

文章编号:1001-9081(2008)05-1325-03

## 机会约束下贷款组合优化决策的方差最小化模型

宁玉富<sup>1,2</sup>, 唐万生<sup>1</sup>, 严维真<sup>1</sup>

(1. 天津大学 管理学院, 天津 300072; 2. 德州学院 计算机系, 山东 德州 253023)

(ning@tju.edu.cn)

**摘要:**通过把贷款的收益率刻画为模糊变量,提出了机会约束下贷款组合优化决策的方差最小化模型。针对贷款收益率是特殊的三角模糊变量的情况,给出模型的清晰等价类,对等价类模型用传统的方法进行求解。对于贷款收益率的隶属函数比较复杂的情况,应用集成模糊模拟、神经网络、遗传算法和同步扰动随机逼近算法的混合优化算法求解模型。数值算例验证了模型和算法的有效性。

**关键词:**贷款组合;机会约束;方差最小化模型;模糊变量;模糊模拟;遗传算法

**中图分类号:** TP301 **文献标志码:** A

### Variance minimization model for optimization decision-making of loan portfolio under chance constraints

NING Yu-fu<sup>1,2</sup>, TANG Wan-sheng<sup>1</sup>, YAN Wei-zhen<sup>1</sup>

(1. School of Management, Tianjin University, Tianjin 370002, China;

2. Department of Computer Science, Dezhou University, Dezhou Shandong 253023, China)

**Abstract:** Variance minimization model for optimization decision-making of loan portfolio under chance constraints was proposed by characterizing loan return rates as fuzzy variables. For the case where the loan return rates were special triangular fuzzy variables, the crisp equivalents of the models were given and could be solved with the traditional methods. The hybrid optimization algorithm was employed to solve the models where the membership functions of loan return rates were complex. The algorithm integrated fuzzy simulation, neural network, genetic algorithm and simultaneous perturbation stochastic approximation algorithm. Numerical examples illustrate the effectiveness of the models and the algorithm.

**Key words:** loan portfolio; chance constraints; variance minimization model; fuzzy variable; fuzzy simulation; Genetic Algorithm (GA)

## 0 引言

商业银行贷款组合决策模型及其求解方法吸引了国内外许多研究人员的兴趣<sup>[1-5]</sup>。文献[1]使用期权方法构造了模型,其中分析贷款担保是在多个借款人和一个担保人的框架下,以及在一个借款人和多个担保人的框架下具有随机利率的情形下进行的。通过仿真,发现了借款人和担保人的重要参数是如何影响贷款担保人的价值和违约概率的。结果表明,这些相关的参数在确定贷款保证组合和联合贷款保证方面起着关键的作用。文献[2]以0-1规划为工具,以VaR风险控制为约束条件,建立了基于存量与增量全部组合风险最小的贷款优化决策模型。文献[3]以银行各项资产组合收益最大化为目标函数,以法律、法规和经营管理约束为条件,运用逆向递推原理和线性规划方法,建立了商业银行贷款组合动态优化模型。文献[4]针对贷款组合优化决策模型的求解问题,以模拟退火算法为基础,利用设置记忆器和在算法后链接一个局部搜索过程的方法,对原有算法进行了改进。该算法可在求解大规模组合优化问题的迭代过程中实现快速调整,以兼顾解的质量和运行时间,快速找到最优解。文献[5]针对贷款组合优化决策模型的求解问题,提出了用于求解该问题的二进制粒子群算法。

自从 Zadeh 提出模糊集理论以来,模糊集理论得到了广泛的应用<sup>[6]</sup>。在可能性测度和必要性测度的基础上,文献[7,8]给出可信性测度的定义,并提出了可信性理论。在商业银行贷款组合优化决策中,很多情况下缺乏历史数据用于统计方法,以确定收益率服从的分布以及分布函数的参数,因此,根据决策者的经验把贷款的收益率刻画为模糊变量是合理的。针对收益率是模糊变量贷款组合的情形,本文应用可信性理论提出了机会约束下贷款组合优化决策的方差最小化模型,并给出特殊情况下模型的清晰等价类,这些等价类可以用传统的方法进行求解。对于贷款收益率的隶属函数比较复杂的情况,应用集成模糊模拟、神经网络、遗传算法和同步扰动随机逼近算法的混合优化算法求解模型。

