

文章编号:1000-6893(2007)01-0217-05

液滴喷射过程微熔滴充电的理论建模

罗俊, 齐乐华, 杨方, 李莉, 蒋小珊

(西北工业大学机电学院, 陕西西安 710072)

Modeling of Droplet Charging in Droplet Spray Process

LUO Jun, QI Le-hua, YANG Fang, LI Li, JIANG Xiao-shan

(School of Mechatronic, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

摘要: 为了精确分析微熔滴在静电场中的带电量,建立了微熔滴形成时的静电感应模型,并针对液滴相互静电力影响,提出了预测熔滴平均带电量的算法。对不同频率下的熔滴充电过程进行有限元建模计算,得到了不同频率下微熔滴带电量与充电电压的关系,可以预测微熔滴的平均带电量。计算结果与实际结果吻合良好,比现有理论方法更为接近实际结果。

关键词: 熔滴; 静电场; 静电感应模型; 充电; 有限元

中图分类号: V260.1 **文献标识码:** A

Abstract: Exactly measuring droplet charging is the key to freeform fabrication by use of droplet spray. In this work, an electrostatic model of droplet charging is developed, and an algorithm for exactly predicting the charging on the droplet is presented, which reflects the electrostatic effects between droplets. The droplet charging model is solved in different conditions by finite element method (FEM). The charging amount is predicted with the algorithm basing on the FEM results. The relationship between the charging voltage and the charging are established in different disturbance frequencies. The results of simulation agree well with those of experiment and prove to be superior to those reported in the literature.

Key words: droplet; electrostatic field; electrostatic model; charge; FEM

均匀液滴喷射成型是近年来发展起来的一种快速成型新方法,它是利用离散-堆积的思想,将离散射流得到的微小熔滴材料,经强电场偏转后按需定位,从而实现三维形体的制造^[1]。该方法能够沉积金属材料,在航天、航空及民用领域具有广泛的应用前景。由于微熔滴带电量的大小及其充电模型直接影响熔滴定位距离和制件精度,因而一直受到研究者的关注。目前,对于液滴充电量的计算通常是采用辨识充电电容参数的方法进行^[2],成本较高,且预测精度完全依赖于实验精度。因而,寻求一种更有效的充电电量计算方法至关重要。本文在研究射流断裂时微熔滴表面形状的基础上,建立了熔滴充电的物理模型和数学模型,并利用数值分析方法对不同情况进行研究,计算结果与实际情况吻合良好。

1 问题的提出

目前普遍采用的液滴充电模型是带实验修正

参数的充电电容模型。G. LFillmore 等^[2]首先提出圆柱充电理论,此理论假设液滴形成之时是圆柱状的,据此得到圆柱状液滴的充电模型,液滴形成时与充电电极之间的电容表达式为

$$C_e = K \lg (S_o/S_e) \quad (1)$$

式中: K 和 S_o 为实验常数; S_e 为圆筒电极内径或平行板电极极板间距。该式只能计算单个液滴充电电量。

当一个液滴带电时,根据电荷同性相斥原理,下一个液滴的带电量将有所减小。假定液滴减小的电荷与邻近液滴的电量成正比,并设 α 为最邻近液滴的影响系数; β, γ 为第 2、第 3 个液滴的影响系数,有^[2]

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= -\Delta Q_{n-1}/Q_{n-1} \\ \beta &= -\Delta Q_{n-2}/Q_{n-2} \\ \gamma &= -\Delta Q_{n-3}/Q_{n-3} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中的电量及其减少量可以通过实验测出。通过迭代,可以得出液滴相互影响的充电电量

$$\left. \begin{aligned} Q_{n-3} &= -C_e V_{n-3} \\ Q_{n-2} &= -C_e V_{n-2} + C_e \alpha V_{n-3} \\ Q_{n-1} &= -C_e V_{n-1} + C_e [\alpha V_{n-2} + (\beta - \alpha^2) V_{n-3}] \\ Q_n &= -C_e V_n + C_e [\alpha V_{n-1} + (\beta - \alpha^2) V_{n-2}] - \\ &\quad (\alpha^3 - 2\alpha\beta + \gamma) V_{n-3} \end{aligned} \right\} (3)$$

式中: Q_n 为第 n 个液滴的电量; V_n 为第 n 个液滴的充电电位。

为了提高计算精度, 文献[3]对等效电容 C_e 进行了改进^[3],

$$C_e = \frac{2\pi\epsilon_0\lambda K_1}{\ln(K_2 S_c/d_j)} \quad (4)$$

式中: K_1, K_2 为实验参数; λ 为扰动波长; S_c 为圆桶电极内径或平行板电极板间距; d_j 为射流直径。采用圆柱模型方法进行计算的还有麻省理工的 Christian Henry Passow^[4], 由于没有加修正的计算结果, 在射流扰动频率不同时与实验结果偏差较大。

