

文章编号:1000-6893(2007)06-1443-06

一类非线性系统的混沌控制

周凤岐, 孔令云

(西北工业大学 航天学院, 陕西 西安 710072)

Chaos Control for a Class of Nonlinear System

Zhou Fengqi, Kong Lingyun

(College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

摘要: 描述航天器、陀螺和气浮台等刚体姿态运动的欧拉动力学方程, 是一个具有广泛代表意义的三阶非线性方程。当该方程中的参数取不同值时, 可得到著名的 Lorenz 系统、Rössler 系统、Newton-Leipnik 系统、Chen 系统及 Lü 系统。在不同的外力矩作用下, 该动力学系统会呈现出相当复杂的动力学行为。从该系统中, 发现了一大类新的混沌吸引子。本文分析了这一类混沌吸引子具有的共同特征, 并采用基于输出反馈的 PI 型控制器将一种新的混沌运动稳定于指定平衡点。仿真结果表明, 该控制器能够有效地抑制混沌, 能将系统稳定于任意指定的不稳定平衡点。

关键词: 混沌; 混沌控制; 反馈控制; 混沌吸引子; 刚体姿态运动

中图分类号: V448.12 **文献标识码:** A

Abstract: The Euler's dynamical equation which describes the attitude motion of a rigid body (such as spacecraft, gyroscope, 3-axis air bearing table etc.) is a more generalized 3-dimensional nonlinear system. Some well-known chaotic systems (such as Lorenz system, Rössler system, Leipnik-Newton system, Chen system, Lü system etc.) can be deduced from this equation by altering the parameter values. This dynamical system will exhibit very complex dynamic behaviors under the influence of different external torques. A series of new chaotic attractors are found from this system. In this paper, the common characteristics of these chaotic attractors are analyzed and a controller based on the PI-type output feed back is developed to stabilize a new chaotic motion to an appointed equilibrium point. The simulation result indicates that this control method can suppress the chaos and can regulate the state trajectory of this system to the given fixed point.

Key words: chaos; chaotic control; feed back control; chaotic attractor; rigid body attitude motion

混沌是指在确定性系统中出现的一种貌似无规则、类似随机的现象, 是非线性系统在满足一定条件时必然会出现的一种复杂运动形式。混沌运动广泛存在于湍流、各种物理振动、多体动力学系统、化学反应及生命体运动等自然现象中。混沌理论自 20 世纪 60 年代产生以来, 快速发展, 对现代科学产生了广泛而深远的影响, 在数学、物理学、经济学、生物医学和生态学等领域都得到了广泛的研究, 并在物理化学振动、保密通讯及自动控制等领域得到了应用。

然而, 混沌运动的广泛存在并不意味着被称为“数学物理之花”的混沌吸引子可以任意构造。迄今为止所发现的混沌吸引子的类型和数量屈指可数。对于连续非线性系统, E. N. Lorenz 从大气对流问题中发现了蝴蝶形的 Lorenz 混沌吸引子^[1]; O. E. Rossler 在其构造的简单的非线性方

程组中发现了单核混沌吸引子^[2]; 近年来陈关荣等在其基础上提出了与之并非微分同胚的 Chen 系统、Lü 系统及统一混沌系统, 从中构造了一类新型的混沌吸引子^[3]。Leipnik et al 在文献[4]中构造了一个刚体航天器姿态运动的两个混沌吸引子, 被称为 Newton-Leipnik 吸引子。

本文以描述航天器、陀螺和气浮台等刚体姿态运动的欧拉动力学方程为对象, 分析了该类非线性系统的混沌吸引子。该系统是一类比 Lorenz 系统族更广义的系统。当该系统取不同参数时, 可得到 Newton-Leipnik 系统、Lorenz 系统、Chen 系统及 Lü 系统。

1 非线性方程组

航天器、陀螺和气浮台等刚体的姿态运动可以用如下形式的欧拉动力学方程来描述^[5-7]:

$$\left. \begin{aligned} I_x \dot{\omega}_x &= \omega_y \omega_z (I_y - I_z) + M_{dx} + u_x \\ I_y \dot{\omega}_y &= \omega_x \omega_z (I_z - I_x) + M_{dy} + u_y \\ I_z \dot{\omega}_z &= \omega_y \omega_x (I_x - I_y) + M_{dz} + u_z \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