## 1 准备知识

假设  $\Theta$  为非空集合,  $P(\Theta)$  表示  $\Theta$  的幂集。如果  $Pos$  是可能性测度,则三元组  $(\Theta, P(\Theta), Pos)$  称为可能性空间。如果  $\eta$  为从可能性空间  $(\Theta, P(\Theta), Pos)$  到实直线  $R$  上的函数,则称  $\eta$  是一个模糊变量。

假设  $\eta$  是可能性空间  $(\Theta, P(\Theta), Pos)$  上的模糊变量,它的隶属函数可由可能性测度  $Pos$  导出,即:

$$\mu(x) = Pos\{\theta \in \Theta \mid \eta(\theta) = x\}, x \in R \quad (1)$$

收稿日期:2007-11-09;修回日期:2008-02-25。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(70471049);中国博士后科学基金资助项目(20060400704)。

作者简介:宁玉富(1967-),男,山东济南人,副教授,博士,主要研究方向:不确定性决策、计算智能;唐万生(1962-),男,天津人,教授,博士生导师,主要研究方向:不确定性决策、金融工程;严维真(1969-),女,湖北黄梅人,博士,主要研究方向:不确定性决策、金融工程。

假设  $(\Theta, P(\Theta), Pos)$  是可能性空间,  $A$  是幂集  $P(\Theta)$  中的一个元素,  $A^c$  是  $A$  的对立事件. 则称  $Nec\{A\} = 1 - Pos\{A^c\}$  为事件  $A$  的必要性测度.

**定义 1**<sup>[9]</sup> 假设  $(\Theta, P(\Theta), Pos)$  是可能性空间,  $A$  是幂集  $P(\Theta)$  中的一个元素,  $A^c$  是  $A$  的补集. 则  $Cr\{A\} = \frac{1}{2}(1 + Pos\{A\} - Pos\{A^c\})$  称为事件  $A$  的可信性测度.

可以证明, 可信性测度  $Cr$  是自对偶的<sup>[9]</sup>. 若事件  $A$  的可信性为 1, 则必然成立, 反之, 若可信性为 0, 则必不成立.

**定义 2**<sup>[9]</sup> 设  $\eta$  为模糊变量, 则称  $E[\eta] = \int_0^{+\infty} Cr\{\eta \geq r\} dr - \int_{-\infty}^0 Cr\{\eta \leq r\} dr$  为模糊变量  $\eta$  的期望值(为了避免出现  $\infty - \infty$  情形, 要求上式右端中两个积分至少有一个有限).

**定义 3**<sup>[9]</sup> 设  $\eta$  为模糊变量, 且有有限的期望值  $E[\eta]$ , 则称  $Var[\eta] = E[(\eta - E[\eta])^2]$  为模糊变量  $\eta$  的方差.

假设  $f: R^n \rightarrow R$  是一个实值函数,  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$  是可能性空间  $(\Theta, P(\Theta), Pos)$  上的模糊向量, 则  $f(\xi)$  也是一个模糊变量, 它的期望值定义为:

$$E[f(\xi)] = \int_0^{+\infty} Cr\{f(\xi) \geq r\} dr - \int_{-\infty}^0 Cr\{f(\xi) \leq r\} dr. \quad (2)$$

在很多情形下, 要得到期望值  $f(\xi)$  的精确值是非常困难的, 可利用模糊模拟得到其近似值. 对期望值  $E[f(\xi)]$  的模糊模拟的步骤可参见文献[9]. 很容易得到关于模糊变量  $f(\xi)$  的方差  $Var[f(\xi)]$  的模糊模拟方法, 在此不再赘述.

## 2 机会约束下的方差最小化模型

1) 决策者如果想在贷款组合的收益率不低于预置收益率水平的可能性大于或等于某一预置可能性的条件下, 极小化贷款组合的风险, 则可建立如下的可能性约束下的方差最小化模型:

$$\begin{aligned} & \min Var[x^T \xi] \\ \text{s. t.} & \\ & Pos\{x^T \xi \geq R_0\} \geq 1 - \alpha \\ & \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ & x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  为决策向量,  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)^T$  为  $n$  种贷款的收益率组成的向量,  $R_0$  为预置的收益率水平,  $1 - \alpha$  为预置的可能性水平.