另外 M Suzuki 和 K Asno 等^[5]将液滴形成时的表面形状简化为球形, 并使用数值方法计算液滴充电电量, 但计算结果与实际相差较大。

本文针对目前精确预测充电电量的高成本和精度不高等问题, 建立了熔滴充电的物理模型和数学模型, 可以不依赖于实验而较为准确地预测充电电量。

2 模型的建立

2.1 物理模型的建立

据 Lord Rayleigh 提出的射流线性不稳定理论^[6], 在射流速度较小的情况下, 射流表面呈静脉曲张形式, 射流半径与轴向位置和时间的关系为

$$r = R - \eta_0 e^{\omega t} \cos kz \quad (5)$$

式中: r 为射流半径; η_0 为射流表面的初始扰动; k 为波数; ω 为扰动增长速率。液滴形成后, 液滴相互间距为一个扰动波长。在射流速度为 v , 扰动频率为 f 的条件下, 由 FLUENT 软件模拟得到射流断裂时的形态如图 1 所示。从图中可以看出, 正在形成的熔滴近似椭球形, 已形成的熔滴近似球形。椭球的长径 b 、短径 a 和球形的半径 R 可由模拟结果得到。熔滴充电的物理模型可由得到的射流表面形状与半径为 S_c 的充电电环构成。由静电学知, 由于熔滴之间静电场的影响, 第 1 个熔滴与随后形成的熔滴充电电量不同, 熔滴增多时各液滴之间存在电容, 如图 2 所示。考虑到熔滴之间的相互影响, 可以将正在形成的熔滴近似

为椭球, 将已产生的熔滴近似为球形, 令 2 个熔滴之间的距离为 λ , 便可建立起多熔滴充电物理模型(图 1)。

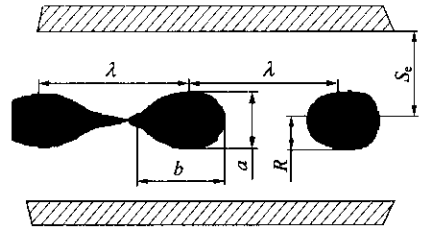


图 1 环形充电电极以及射流表面形状

Fig. 1 Ring charging electrode and shape of liquid surface

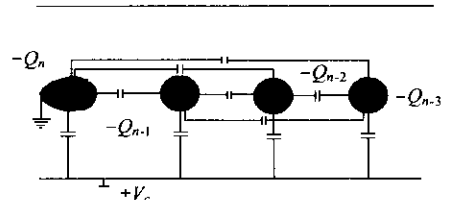


图 2 液滴之间的电容电路和物理模型

Fig. 2 Equivalent charging circuit for three previously charged droplets

2.2 数学模型的建立

在熔滴与充电电极之间的空间内建立静电场泊松方程^[7]

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (6)$$

式中: φ 表示充电电极内的电势。给定熔滴上的电位和电极上的电位便可以求解此泊松方程。由于熔滴的充电电容与所加初始条件无关, 因而可在一个充电模型中, 人为加载适当的电压边界条件

$$\varphi|_{S_i} = U_i \quad (7)$$

式中: S_i 为第 i 个熔滴的表面方程或电极内表面方程; U_i 为表面 S_i 的电压。用有限元方法求解可以得到电位分布 φ 。根据 $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$ 得到电场的分布, 进一步根据上述条件可计算出多导体体系的静电场能量 W ,

$$W = \frac{1}{2} \int_V \epsilon \mathbf{E}^2 dv = \frac{1}{2} \int_V \epsilon \text{grad}^2 \varphi dv \quad (8)$$

式中: ϵ 为介电常数。

电场能量与电容和电压的关系可以表示为

$$W = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{C} \mathbf{U} \quad (9)$$

式中: 矩阵 \mathbf{C} 中元素 C_{ij} 表示液滴(或电极) i 与 j

之间的部分电容^[7];矩阵 U 为熔滴表面电位矩阵。根据式(8)、式(9)可以计算出多导体体系中导体之间的部分电容矩阵 C 。由不同液滴个数的充电模型可以得到不同部分的电容矩阵。