收稿日期:2006-12-19; 修订日期:2007-04-23

通讯作者:孔令云 E-mail: konglingyun@mail.nwpu.edu.cn

式中:状态变量 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 为刚体旋转角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 在本体坐标系中的 3 轴分量; I_x, I_y, I_z 分别为刚体绕 3 个主惯量轴的转动惯量; u_x, u_y, u_z 为 3 轴控制力矩; M_{dx}, M_{dy}, M_{dz} 分别为刚体受到的外力矩 M_d 的 3 轴分量。

比如受扰陀螺旋转运动的动力学方程为^[6-7]

$$\begin{cases} I_x \dot{\omega}_x = \omega_y \omega_z (I_y - I_z) + h_y \omega_z - h_z \omega_y + T_x + u_x \\ I_y \dot{\omega}_y = \omega_x \omega_z (I_z - I_x) + h_z \omega_x - h_x \omega_z + T_y + u_y \\ I_z \dot{\omega}_z = \omega_x \omega_y (I_x - I_y) + h_x \omega_y - h_y \omega_x + T_z + u_z \end{cases}$$

式中: $\omega_k (k=x, y, z)$ 为陀螺旋转角速度的 3 轴分量; I_k 为包括飞轮在内的陀螺绕 3 轴的主转动惯量; h_k 为所有飞轮的相对角动量矢量和的 3 轴分量; T_k 为扰动力矩, 通常可表示为^[8-9]

$$T_k = \varepsilon [\mu_{kx} \omega_x + \mu_{ky} \omega_y + \mu_{kz} \omega_z + S_k \sin(\Omega t)]$$

式中: ε 为小参数 ($0 < \varepsilon \ll 1$); μ_{kj} 为系数; S_k 为常数; Ω 为强迫频率。那么, 受扰陀螺的欧拉动力学方程可写为更一般的形式:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = [\mu_1 \omega_y \omega_z \quad \mu_2 \omega_x \omega_z \quad \mu_3 \omega_x \omega_y]^T + \mathbf{A} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{S} \sin(\Omega t) + \dot{\boldsymbol{\omega}}_u \quad (2)$$

式中: $\mu_1 = (I_y - I_z)/I_x, \mu_2 = (I_z - I_x)/I_y, \mu_3 = (I_x - I_y)/I_z$ 为相对惯量比; $\mathbf{S} = \varepsilon [S_x/I_x \quad S_y/I_y \quad S_z/I_z]^T$; $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T$; \mathbf{A} 为扰动频率矩阵:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \varepsilon \mu_{xx}/I_x & (\varepsilon \mu_{xy} - h_x)/I_x & (\varepsilon \mu_{xz} + h_y)/I_x \\ (\varepsilon \mu_{yx} + h_z)/I_y & \varepsilon \mu_{yy}/I_y & (\varepsilon \mu_{yz} - h_x)/I_y \\ (\varepsilon \mu_{zx} - h_y)/I_z & (\varepsilon \mu_{zy} + h_x)/I_z & \varepsilon \mu_{zz}/I_z \end{bmatrix}$$

其元素 $a_{ij} (i, j=1, 2, 3)$ 的量纲为 1/s。控制力矩 \mathbf{u} 产生的角加速度 $\dot{\boldsymbol{\omega}}_u = [u_x/I_x \quad u_y/I_y \quad u_z/I_z]^T$ 。

记 ω_k 为 $x_i, u_k/I_k$ 为 $u_i (i=1, 2, 3), (k=x, y, z)$, 并令 $\mathbf{S}=0$, 则式(2)可记为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \mu_1 x_2 x_3 + u_1 \\ \dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \mu_2 x_1 x_3 + u_2 \\ \dot{x}_3 = a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \mu_3 x_2 x_1 + u_3 \end{cases} \quad (3)$$

这就是要研究的非线性方程组。

2 系统中的混沌吸引子

本节研究无控制力矩即 $\mathbf{u}=\mathbf{0}$ 时, 系统的混沌运动。

当式(3)中:

$$\begin{cases} [\mu_1 \quad \mu_2 \quad \mu_3] = [10 \quad 5 \quad -5] \\ \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.4 & 1.0 & 0 \\ -1.0 & -0.4 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix} \end{cases}$$