2) 决策者如果想在贷款组合的收益率不低于预置收益率水平的必要性大于或等于某一预置必要性的条件下, 极小化贷款组合的风险, 则可建立如下的必要性约束下的方差最小化模型:

$$\begin{aligned} & \min Var[x^T \xi] \\ \text{s. t.} & \\ & Nec\{x^T \xi \geq R_0\} \geq 1 - \alpha \\ & \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ & x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  为决策向量,  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)^T$  为  $n$  种贷款的收益率组成的向量,  $R_0$  为预置的收益率水平,  $1 - \alpha$  为预置的可能性水平.

3) 决策者如果想在贷款组合的收益率不低于预置收益率水平的可信性大于或等于某一预置可信性的条件下, 极小化贷款组合的风险, 则可建立如下的可信性约束下的方差最小化模型:

$$\begin{aligned} & \min Var[x^T \xi] \\ \text{s. t.} & \\ & Cr\{x^T \xi \geq R_0\} \geq 1 - \alpha \\ & \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ & x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  为决策向量,  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)^T$  为  $n$  种贷款的收益率组成的向量,  $R_0$  为预置的收益率水平,  $1 - \alpha$  为预置的可能性水平.

由于可信性测度  $Cr$  是自对偶的, 因此建议使用模型(5).

## 3 模型的清晰等价类

假设现有  $n$  种贷款的收益率分别为独立的三角模糊变量  $(a_i, b_i, b_i), i = 1, 2, \dots, n$ , 其中  $-1 \leq a_i < b_i$ . 则  $x^T \xi$  为三角模糊变量  $(\sum_{i=1}^n a_i x_i, \sum_{i=1}^n b_i x_i, \sum_{i=1}^n b_i x_i)$ . 根据可能性、必要性、可信性、方差的定义及可能性与隶属函数的关系, 可以得到下列结果:

$$Pos\{x^T \xi \geq R_0\} = \begin{cases} 1, & R_0 \leq \sum_{i=1}^n b_i x_i \\ 0, & R_0 > \sum_{i=1}^n b_i x_i \end{cases} \quad (6)$$

$$Nec\{x^T \xi \geq R_0\} = \begin{cases} 1, & R_0 \leq \sum_{i=1}^n a_i x_i \\ \frac{\sum_{i=1}^n b_i x_i - R_0}{\sum_{i=1}^n (b_i - a_i) x_i}, & \sum_{i=1}^n a_i x_i < R_0 \leq \sum_{i=1}^n b_i x_i \\ 0, & R_0 > \sum_{i=1}^n b_i x_i \end{cases} \quad (7)$$

$$Cr\{x^T \xi \geq R_0\} = \begin{cases} 1, & R_0 \leq \sum_{i=1}^n a_i x_i \\ \frac{\sum_{i=1}^n (2b_i - a_i) x_i - R_0}{2 \sum_{i=1}^n (b_i - a_i) x_i}, & \sum_{i=1}^n a_i x_i < R_0 \leq \sum_{i=1}^n b_i x_i \\ 0, & R_0 > \sum_{i=1}^n b_i x_i \end{cases} \quad (8)$$

$$Var[x^T \xi] = \frac{11}{128} \left[ \sum_{i=1}^n (b_i - a_i) x_i \right]^2 \quad (9)$$

从式(6)至(9)可以看出, 如果  $n$  种贷款的收益率分别为独立的三角模糊变量  $(a_i, b_i, b_i), i = 1, 2, \dots, n$ , 则模型(3)至(5) 分别可以转化成相应的清晰等价类即非线性规划.

下面给出模型(5)的清晰等价类.