在初始充电条件下,由式(9)可以得到熔滴的带电量

$$Q = CU \quad (10)$$

式中: Q 为熔滴电荷矩阵,初始充电条件包括电极电位边界条件和熔滴电荷边界条件。第 1 个熔滴

产生时,实际边界条件只有电位条件 U_1 ;第 i 个熔滴产生时,实际边界条件既有电位边界条件 U_i 又有电荷边界条件 Q_1, Q_2, \dots, Q_{i-1} 。随着熔滴远离射流断裂点,它对正形成熔滴的静电场作用逐渐减少为零,由静电场作用引起的熔滴带电量的变化可以忽略,所以随后产生的熔滴的带电量不再变化。取变化量小于 1% 时的电量作为多熔滴体系的电量 $Q_{均}$ 。第 i 个熔滴的充电电量以及 $Q_{均}$ 的计算流程如图 3 所示。

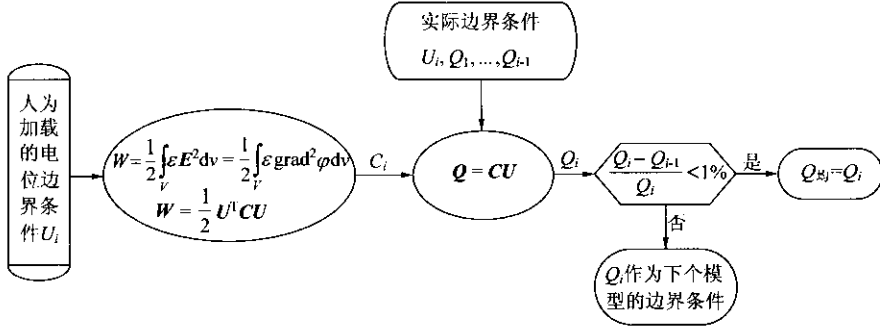


图 3 熔滴充电电量计算过程框图

Fig. 3 Flow chart for calculating charge of droplets

3 算 例

为了验证模型的准确性,对 100 μm 喷嘴产生的熔滴进行建模计算,其相关参数如表 1 所示。射流与正形成的熔滴具有相同的电位,因而射流不影响熔滴的充电,建模时可以忽略射流部分。

表 1 熔滴充电模型相关参数^[4]

Table 1 Parameters of the droplet charging model^[4]

扰动频率/kHz	熔滴半径 $R/\mu\text{m}$	扰动波长 $\lambda/\mu\text{m}$	正在形成熔滴的短径 $a/\mu\text{m}$	正在形成熔滴的长径 $b/\mu\text{m}$
15	91.5	600	159.8	239.800
25	77.0	360	134.6	201.789
喷嘴直径/ μm	喷射速度/ $(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	充电电环半径 S_e/mm	充电电环长度/ mm	
100	9	1.588	6.35	

由于正形成的熔滴形状复杂,采用数学解析的方法计算电场分布和电容较为困难,因此采用静电场的有限元方法进行求解。计算熔滴形成时,取熔滴与充电极之间的空间为网格划分区间,对于不同的熔滴数和不同频率条件下产生的射流分别建立有限元模型。图 4 为熔滴数为 5、扰动频率为 15 kHz 时的有限元网格划分情况。

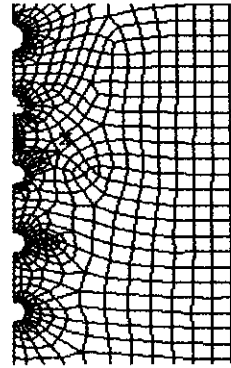


图 4 5 个液滴产生区间的有限元网格划分

Fig. 4 Meshing of space between five droplets and electrode

当充电电压为 200 V 时,由式(10)计算出 5 个熔滴所带电荷及其电位如表 2 所示。振动频率表 2 振动频率分别为 15 kHz 和 25 kHz 时熔滴所带的电量和及其电位

Table 2 The charges and potentials of drops generated with the disturbance frequencies of 15 kHz and 25 kHz

扰动频率/kHz	$Q_1/ (10^{-12}\text{C})$	U_1/V	$Q_2/ (10^{-12}\text{C})$	U_2/V	$Q_3/ (10^{-12}\text{C})$
15	-2.172	-21.428	-1.936	-27.288	-1.89
25	-1.820	-29.120	-27.290	-40.050	-1.42
扰动频率/kHz	U_3/V	$Q_4/ (10^{-12}\text{C})$	U_4/V	$Q_5/ (10^{-12}\text{C})$	U_5/V
15	-30.00	-1.871	-31.51	-1.866	0
25	-46.15	-1.390	-52.18	-1.372	0

为 25 kHz 时,第 5 个熔滴产生时的电位云图如图 5 所示。由表 2 知,第 5 个熔滴充电量减少为 0.9%,可取第 5 个熔滴的电量作为连续充电熔滴的平均值。