时(α 为可变系数), 非线性方程组(3)为 Newton-Leipnik 系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -0.4x_1 + x_2 + 10x_2x_3 \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 0.4x_2 + 5x_1x_3 \\ \dot{x}_3 = \alpha x_3 - 5x_2x_1 \end{cases}$$

旋转刚体相对于自旋主轴通常是对称的, 即 $I_y = I_z$ 。工程上常取自旋轴惯量与横向轴惯量之比大于 1.05。若取参数 $I_x = 2I_y = 2I_z$, 那么式(3)中:

$$[\mu_1 \quad \mu_2 \quad \mu_3] = [0 \quad -1 \quad 1]$$

当参数 μ_{kj} 取某值, 使得

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -b \end{bmatrix}$$

时(a, b, c 为常数), 系统式(3)变为标准的 Lorenz 系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 = cx_1 - x_2 - x_1x_3 \\ \dot{x}_3 = -bx_3 + x_2x_1 \end{cases} \quad (4)$$

同样可得 Chen 系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 = (c - a)x_1 + cx_2 - x_1x_3 \\ \dot{x}_3 = -bx_3 + x_2x_1 \end{cases}$$

Lü 系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(-x_1 + x_2) \\ \dot{x}_2 = cx_2 - x_1x_3 \\ \dot{x}_3 = -bx_3 + x_2x_1 \end{cases}$$

可见, 式(3)是一组具有广泛代表意义的方程。它有极其复杂的动力学行为。当 \mathbf{A} 取不同的参数时, 系统可能做等能周期运动、发散运动及向吸引子趋近的运动, 吸引子可能为不动点、极限环、准周期环面或混沌吸引子。本文只讨论混沌吸引子。

对于 Newton-Leipnik 系统, 若取 Liapunov 函数

$$V = (x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2)/2$$

则

$$\dot{V} = -0.4x_1^2 - 0.4x_2^2 + 3\alpha x_3^2$$

显然当 $\alpha \leq 0$ 时, 系统 Liapunov 稳定; 当 $\alpha < 0$ 时, 系统大范围渐近稳定。当 $\alpha = 0.8/3$ 时, 系统存在

周期吸引子。从相空间中点(0.053 0, -0.075 4, 0.272 4)出发的轨线都被吸引到图 1 所示的周期吸引子上。当取 $\alpha=0.175$, 系统存在图 2 所示的混沌吸引子。

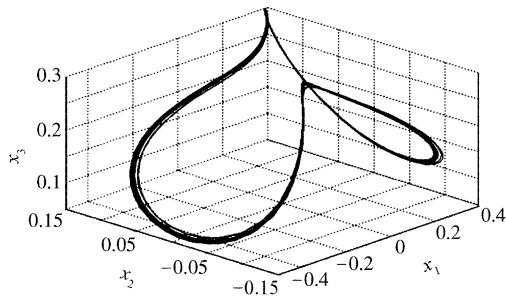


图 1 Newton-Leipnik 系统的周期吸引子
Fig. 1 Periodic attractor of Newton-Leipnik system

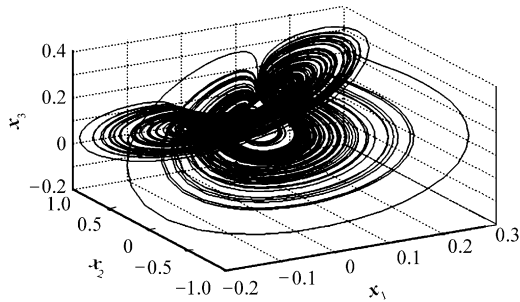


图 2 Newton-Leipnik 系统的混沌吸引子
Fig. 2 Chaotic attractor of Newton-Leipnik system

根据计算机仿真结果的状态变量时间序列数据,用长度演化法求得 3 个 Liapunov 指数是 $\lambda_1 = 0.130 2, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = -0.753 7$; Kaplan-Yorke 分形维数为

$$D_{KY} = k - \frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{|\lambda_{k+1}|} = 2.173$$

可见,系统的确是混沌的。

当 Lorenz 系统中的 $[a \ b \ c] = [10 \ 8/3 \ 28]$, Chen 系统中的 $[a \ b \ c] = [35 \ 8/3 \ 28]$, Lü 系统中的 $[a \ b \ c] = [36 \ 3 \ 20]$ 时,分别有经典的混沌吸引子(图见文献[3]或其他文献)。