**定理 1** 如果  $n$  种贷款的收益率分别为独立的三角模糊变量  $(a_i, b_i, b_i), i = 1, 2, \dots, n$ , 其中  $-1 \leq a_i < b_i$ , 则可信

性约束下的方差最小化模型(5) 等价于下列规划模型。

$$\begin{aligned} & \max \frac{11}{128} \left( \sum_{i=1}^n (b_i - a_i) x_i \right)^2 \\ \text{s. t.} & \\ & \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ & \sum_{i=1}^n a_i x_i < R_0 \\ & \sum_{i=1}^n b_i x_i \geq R_0 \\ & \frac{\sum_{i=1}^n (2b_i - a_i) x_i - R_0}{2 \sum_{i=1}^n (b_i - a_i) x_i} \geq 1 - \alpha \\ & x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \tag{10}$$

其中  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  为决策向量,  $R_0$  为预置的收益率水平,  $1 - \alpha$  为预置的可信性水平。

#### 4 基于模糊模拟的混合优化算法

对于收益率为三角模糊变量  $(a_i, b_i, b_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  的贷款组合问题, 可以把贷款组合的模型(3) ~ (5) 转化为清晰等价类, 再利用传统的方法对其进行求解。

然而, 当收益率的隶属函数比较复杂时, 模型(3) ~ (5) 没有清晰等价类, 因此, 不能用传统的方法对其进行求解。本文应用集成模糊模拟、神经网络、遗传算法和同步扰动随机逼近算法的混合优化算法求解上述模型。关于遗传算法、神经网络和同步扰动随机逼近算法的知识可参见文献[10-13]。下面以求解模型(5) 为例说明该算法的具体步骤。

1) 确定遗传算法中的种群规模  $pop\_size$ , 交叉概率  $Pc$ , 变异概率  $Pm$ , 迭代次数  $N$  和同步扰动随机逼近算法中的参数  $a, A, c, \alpha, \gamma$ ;

2) 使用模糊模拟技术为如下函数产生训练用的输入—输出数据  $x \rightarrow \begin{cases} Var[x^T \xi] \\ Cr\{x^T \xi \geq R_0\} \end{cases}$ , 其中  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ ,

$\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)^T$ ,  $R_0$  为预置的收益率水平。

3) 利用上述数据训练神经网络逼近目标函数和约束函数;

4) 随机产生  $pop\_size$  个可行的染色体。

5) 利用结合神经网络的同步扰动随机逼近算法来改善所有的染色体。

6) 通过神经网络计算所有染色体对应的目标函数值。

7) 按照目标函数值计算每一个染色体的适应度。

8) 通过旋转赌轮选择染色体。

9) 对依照交叉概率  $Pc$  选择的染色体进行交叉操作。

10) 利用结合神经网络的同步扰动随机逼近算法来改善由交叉操作产生的新的染色体。

11) 对依照变异概率  $Pm$  选择的染色体进行变异操作。

12) 利用结合神经网络的同步扰动随机逼近算法来改善由变异操作产生的新的染色体。

13) 重复 6) ~ 12) 共  $N$  次。

14) 利用结合神经网络的同步扰动随机逼近算法来改善上一步得到的所有染色体。

15) 输出具有最大适应度的染色体作为最优解。

特别地, 算法中训练神经网络的目的是为了在遗传算法

和同步扰动随机逼近算法中减少模糊模拟的次数, 从而提高算法的效率。

#### 5 数值算例

例 1 假设在模型(5) 中有 5 种贷款, 每种贷款的收益率分别为三角模糊变量  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5$ , 其中  $\xi_1$  为  $(-0.01, 0.02, 0.02)$ ,  $\xi_2$  为  $(-0.02, 0.01, 0.01)$ ,  $\xi_3$  为  $(-0.02, 0.015, 0.015)$ ,  $\xi_4$  为  $(-0.015, 0.015, 0.015)$ ,  $\xi_5$  为  $(-0.02, 0.03, 0.03)$ 。预置的收益率水平  $R_0$  为 0.2, 预置的可信性水平  $\alpha$  为 0.05。则模型(5) 可转化为非线性规划, 用传统的方法进行求解。最优解即最优贷款组合为  $(0.6537, 0.2433, 0.0645, 0.0385)$ , 方差为 0.0014。

例 2 假设在模型(5) 中有 5 种贷款, 每种贷款的收益率分别为模糊变量  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5$ , 其中  $\xi_1$  为三角模糊变量  $(-0.01, 0.02, 0.02)$ ,  $\xi_2$  为梯形模糊变量  $(-0.02, -0.01, 0.02, 0.02)$ ,  $\xi_3$  的隶属函数为  $\mu_{\xi_3}(x) = \begin{cases} 1 - (x - 0.03)^2, & -0.97 \leq x \leq 0.03 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ,  $\xi_4$  的隶属函数为  $\mu_{\xi_4}(x) = \begin{cases} 1 - (x - 0.04)^2, & -0.96 \leq x \leq 0.04 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ,  $\xi_5$  为三角模糊变量  $(-0.02, 0.03, 0.03)$ 。