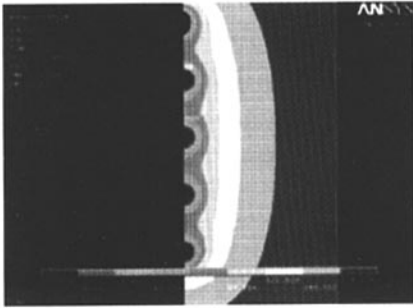


图 5 5 个熔滴在电极中的电位云图

Fig. 5 Potential distribution around five droplets in ring electrode

4 结果与讨论

根据表 2 的数据及式(2),可以计算出振动频率为 15 kHz、充电电压为 200 V 时,熔滴的影响系数 α , β , γ 的值分别为 0.121, 0.023 76 和 0.010 154;当充电稳定时, Q_n 减少 24.5%,与文献[2] α 为 0.15, β 为 0.045, γ 为 0.015 以及 Q_n 减少 22% 的变化趋势很相符。

根据表 2 的数据,计算得到的充电电量与充电电压的关系如图 6 所示,图中负号表示带有负电量。从图 6 可以看出,充电电压与充电电量成线性递增关系;扰动频率与充电电量成反比:振动频率为 15 kHz 和 25 kHz,在 400 V 时,2 种情况下的充电电量为 -2.7×10^{-12} C 和 -3.73×10^{-12} C,这是因为当频率减小时,扰动的波长增加,一个波长的射流最终会断裂成一个熔滴,熔滴的体积增加,所带的电量也相应增加^[8]。

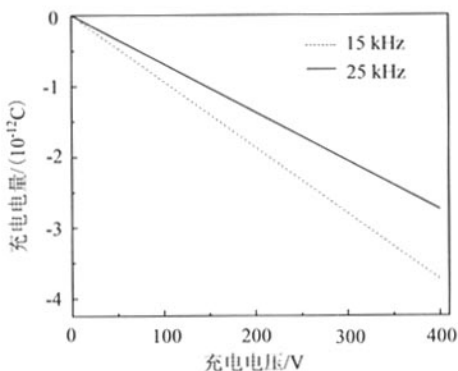


图 6 模型计算结果曲线

Fig. 6 Numerical simulation curves

情况,可以看出,在 2 种情况下建模、计算的结果均与实际情况吻合较好;而从由文献经验曲线与实验值比较可以看出,文献[4]使用一条经验曲线逼近 2 种情况,在 15 kHz 时与实验结果吻合较好,但是在 25 kHz 时,偏差很明显。因此,为了准确预测熔滴的带电量,经验方法需对每种情况进行实验测量和参数辨识^[9],而本文提出的方法可以避免大量实验,节省成本。

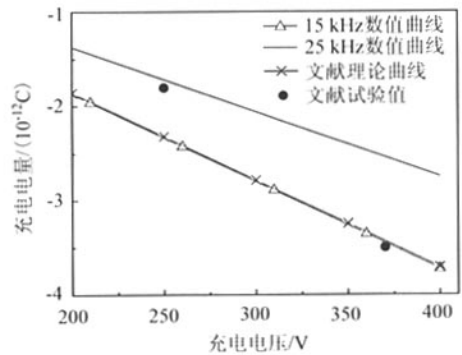


图 7 本文计算结果与文献理论与实验结果的比较

Fig. 7 Comparison among numerical simulation and experiment results and predicted results reported in the literatures

建模计算时使用射流是在未加静电场的环境下模拟的,因而其结果与实验情况有微小偏差,但在误差允许范围内。

5 结论

(1) 通过对离散射流表面形状的研究,建立了不同频率条件下熔滴在环形充电电极中的充电模型,可以真实地反映熔滴充电现象。

(2) 采用有限元方法对所建立的模型求解,得出了熔滴平均充电电量,揭示了电压和频率变化时熔滴充电电量变化的趋势,所得结果与实际情况吻合较好。

(3) 为不同情况下熔滴充电计算提供了一种不依赖实验测量的计算方法,也为熔滴的准确定位奠定了一定的基础。

参 考 文 献

- [1] Orme M, Courter J, Liu Q B, et al. Electrostatic charging and deflection of nonconventional droplet streams formed from capillary stream breakup[J]. *Physics of Fluids*, 2000, 12(9): 2224-2235.
- [2] Fillmore G L, Buehner W L, West D L. Drop charging and deflection in an electrostatic ink jet printer[J]. *IBM J RES Develop*, 2004, 21: 37-47.
- [3] 黄战华. 喷墨打印中的充电控制研究[J]. *仪器仪表学报*,