式(3)中当 A 取其他不同参数时,系统还存在着无数个形态各异的混沌吸引子。例如当取下列参数时系统都存在混沌吸引子:

$$\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -100 \\ 10 \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -36 & 36 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

见图 3(a);

$$\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -8.0 & 8.0 & -0.6 \\ 10.0 & -1.0 & -1.0 \\ 0.7 & 3.0 & -3.0 \end{bmatrix}$$

见图 3(b);

$$\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -7 & 7 & -6 \\ 40 & -1 & -33 \\ 5 & 50 & -3 \end{bmatrix}$$

见图 3(c);

$$\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.4 & 0 & 1/\sqrt{6} \\ 0 & 0.175 & 0 \\ -\sqrt{6} & 0 & -0.4 \end{bmatrix}$$

见图 3(d)。

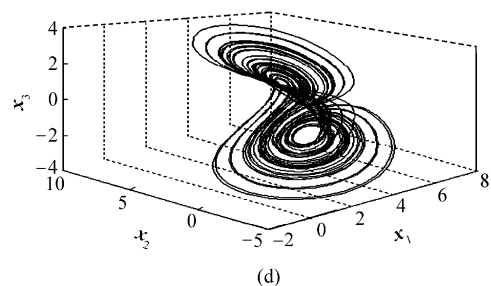
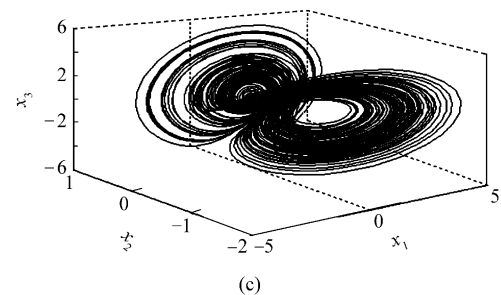
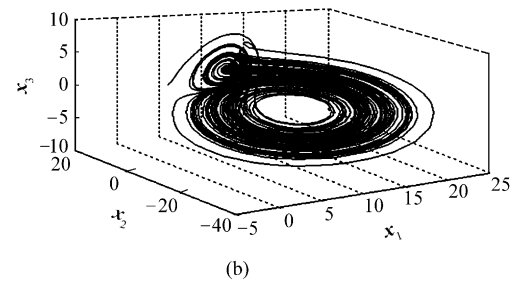
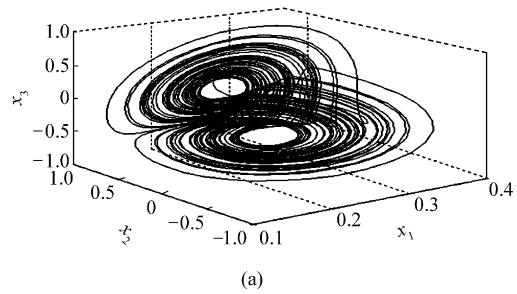


图 3 系统中的其他混沌吸引子
Fig. 3 Other new chaotic attractors of system

3 该类混沌吸引子的特征

式(3)所描述的系统有如下特征:

A 阵的参数决定了吸引子的结构和类型,与 A 阵的参数对应成比例的系统与 A 阵决定的系统拓扑同构。非线性项系数 μ_1, μ_2, μ_3 只影响吸引子的大小,不改变其形状。现以扩展的 Lorenz 系统为例来说明。

设扩展的 Lorenz 系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 = cx_1 - x_2 - \beta_2 x_1 x_3 \\ \dot{x}_3 = -bx_3 + \beta_3 x_2 x_1 \end{cases}$$

容易求得系统的 3 个平衡点为

$$\begin{cases} S_0 = (0, 0, 0) \\ S_1 = (\sqrt{b(c-1)/\beta_2\beta_3}, \\ \sqrt{b(c-1)/\beta_2\beta_3}, (c-1)/\beta_2) \\ S_2 = (-\sqrt{b(c-1)/\beta_2\beta_3}, \\ -\sqrt{b(c-1)/\beta_2\beta_3}, (c-1)/\beta_2) \end{cases}$$

显然,平衡点在相空间的相对位置同时放大或缩小 $1/\beta_2$ 倍,3 个平衡点的相对位置不发生改变。所以,轨道的流形及吸引子的形状和类型也不会发生改变。例如,使 Lorenz 系统的 $[\mu_1 \ \mu_2 \ \mu_3] = [0 \ -100 \ 100]$ 所得的混沌吸引子与原吸引子形状、结构完全相同。同理,其他系统也都具有这一特性。关于这一特性,相关文献均未论及。