预置的收益率水平  $R_0$  为 0.2, 预置的可信性水平  $\alpha$  为 0.05。利用基于模拟的混合优化算法求解模型(5), 算法中参数的设置如下: 模糊模拟 3000 次, 训练的三层前向神经网络有 4 个输入神经元, 15 个隐层神经元, 2 个输出层神经元。遗传算法迭代 300 次, 种群规模  $pop\_size = 30$ , 交叉概率  $Pc = 0.3$ , 变异概率  $Pm = 0.2$ 。同步扰动随机逼近算法迭代 2000 次,  $a = 0.016, A = 300, c = 0.002, \alpha = 0.602, \gamma = 0.101$ 。经过程序的一次运行, 得到最优贷款组合为  $(0.6537, 0.2433, 0.0645, 0.0001, 0.0384)$ , 方差为 0.0014。

#### 6 结语

由于把贷款的收益率刻画为模糊变量, 所以决策者的贷款决策只能是以某一可能性(必要性、可信性)水平满足约束。本文应用可信性理论和机会约束规划思想, 提出了极小化贷款组合的方差即贷款决策风险的三种模型, 并给出了求解模型的方法。由于模型中贷款收益率可以是任意的模糊变量, 因此模型更加符合商业银行实际的贷款决策问题。

#### 参考文献:

[1] CHANG C C, CHUNG S L, YU M T. Loan guarantee portfolios and joint loan guarantees with stochastic interest rates[J]. The Quarterly Review of Economics and Finance, 2006, 46(1): 16-35.  
 [2] 迟国泰, 洪忠诚, 许文. 基于存量与增量全部组合风险最小的贷款优化决策模型[J]. 管理科学, 2007, 20(3): 84-90.  
 [3] 许文, 董贺超, 迟国泰. 商业银行贷款组合动态优化模型研究[J]. 管理学报, 2006, 3(6): 652-661.  
 [4] 宫丽红, 刘则毅, 唐万生. 模拟退火算法在贷款组合优化决策中的应用[J]. 吉林大学学报: 信息科学版, 2003, 21(2): 143-147.  
 [5] 马慧民, 叶春明. 粒子群算法在贷款组合优化决策中的应用[J]. 计算机工程与应用, 2006, 14: 219-224.  
 [6] LIU BAO-DING. Uncertainty theory: An introduction to its axiomatic foundations[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2004.  
 [7] LIU BAO-DING. A survey of credibility theory[J]. Fuzzy Optimization and Decision Making, 2006, 5(4): 387-408.

## 2.2 由 SRO 获取 PID 精确参数

在获得 PID 控制器的初步参数后,将其作为初始值输入,使用 Matlab Simulink Response Optimization 工具,设置  $K_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  为待优化参数,不断减小  $goal$  参数中的  $rise\ time$  (上升时间),  $setting\ time$  (调节时间),  $overshoot$  (超调量) 等,进行重

复仿真,直到获得满意的结果。当设置期望的系统性能指标为:  $rise\ time = 0.05\ s$ ,  $setting\ time = 0.1\ s$ ,  $overshoot = 5\%$  时,实际获得的系统性能指标为:  $rise\ time \leq 0.005\ s$ ,  $setting\ time \leq 0.02\ s$ ,  $overshoot \leq 5\%$ 。满足电磁轴承性能要求。此时,  $k_p = 100.9279$ ;  $k_i = 38021$ ;  $k_d = 0.0154$ 。

