出发在最终到达吸收态的条件下, 访问各非吸收态的平均时间可由公式: $T_j=(t_{ij})=\sum_{n=0}^{\infty} c_{ij}(n)=\sum_{n=0}^{\infty} c_{ij}^n(1)=(I-c_j)^{-1}$ 来确定。

2　人员流动预测模型及算法步骤

高校教师的流动变化过程可被近似地看作一个马尔可夫链, 因此可使用马尔可夫分析方法建立描述人员流动变化趋势的 Markov 链模型。某高校教师的状态可以划分为初级教师、中级教师、高级教师、离职进修(指当年人事档案留在该校而外出进修的人员)、调离和退休 6 种状态, 其中前 4 种为非吸收态, 后两种为吸收态, 其状态传递见图 1。

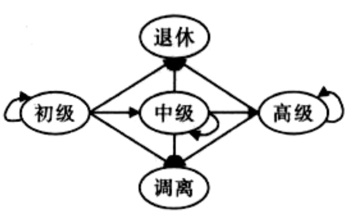

图 1　状态传递

图 1 直观地表达了各状态间的转移规律。例如由状态初级教师出发可到达初级教师、中级教师、高级教师、离职进修、调离、退休 6 种状态。而状态调离或退休却不能到达任何其它状态, 由初、中、高级教师状态分别转移到离职进修状态的人员在进修结束的当年仍然返回到原状态。例如

收稿日期: 2006-02-24

某初级教师外出进修几年后在返回该校的当年仍然是初级教师(暂不考虑其在进修期间的职称变动)。运用马尔可夫链模型预测高校教师人才流动变化趋势的算法步骤如下:

第一步,确定高校教师流动的一步状态转移概率矩阵 P。

$$P=(p_{ij})=\begin{bmatrix} Q & R \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

其中 Q 为由非吸收态到非吸收态的一步转移概率矩阵,R 为由非吸收态到吸收态的一步转移概率矩阵,I 为 2×2 阶方阵。

第二步,计算全转移概率矩阵 B。

$$B=(I-Q)^{-1}R=\begin{bmatrix} b_{15} & b_{25} & b_{35} & b_{45} \\ b_{16} & b_{26} & b_{36} & b_{46} \end{bmatrix}^{T}$$

T 表示矩阵的转置,其中 b_{ij} 表示由非吸收态 i 出发经过 n 步转移最终到吸收态的概率。

第三步,确定一步转移条件概率矩阵 c_j。

令 $B_j^{\%}=\begin{bmatrix} b_{1j} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{2j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{3j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{4j} \end{bmatrix}$

则 $c_j=B_j^{\%-1}QB_j^{\%}$。

第四步,计算平均访问时间 T_j。

$$T_j=(t_{ij})=\sum_{n=1}^{6} c_{ij}(n)=\sum_{n=1}^{6} c_{ij}^{n}(1)=(I-c_j)^{-1}$$

这里 t_{ij} 表示某教师由状态 i 出发在到达调离及退休两状态之前到达其它各状态的平均时间。

3　模型的应用举例

作者在获得某高校人事处 2000~2003 年教师人员流动统计数据的基础上,按照初级教师、中级教师、高级教师、离职进修、调离、退休 6 种状态之间的状态转移情况,列出状态转移数据如附表所示。

附表中的数据是指每年处于某状态的教师在上一年某类人员总数的基础上当年转移到其它状态的人数。如 2001 年在 2000 年共有 151 名初级教师的基础上,有 105 人继续停留在初级教师的位置,有 29 人转成中级教师,有 15 人离职进修,有 2 人调离。