4 混沌运动的控制

本文采用基于输出反馈的 PI 型控制器来使系统稳定于指定平衡点。

重写式(3)为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{u} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = [\mu_1 x_2 x_3 \ \mu_2 x_1 x_3 \ \mu_3 x_2 x_1]^T$ 。

设系统的输出 $\mathbf{y} = \mathbf{Cx} = [c_1 \ c_2 \ c_3]\mathbf{x}$, 并设 \mathbf{x}_s 为系统的一个平衡点。构造 PI 型输出反馈控制器为

$$\mathbf{u} = \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{y}_s) + k\mathbf{B} \int_0^t (\mathbf{y} - \mathbf{y}_s) d\tau \quad (6)$$

式中: \mathbf{L}, \mathbf{B} 分别为比例、积分增益向量; k 为积分增益系数。现在来证明通过选择 $\mathbf{L}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, k$ 可以使系统稳定于指定平衡点 \mathbf{x}_s 。

由式(5)、式(6)可得误差系统的动力学方程:

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} - \mathbf{LC})\mathbf{e} + k\mathbf{B} \int_0^t (\mathbf{y} - \mathbf{y}_s) d\tau + \mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{g}(\mathbf{x}_s)$$

式中: $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_s$ 。在 \mathbf{x}_s 邻域将 $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ 进行泰勒展开:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{g}(\mathbf{x}_s) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}_s + \mathbf{e}) - \mathbf{g}(\mathbf{x}_s) = \\ &[\mathbf{g}(\mathbf{x}_s) + \mathbf{g}'(\mathbf{x}_s)\mathbf{e} + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e})] - \mathbf{g}(\mathbf{x}_s) = \mathbf{g}'(\mathbf{x}_s)\mathbf{e} + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}) \end{aligned}$$

式中: $\mathbf{g}'(\mathbf{x}_s)$ 为 $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ 在 \mathbf{x}_s 处的一阶导数; $\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e})$ 为高阶项。那么,

$$\dot{\mathbf{e}} = (\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{LC})\mathbf{e} + k\mathbf{B} \int_0^t (\mathbf{y} - \mathbf{y}_s) d\tau + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}) \quad (7)$$

式中: $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \mathbf{g}'(\mathbf{x}_s)$ 为与时间无关的常数阵。

$$\text{令 } \mathbf{q} = k \int_0^t (\mathbf{y} - \mathbf{y}_s) d\tau, \text{ 则 } \dot{\mathbf{q}} = k(\mathbf{y} - \mathbf{y}_s) = k\mathbf{C}\mathbf{e}.$$

这样式(7)可写为增广矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} - \mathbf{LC} & \mathbf{B} \\ k\mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

或

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = (\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{L}}\tilde{\mathbf{C}})\mathbf{e}_1 + \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{e}_1) \quad (8)$$

$$\text{式中: } \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}; \mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{e}_1) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix};$$

$$\tilde{\mathbf{L}} = \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ k \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{C}} = [\mathbf{C} \ \mathbf{0}].$$

为证明通过选择 $\mathbf{L}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, k$ 可以使 $\mathbf{e}(\mathbf{x})$ 稳定于零点(即可使系统稳定于指定平衡点 \mathbf{x}_s), 给出如下引理^[10-11]。

引理 对于 n 维系统 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{h}(\mathbf{x})$, 如果:

(1) $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax}$ 的零解渐近稳定。

(2) $\mathbf{h}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$, 且 $\lim_{\|\mathbf{x}\| \rightarrow 0} \frac{\|\mathbf{h}(\mathbf{x})\|}{\|\mathbf{x}\|} = 0$, 那么对

于一切 $t \geq t_0, \mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$ 是 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{h}(\mathbf{x})$ 的一个渐

近稳定解。其中 $\|\mathbf{x}\| = \sum_{i=1}^n |x_i|$ 为 l_1 范数。

推论 对于误差系统式(7), 若非线性项 $\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e})$ 满足: $\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$, $\lim_{\|\mathbf{e}\| \rightarrow 0} \frac{\|\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e})\|}{\|\mathbf{e}\|} = 0$, 且通过选择 $\mathbf{L}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, k$ 使矩阵 $(\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{L}}\tilde{\mathbf{C}})$ 是稳定的, 那么式(7)是关于指定平衡点 \mathbf{x}_s 渐近稳定的。