表 1 优化过程表

Iter	F-count	$f(x)$	max constraint	step size	Directional derivative	First-order optimality	Procedure
0	1	0	0.045740				
1	17	0	0.045730	-6.1E-005	0	0.04870	
2	33	0	0.045720	-6.1E-005	0	0.00140	Hessian modified
3	49	0	0.045710	-6.1E-005	0	0.00139	Hessian modified
4	65	0	0.045700	-6.1E-005	0	0.00138	Hessian modified
5	81	0	0.045690	-6.1E-005	0	0.00137	Hessian modified
6	97	0	0.045680	-6.1E-005	0	0.00136	Hessian modified
7	113	0	0.045670	-6.1E-005	0	0.00135	Hessian modified
8	129	0	0.045660	-6.1E-005	0	0.00135	Hessian modified
9	145	0	0.045650	-6.1E-005	0	0.00134	Hessian Modified
10	164	0	0.045650	7.63E-006	0	0.00131	Hessian Modified
11	184	0	0.045650	-3.81E-006	0	0.00132	Hessian Modified
12	208	0	0.045650	-2.38E-007	0	0.00131	Hessian Modified twice
13	232	0	0.045650	-2.38E-007	0	0.26200	Hessian Modified twice
14	257	0	0.045650	1.19E-007	0	1.30000	Hessian Modified twice
15	285	0	0.045650	-1.49E-008	0	22.30000	Hessian Modified twice
16	290	0	0.045600	0.125	0	1.88E+004	Hessian Modified twice
17	292	0	0.013880	117	0	4.06E+003	
18	294	0	0.005768	1	0	1.26E+003	
19	296	0	0.001028	1	0	703.00000	
20	298	0	4.107E-005	1	0	37.80000	

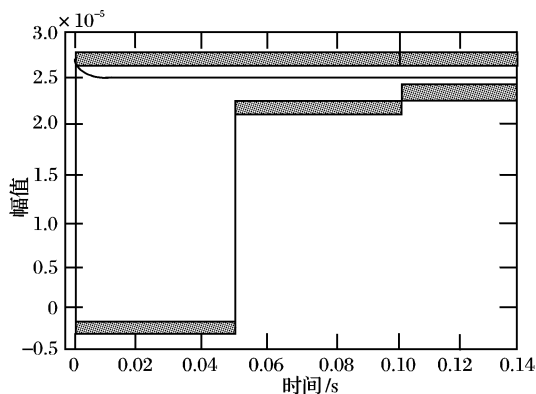


图 6 SRO 工具优化曲线

## 3 结语

可见,对电磁轴承影响最大的参数是放大系数  $K_p$  和微分时间常数  $T_d$ 。基于 Matlab Simulink 的 SISO 及 Simulink Response Optimization 工具,针对某一结构参数的电磁轴承控制系统进行的 PID 控制器设计与仿真,为电磁轴承控

制系统的设计提供了一种简洁高效的设计方法。

### 参考文献:

- [1] 施韦策 G, 布鲁勒 H, 特拉克斯勒 A. 主动磁轴承基础、性能及应用[M]. 虞烈, 袁崇军, 译. 北京: 新时代出版社, 1997.
- [2] 虞烈. 可控磁悬浮转子系统[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [3] 刘金铨. 先进 PID 控制 Matlab 仿真[M]. 2 版. 北京: 电子工业出版社, 2004.
- [4] 汪希平. 电磁轴承系统的参数设计与应用研究[D]. 西安: 西安交通大学, 1994.
- [5] 张亮, 房建成. 基于 Matlab 的电磁轴承开关功放建模与仿真研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2007.
- [6] SCHWEITZER G, BLEULER H, TRAXLER A. Active magnetic bearings-basics, properties and applications of active magnetic bearings(AMB)[M]. Switzerland: Vdf Hochschulverlag AG an der ETH Zurich, 1994.
- [7] AHRENS M, KUCERA L, LARSONNEUR R. Performance of a magnetically suspended flywheel energy storage device[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1996, 4(5): 494-502.
- [8] 刘宝庭, 赵瑞清, 王纲. 不确定规划及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [9] LIU BAO-DING, LIU YIAN-KUI. Expected value of fuzzy variable and fuzzy expected value models[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2002, 10(4): 445-450.
- [10] 张立明. 人工神经网络的模型及其应用[M]. 上海: 复旦大学出版社, 1993.
- [11] 王小平, 曹立明. 遗传算法—理论、应用与软件实现[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2002.
- [12] SPALL J C. Multivariate stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1992, 37: 332-341.
- [13] SPALL J C. Implementation of the simultaneous perturbation algorithm for stochastic optimization[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34(3): 817-823.

(上接第 1327 页)