图 7 为所建模型的计算结果与实验值的比较

- 1993,14(1):53-58.
- Huang Z H. Research on controlling of charging in ink-jet printing[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 1993, 14(1):53-58. (in Chinese)
- [4] Passow C H. A study of spray forming using uniform droplet sprays[D]. USA: Massachusetts Institute of Technology, 1992:35-67.
- [5] Suzuki M, Asano K. Mathematical model of droplet charging in ink-jet printers[J]. Journal of Physical D: Appl Phys, 1979, 12(4):529-537.
- [6] (英) 兰姆. 理论流体力学[M]. 北京: 科技出版社, 1990: 300-450.
- Lamb S H. Hydrodynamics [M]. Beijing: Science Press, 1990:300-450. (in Chinese)
- [7] Gyimesi M, Avdeev I, Ostergaard D. Finite-element simulation of micro-electromechanical systems (MEMS) by strongly coupled electromechanical transducers [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2004, 40(2):557-560.
- [8] Chen C. Exploration on the mechanism and frequency band of mono-size droplet[D]. Taiwan: Chenggong University, 2004:100-300.
- [9] 黄战华, 张以谟. 连续喷墨打印的试验研究[J]. 仪器仪表学报, 1994, 15(3):317-320.
- Huang Z H, Zhang Y M. Experimental research on continuous ink-jet printing[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 1994, 15(3):317-320. (in Chinese)
- 作者简介:**
罗 俊(1981—) 男, 博士研究生。主要研究方向: 机械制造及自动化。
 E-mail: luojun@mail.nwpu.edu.cn
齐乐华(1957—) 女, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 微制造系统、金属基复合材料、人工智能及应用。
 E-mail: qilehua@nwpu.edu.cn
- (责任编辑: 蔡 斐)

铸剑——2007 国防科技工业虚拟制造技术高层论坛征文通知

为落实科学发展观、提高我国国防科技工业的整体水平、适应军工企业技术改造的需要, 中国航空学会、中国兵工学会、中国造船工程学会、中国宇航学会拟于 2007 年 9 月 6-9 日, 在西安联合举办“铸剑——2007 国防科技工业虚拟制造技术高层论坛”(简称“2007 铸剑论坛”)。

“2007 铸剑论坛”将就顶层规划、关键技术、标准化体系、行业数据库以及相关单元技术等议题进行充分研讨和交流, 并请典型企业介绍先进经验, 特邀世界著名供应商介绍新产品和新技术。为保证论坛的圆满成功, 特向各有关单位及个人征集论文。具体要求如下:

一、征文范围及内容:

(1) 国内外虚拟制造技术发展经验与综述; (2) 生产组织管理与企业资源管理技术; (3) 虚拟现实技术及综合可视化技术与虚拟环境下的模型技术; (4) 生产过程仿真、设计制造协同与并行工程技术; (5) 系统集成开发平台的体系结构、构件库及用户开发环境; (6) 数字化设计、制造、装配、生产准备、检测与质控技术; (7) 网络及网络安全与数据库及数据库管理技术; (8) 异地设计和异地制造; (9) 系统标准化及其它相关技术。

二、征文要求:

(1) 内容新颖, 观点明确, 能够反映作者近期的研究进展或成果; 资料分析类论文必须有作者的独立见解; 经验介绍类论文必须是对实际经验的总结。(2) 未在公开出版物或全国性学术会议上发表过。(3) 文责自负, 论文不得涉及保密问题, 投寄论文时须同时提交所在单位的保密审查证明。(4) 论文由题目、关键词、中文摘要、正文、参考文献、作者简介组成, 限 4000 字以内。(5) 提交论文时须提供文字稿及电子版各一份, 电子稿可发 Email。(6) 投稿时须提交作者的详细联系方式(通讯地址、电话、传真、电子信箱地址等), 信封或邮件标题注明“铸剑论坛投稿”。(7) 不论录用与否, 原稿均不退还, 请作者自留底稿。经评审录用的论文将在《现代制造》(增刊)上出版, 部分优秀论文将推荐会议交流。

三、征文截稿日期: 2007 年 6 月 30 日。

四、论文投送地址及联系人: (100045) 北京市西城区白云路一号 11 层北京弗戈咨询有限公司 MM《现代制造》杂志 汪 溶 女士 屠春园 女士

联系电话: 010-63326985; 010-63326090~98 转 217/219; 13366876664。传真: 010-63326099。电子信箱: shangwubu@vogel.com.cn

五、有关会议消息请随时关注以下网站: <http://www.csa.org.cn/>; <http://www.vogel.com.cn>。