附表　某高校教师人员状态转移

年	教师状态	初级教师	中级教师	高级教师	离职进修	调离	退休	总人数
2001	初级教师	105	29	0	15	2	0	151
	中级教师	0	141	47	34	5	1	228
	高级教师	0	0	118	7	6	5	136
	离职进修	12	22	4	18	0	0	56
2002	初级教师	97	39	0	15	5	2	148
	中级教师	0	109	32	26	1	2	170
	高级教师	0	0	154	8	0	3	165
	离职进修	12	17	4	16	0	0	49
2003	初级教师	85	40	0	14	1	0	140
	中级教师	0	79	32	21	4	2	138
	高级教师	0	0	166	9	4	7	186
	离职进修	11	14	5	14	0	0	44

如前所述,由初、中、高级教师状态分别转移到离职进修状态的人员在进修结束的当年仍然返回到原状态。因此,结合实际问题,当不考虑离职进修这一状态时,教师状态转移情况见图 2。

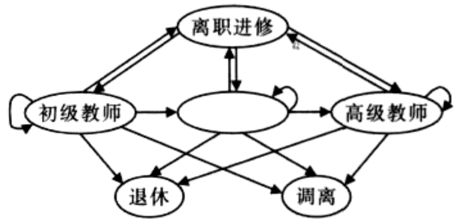

图 2　教师状态转移

从而,该高校教师人员流动的一步状态转移概率矩阵为:

$$P=\begin{pmatrix} 0.7777 & 0.202 & 0 & 0.017 & 0.004 \\ 0 & 0.801 & 0.175 & 0.016 & 0.008 \\ 0 & 0 & 0.949 & 0.021 & 0.03 \end{pmatrix}$$

其中 $Q=\begin{pmatrix} 0.777 & 0.202 & 0 \\ 0 & 0.801 & 0.175 \\ 0 & 0 & 0.949 \end{pmatrix}$

$$R=\begin{pmatrix} 0.017 & 0.004 \\ 0.016 & 0.008 \\ 0.021 & 0.03 \end{pmatrix}$$

经计算得: $B=\begin{pmatrix} 0.477 & 0.523 \\ 0.443 & 0.557 \\ 0.412 & 0.588 \end{pmatrix}$

$$C_4=\begin{pmatrix} 0.777 & 0.187 & 0 \\ 0 & 0.801 & 0.163 \\ 0 & 0 & 0.949 \end{pmatrix}$$

$$C_5=\begin{pmatrix} 0.777 & 0.215 & 0 \\ 0 & 0.801 & 0.185 \\ 0 & 0 & 0.949 \end{pmatrix}$$

$$T_4=\begin{pmatrix} 4.484 & 4.222 & 13.481 \\ 0 & 5.025 & 16.045 \\ 0 & 0 & 19.608 \end{pmatrix}$$

$$T_5=\begin{pmatrix} 4.848 & 4.853 & 17.57 \\ 0 & 5.025 & 18.194 \\ 0 & 0 & 19.608 \end{pmatrix}$$

由矩阵 T_4, T_5 可知,某高校教师最终到达调离、退休两个吸收状态之前,访问各个非吸收状态的平均年限。例如,某初级教师最终调离该校之前,担任初级、中级、高级教师的平均年限分别为 4.484、4.222 年、13.481 年;又如,某中级教师最终退休之前,担任中级、高级教师的平均年限分别为 5.025 年、18.194 年。

4　问题的进一步探讨

上面我们应用 Markov 链模型对某高校的人员流动变化趋势作出预测,但是没有考虑由于教师进修学习而发生的人员流动的变化,若对教师进修状态加以考虑,则由附表及图 1 可得各状态间的一步状态转移概率矩阵如下:

$$P=\begin{pmatrix} 0.652 & 0.225 & 0 & 0.1 & 0.018 & 0.005 \\ 0 & 0.61 & 0.21 & 0.151 & 0.019 & 0.01 \\ 0 & 0 & 0.898 & 0.049 & 0.022 & 0.031 \\ 0.236 & 0.353 & 0.089 & 0.322 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

应用矩阵 P 可预测该校某教师处于某种状态下经过若干年的变化情况。例如应用矩阵 P 来预测 2003 年该校某进修教师在 2003 年后的状态转移情况。该进修教师在 2003 年所处的状态向量为 $\pi_0=(0,0,0,1,0,0)$，则 2003 年之后的 10 年间该教师所处的状态向量经计算为:

$\pi_1=\pi_0P=(0.236, 0.353, 0.089, 0.322, 0, 0)$

$\pi_2=\pi_1P=(0.23, 0.382, 0.183, 0.185, 0.013, 0.007)$

$\pi_3=\pi_2P=(0.194, 0.35, 0.261, 0.149, 0.028, 0.018)$

$\pi_4=\pi_3P=(0.161, 0.31, 0.321, 0.133, 0.044, 0.03)$

$\pi_5=\pi_4P=(0.137, 0.272, 0.365, 0.121, 0.06, 0.45)$

$\pi_6=\pi_5P=(0.118, 0.24, 0.396, 0.112, 0.06, 0.45)$

$\pi_7=\pi_6P=(0.103, 0.212, 0.416, 0.103, 0.091, 0.074)$

$\pi_8=\pi_7P=(0.092, 0.189, 0.427, 0.096, 0.106, 0.09)$

$\pi_9=\pi_8P=(0.082, 0.17, 0.432, 0.09, 0.121, 0.106)$

$\pi_{10}=\pi_9P=(0.075, 0.154, 0.43, 0.084, 0.135, 0.121)$

以上向量的各元素依次表示在 2003 年已知该教师处于进修状态的情况下，进修结束返回学校后直到其调离或退休的概率，如图 3 所示。进修结束返校后担任初级教师、中级教师、高级教师的概率如图 4 所示。

5　结束语

“人是第一生产力”。随着知识经济的蓬勃发展，不仅高校教师人才的流动状况，甚至企业集团人才的流动状况都将成为人力资源管理活动中的重要考察指标。对于组织中人才流动趋势预测的问题，本文建立的预测模型对趋势

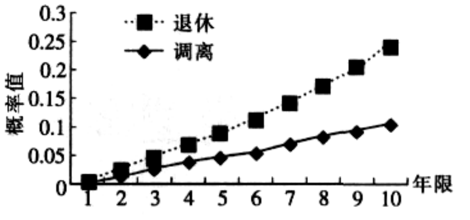

图 3

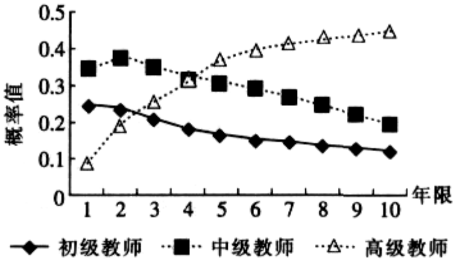

图 4

预测分析、具体业务环节当中的下阶段人员招聘等工作都具有一定的辅助和借鉴意义。但是模型本身还有待于在实践过程中进行不断的修改和完善。

参考文献:

[1]　李涛等.基于马尔可夫链的人力资本定价模型 [J] .现代电力，2003,20，(2)：85- 89.

[2]　夏莉等.马尔可夫链在股票价格预测中的应用 [J] .商业研究，2003，(10)：62- 65.

[3]　曹晋华,程侃.可靠性数学引论 [M] .北京：科学出版社，1986.

[4]　赵达纲，朱迎善.应用随机过程 [M] .北京：机械工业出版社，1993.

[5]　陆大金.应用随机过程 [M] .北京：清华大学出版社，1986.

(责任编辑：高建平)

A Forecasting for Talents Flowage by Markov-chain Model

Abstract: This paper presents a forecasting model for researching the problem of talents flowage by using the dada of state-transfer of teachers of one college, which bases on the famous Markov Chain of stochastic process. We analyze and forecast the trend of flowage of one college's teachers having the aid of this model. This thesis tries hard to offer a new thought for forecasting the trend of flowage of talents in organizations.

Key Words: talents folwage; Markov chain; stochustic process; the dada of state-transfer