

文章编号: 1001-4322(2002)03-0328-03

# 数字全息形貌测量的基本特性分析\*

刘 诚, 朱健强

(中国科学院 上海光学精密机械研究所, 高功率激光物理国家实验室, 上海 201800)

**摘 要:** 在对数字全息技术进行严格理论分析的基础上, 指出随单个 CCD 像元尺寸的减小可能被记录物体的横向尺寸将变大, 所允许的纵向尺寸却变小; 另一方面其系统误差和被测量值本身的大小成正比, 和横向分辨率成反比。

**关键词:** 数字全息; 系统误差; 分辨率; 形貌测量

**中图分类号:** O 438.1 **文献标识码:** A

在光学形貌测量技术中一般都采用成像干涉的方法, 即先对被测量物体成像, 然后采用干涉的方法测量像的位相, 并以此来确定物体的形貌。此类方法的测量精度在很大程度上依赖于成像镜头的质量, 在一般情况下, 不需要注意成像过程中的像差, 但随着对测量精度要求的提高, 当在微电子、光纤技术等领域需要进行纳米或深亚微米测量时, 镜头质量对测量精度的影响就变的甚为严重。用数字全息方法可以实现无透镜成像, 而且还有速度快、抗震动力强和方便计算等优点, 因此可以很方便的代替成像干涉法来测量物体形貌。数字全息由顾德门 40 年前提出, 随计算机技术的发展近年来才得到较多的实验研究<sup>[1]</sup>, 突出之处是能用于小尺度三维形貌的快速测量<sup>[2,3]</sup>, 根据文献<sup>[3]</sup>数字全息测量的分辨率可达纳米, 在光纤、微电路和生物细胞等微观测量领域<sup>[5,6]</sup>已经有一些应用研究。但由于对此技术的实验研究只是近年来的事情, 所以许多基本问题如测量精度、测量范围测量误差等都还很不清楚, 为此本文从理论上对此进行探讨。

## 1 数字全息的测量原理

数字全息的记录光路和普通平面全息完全相同, 如图 1 所示, 被记录物体的平面为  $x_0y_0$ , CCD 所在平面为  $xy$ , 两平行平面间距离为  $d$ , 若参考光为  $xz$  面内平行光, 振幅为  $R_0$ , 和  $z$  轴夹角为  $\pi/2 - \theta$  参考光  $x$  方向波数  $k_0 = \sin(\theta)/\lambda$ , CCD 记录的全息图可以写为

$$I(x, y) = |o(x, y)|^2 + R_0^2 + R_0 o(x, y) \exp(-j2\pi k_0 x) + R_0 o^*(x, y) \exp(j2\pi k_0 x) \quad (1)$$

将(1)式代入下面(2)式的离轴全息的菲涅尔再现公式<sup>[3]</sup>进行计算, 便可以得到被记录物体的再现像  $\Psi(x_0, y_0)$ ,  $\Psi(x_0, y_0)$  包含被记录物体的三维信息, 可以用来进行各种测量, (2)式中 DFT 表示傅里叶变换

$$\Psi(x_0, y_0) = \exp[-\frac{j\pi}{\lambda d}(x_0^2 + y_0^2)] * DFT\{I(x, y) \exp[-\frac{j\pi}{\lambda d}(x^2 - y^2)]\} \quad (2)$$

## 2 被测量物体横向尺寸和横向分辨率

普通全息的分辨率一般是由全息干板的尺寸决定, 被测量物体的尺寸大小形状只受到光源相干长度的限制。虽然数字全息和普通全息在原理上是一致的, 但在记录介质和再现方式上却有质的不同, 数字全息以 CCD 作为记录元件, CCD 的靶面的信息的记录密度和传统的银盐干板相比要低的多, 所以用 CCD 记录的数字全息图不能简单的沿用原有的解析形式, 必须用如下离散形式来表达。

$$I_e = I(x, y) \odot \text{rect}(\frac{x}{a}, \frac{y}{b}) \text{comb}(\frac{x}{a}, \frac{y}{b}) \text{rect}(\frac{x}{L_x}, \frac{y}{L_y}) \quad (3)$$

式中:  $I(x, y)$  为 CCD 靶面处的光强;  $a, b, L_x, L_y$  分别表示 CCD 靶面单个像素的长和宽及 CCD 靶面的总长和总宽; 式中卷积表示每个像素的亮度为像素面积上的平均; 梳状函数表示空间离散抽样; 第二个矩形函数表示 CCD 靶面的有效面积。全息可以看成是一个特殊的物像比为 1 的成像系统, 那么全息图的再现实像就是全息图

\* 第六届全国激光科学技术青年学术交流会优秀论文。

收稿日期: 2001-10-27; 修订日期: 2001-12-25

基金项目: 国家 863 惯性约束聚变领域资助课题

作者简介: 刘 诚(1971-), 男, 江苏徐州人, 主要研究方向为光信息处理和光学测量, 1996 年毕业于苏州大学, 并获硕士学位, 现为上海光机所博士研究生; 上海 800-211 信箱; E-mail: L iucheng96@hotmail.com。