对于系统增广误差系统式(8), 由于:

$$\begin{aligned} \lim_{\|\mathbf{e}_1\| \rightarrow 0} \frac{\|\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}_1)\|}{\|\mathbf{e}_1\|} &= \lim_{\|\mathbf{e}_1\| \rightarrow 0} \frac{\|\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e})\|}{\|\mathbf{e}_1\|} \leq \\ &\lim_{\|\mathbf{e}\| \rightarrow 0} \frac{\|\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}_1)\|}{\|\mathbf{e}\|} = 0 \end{aligned}$$

那么只要使 $(\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{L}}\tilde{\mathbf{C}})$ 稳定, 系统关于指定平衡点 \mathbf{x}_s 渐近稳定。

现以图 3(a) 对应的混沌系统为例来设计控

制器。

图 3(a)对应的混沌系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 x_3 + 36(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 = -100x_1 x_3 + 20x_2 \\ \dot{x}_3 = 10x_2 x_1 - 3x_3 \end{cases}$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{g}(\mathbf{x}_s) = \begin{bmatrix} x_2 x_3 - x_{2s} x_{3s} \\ 100x_{1s} x_{3s} - 100x_1 x_3 \\ 10x_1 x_2 - 10x_{1s} x_{2s} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & x_{3s} & x_{2s} \\ -100x_{3s} & 0 & 100x_{1s} \\ 10x_{2s} & 10x_{1s} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{x_1} \\ e_{x_2} \\ e_{x_3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{x_2} e_{x_3} \\ -100e_{x_1} e_{x_3} \\ 10e_{x_1} e_{x_2} \end{bmatrix} =$$

$$\mathbf{g}'(\mathbf{x}_s)\mathbf{e} + \mathbf{g}(\mathbf{e})$$

因为

$$\lim_{\|\mathbf{e}\| \rightarrow 0} \frac{\|\mathbf{g}(\mathbf{e})\|}{\|\mathbf{e}\|} =$$

$$\lim_{\|\mathbf{e}\| \rightarrow 0} \frac{(|y_1| + |100y_2| + |10y_3|)}{(|e_{x_1}| + |e_{x_2}| + |e_{x_3}|)} \leq$$

$$\lim_{\|\mathbf{e}\| \rightarrow 0} (|e_{x_1}| + 100|e_{x_2}| + 10|e_{x_3}|) = 0$$

式中: $y_1 = e_{x_2} e_{x_3}$; $y_2 = e_{x_1} e_{x_3}$; $y_3 = e_{x_1} e_{x_2}$ 。所以只需选 $(\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{L}}\tilde{\mathbf{C}})$ 使 $\dot{\mathbf{e}}_1 = (\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{L}}\tilde{\mathbf{C}})\mathbf{e}_1$ 稳定。

对应于式(8)中的

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -36 & 36 + x_{3s} & x_{2s} & b_1 \\ -100x_{3s} & 20 & 100x_{1s} & b_2 \\ 10x_{2s} & 10x_{1s} & -3 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{e}_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{g}(\mathbf{e}) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{x_2} e_{x_3} \\ -100e_{x_1} e_{x_3} \\ 10e_{x_1} e_{x_2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = [c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad 0]$$

$$\tilde{\mathbf{L}} = [l_1 \quad l_2 \quad l_3 \quad k]^T$$

当 $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ 时系统混沌。现将控制器式(6)加于系统,为使之稳定于奇点 S_3 : (0.245 0, 0.243 6, 0.198 9), 取 $\mathbf{B} = [1 \quad 0 \quad 0]^T$, $k = 1$, $\mathbf{C} = [-1 \quad 1 \quad 1]$, $\mathbf{L} = -[40 \quad 25 \quad 6]^T$, 得 $(\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{L}}\tilde{\mathbf{C}})$ 的特征值为 $-3.530 \pm 17.540i$, -2.900 , -0.024 。此时, 增广误差系统平凡解稳定, 则受控系统必稳定于奇点 S_3 。从同一个初始点(0, 0.2, 0.2)出发的轨线, 不受控时系统进入图 3(a)所示的混沌吸引子运动, 在上述控制作用下, 系统渐稳于奇点 S_3 。3 个状态变量的时间历程图如图 4 所示。控制效果比较理想, 不仅抑制了混沌, 而且使系统稳定于不