在原被记录物体的位置的上夫琅和费衍射, 即一个以原物体为中心的全息图的傅里叶变换。上式的傅里叶变换为

$$g(x_0, y_0) = \tilde{I}_e(x, y) = L_x L_y a^2 b^2 \tilde{I}\left(\frac{x_0}{\lambda d}, \frac{y_0}{\lambda d}\right) \text{sinc}\left(\frac{ax_0}{\lambda d}, \frac{by_0}{\lambda d}\right) \otimes \text{com b}\left(\frac{ax_0}{\lambda d}, \frac{by_0}{\lambda d}\right) \otimes \text{sinc}\left(L_x \frac{x_0}{\lambda d}, L_y \frac{y_0}{\lambda d}\right) \quad (4)$$

由于数字全息的再现公式中用的是快速夫里叶变换, 相位角的取值范围为  $[-\pi, \pi]$ , 式中的梳状函数的卷积不起作用, 上式可以简化为。

$$g(x_0, y_0) = \tilde{I}_e(x, y) = L_x L_y a^2 b^2 \tilde{I}\left(\frac{x_0}{\lambda d}, \frac{y_0}{\lambda d}\right) \text{sinc}\left(\frac{ax_0}{\lambda d}, \frac{by_0}{\lambda d}\right) \otimes \text{sinc}\left(L_x \frac{x_0}{\lambda d}, L_y \frac{y_0}{\lambda d}\right) \quad (5)$$

所以再现像的最大宽度受 sinc 函数的限制, 再现像在案  $x$  方向的最大宽度为  $x_0 = \lambda d/a$ , 在  $y$  方向的最大宽度为  $y_0 = \lambda d/b$ 。由于在实际在全息再现像中同时存在三个像(共轭像、零级光和真实像)物体在  $x$  方向的最大宽度只是上述值的四分之一。所以数字全息中被测量物体的宽度受到 CCD 靶面单个像素宽度的限制, 在物体到 CCD 距离一定的前提下, 像素宽度越大能记录的物体横向尺寸越小。由上式可以看出, 被测量物体的横向分辨率受到 sinc 函数卷积的限制, 其能分辨的横向最小尺寸为 sinc 函数宽度的一半,  $\Delta x = L_x \lambda/d$ 。

### 3 数字全息的轴向分辨率和轴向景深

数字全息的测量原理和普通全息完全相同, 一个物体  $o$  按照图 1 的光路记录下离轴全息图后, 按照图 2 的光路图可以再现出物体的共轭像, 共轭像的位置和被测量物体的位置以全息图为轴对称分布。所以全息记录和再现过程可以看作是一个特殊的物像比为 1 的成像过程。

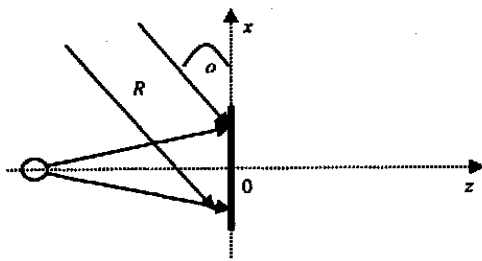


Fig 1 Optical system for the recording of digital hologram

图 1 数字全息记录光路图

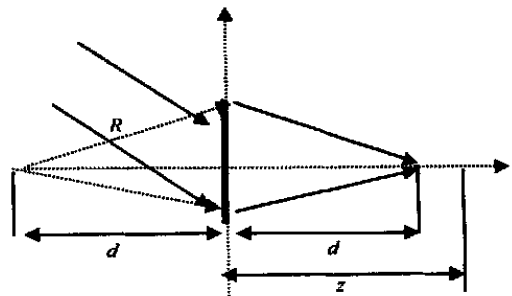


Fig 2 Optical system for the reconstruction of digital hologram

图 2 数字全息再现光路

以点物体为例, 物体的再现过程实际是参考光经过全息图的衍射而以理想像点为中心的傅里叶变换, 为简单考虑, 这里将简(2)式中的傅里叶变换用圆域傅里叶变换代替。

$$O(r', d) = \int_0^L P(r) J_0\left(-i2\pi r \frac{r'}{\lambda d}\right) r dr \quad (6)$$

考虑离焦点  $(r', z)$  点的光的复振幅。

$$O(r', z) = \int_0^L P(r) J_0\left[-i2\pi r \frac{r'}{\lambda z}\right] \exp\left[-i\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{z}\right)r^2\right] r dr \quad (7)$$

考虑像点在光轴上的特殊情形, 此时  $r' = 0$ 。

$$O(z) = \int_0^L P(r) \exp\left[-i\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{z}\right)r^2\right] r dr = \int_0^L \exp\left[-i2\frac{z-d}{zd}r^2\right] r dr \quad (8)$$

$\delta\mu = \delta z d (N.A.)^2 / 2\lambda z$ ,  $N.A. = L/d$  代表全息图的数值孔径,  $\delta z = z - d$  表示离焦距。

$$O(\delta\mu) = \int_0^1 \exp(-i2\pi\delta\mu r^2) r dr = \exp(-i\pi\delta\mu) \text{sinc}\delta\mu \quad (9)$$

$$I(\delta\mu) = |O(\delta\mu)|^2 = \sin^2\delta\mu = \sin^2\left[\frac{L^2\delta z}{2d\lambda(d+z)}\right] I(\delta z) \quad (10)$$

由于数字全息再现时, 只能再现被记录物体上和光轴垂直的平面上的光的复振幅分布, 当数字全息的再现平面和物体的像的实际位置之间的距离超过一定数值时  $d_{max}$ , 便难以得到物体的像, 所以数字全息用于微观物体的形貌测量时, 物体在纵深上的分布也不能超过此值的限制, 超过此值以外的部分不会被成像, 此最大值实际就是数字全息的景深, 从(10)式的结果可以看出, 光轴上理想物点的像在光轴方向上的光强分布是一个 sinc 函数。所以最大景深就是此 sinc 函数的宽度, 数字全息的轴向分辨率是此宽度的倒数。

所以, 数字全息景深为:  $\Delta d_{\max} = \frac{2d^2\lambda}{L^2 - 2d\lambda}$ ; 分辨率为:  $\Delta z = \frac{L^2 - 2d\lambda}{2d^2\lambda}$ 。

由此可见, 普通全息的景深一般只受到光源相干长度的限制, 而数字全息的景深却首先受到 CCD 靶面尺寸和物体到 CCD 靶面的距离的限制, 这是二者的区别。

#### 4 数字全息测量的系统误差

数字全息理论上将只能准确记录和再现平面物体, 用数字全息来进行形貌测量实际是以再现所得到的平面像的位相来代替物体的形貌分布, 这是一种原理上的近似, 由此近似所带来的误差就是数字全息测量时的系统误差。

由上述的数字全息的分辨率(9)式的分析可以看出, 不在再现平面上的物点所发出的光传播到再现平面上时, 不仅亮度发生变化同时位相也将发生变化, 用再现像所得到的物体形貌分部, 不仅包括真实分布还包括由于离焦所带来的误差, 此误差的大小为

$$\delta P = \pi \delta u = \frac{\pi^2 \delta z}{2d\lambda(d + \delta z)} \quad (11)$$

由(11)可以看出, 系统误差的大小和 CCD 靶面的尺寸的平方成正比, 和物体到 CCD 的距离成反比, 和所用的波长成反比。

#### 5 结 论

本文从理论上详细分析了数字全息形貌测量的基本性质。数字全息测量中被测量物体的横向尺寸由 CCD 靶面的像元精度和物体到 CCD 靶面的距离共同决定, 在距离一定的情况下单个像元的尺寸越小能记录的物体的尺寸越大。被测量物体的轴向尺寸也由 CCD 靶面的像元精度和物体到 CCD 靶面的距离共同决定, 但在距离一定的情况下单个像元的尺寸越小能记录的物体的尺寸越小。数字全息测量的系统误差和被测量值本身的大小成正比和横向分辨率成反比。

#### 参考文献

- [1] Goodman J W, Lawrence R W. Digital image formulation from electronically detected holograms[J]. *Applied physics letters*, 1967, **11**(3), 77—79.
- [2] Cuhe E, Marqret P, Depeursingle C. Simultaneous amplitude-contrast and quantitative phase-contrast microscopy by numerical reconstruction of Fresnel off-axis holograms[J]. *Applied Optics*, 1999, **38**(34): 6994—7001.
- [3] Cuhe E, Marqret P, Depeursingle C. Digital holography for quantitative phase-contrast imaging[J]. *Optics Letters*, 1999, **24**(5): 291—293.
- [4] Takaki Y, Kawai H, Ohzu H. Hybrid holographic microscopy free of conjugate and zero-order images[J]. *Applied optics*, 1999, **38**(23): 4990—4996.
- [5] Staffan S, Giancarlo P, Hans J T. Simultaneous three-dimensional dynamic deformation measurements with pulsed digital holography[J]. *Applied Optics*, 1999, **38**(34): 7056—7062.

### Basic characters of digital holographic profiling

L U Cheng, ZHU Jian-qiang

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, the Chinese Academy of Sciences, National Laboratory on High Power Laser and Physics, P. O. Box 800-211, Shanghai 201800, China)

**Abstract** Basic characters of digital holographic profiling including its system error, resolution, imaging depth, and the size limit of the recorded object are theoretically discussed in this paper. It is pointed out that the system error of digital holographic profiling is in proportion to the squared size of the CCD chip and in inverse proportion to the recording distance. This paper also pointed out that the resolution of digital holographic profiling and the maximum size of the recorded object are all proportional to the size of CCD chip and in inverse proportion to the recording distance, while its imaging depth increases with the recording distance.

**Key words:** digital holography; system error; resolving power; profiling