稳定的平衡点。

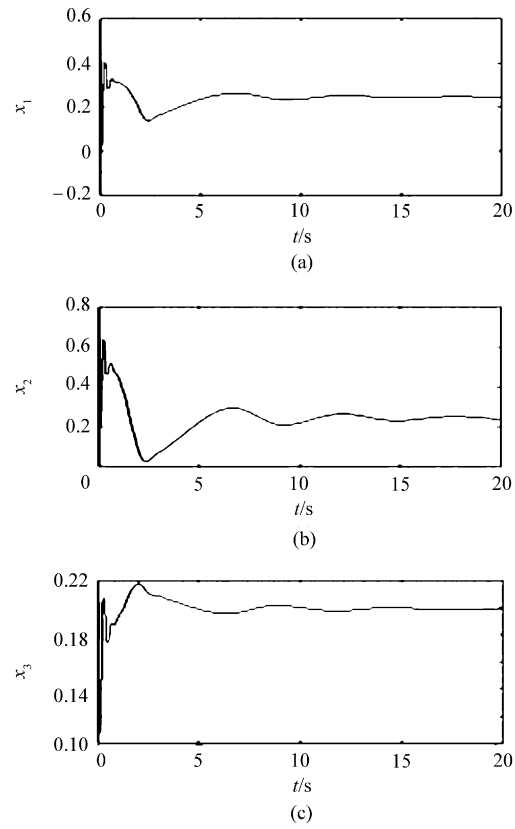


图 4 受控系统 3 个状态变量的时间历程

Fig. 4 Time history of three state variables of controlled system

说明:上述控制方法是在 \mathbf{x}_s 邻域内将 $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ 进行泰勒展开而推导的,并不适合强非线性系统的大范围稳定和控制在。

5 结 论

研究了一类描述刚体转动的非线性动力学系统做混沌运动的可能性,提出了抑制混沌的一种控制方法。刚体的混沌转动,无论对航天器还是陀螺,都是有害的,因为人们总希望刚体做规则的转动。提出的基于输出反馈的 PI 型混沌控制方法,不仅抑制了混沌运动,而且使系统稳定于任意期望的指定不稳定平衡点。仿真结果证实该种控制方法的有效性。

参 考 文 献

[1] Lorenz E N. Deterministic non-periodic flows[J]. J Atmos Sci, 1963, 20: 130-141.
 [2] Rössler O E. An equation for continuous chaos[J]. Phys Lett A, 1976, 57: 397-398.
 [3] 陈关荣, 吕金虎. Lorenz 系统族的动力学分析控制与同步

- [M]. 北京:科学出版社,2003:34-120.
Chen Guanrong, Lu Jinhua. Dynamical analysis control and synchronization of Lorenz systems [M]. Beijing: Science Press, 2003:34-120. (in Chinese)
- [4] Leipnik R B, Newton T A. Double strange attractors in rigid body motion with linear feedback control[J]. Phys Lett A, 1981, 86:63-67.
- [5] 黄琳,荆武兴. 关于剩磁对卫星姿态确定与控制影响的研究[J]. 航空学报, 2006, 27(3):40-44.
Huang Lin, Jing Wuxing. Effects of remanence on attitude determination and control of satellites[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006, 27(3):40-44. (in Chinese)
- [6] 马克茂,马萍. 卫星姿态控制的一种鲁棒控制方法[J]. 航空学报, 2004, 25(3):82-85.
Ma Kemao, Ma Ping. A robust control method of satellite attitude control[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2004, 25(3):82-85. (in Chinese)
- [7] 孔令云,周凤岐. 用三轴气浮台进行混沌控制与反控制研究[J]. 宇航学报, 2007, 26(1):86-89.
Kong Lingyun, Zhou Fengqi. A study on the control and anti-control for chaos using 3-axis air bearing table [J]. Journal of Astronautics, 2007, 26(1):86-89. (in Chinese)
- [8] Kuang J L, Tan S H, Arichandan K. Chaotic attitude motion of gyrostat satellite via Melnikov method[J]. Int J Bifurcat Chaos, 2001, 11:1233-60.
- [9] Kuang J L, Meehan P A. Suppressing chaos via Lyapunov Krasovskiis method [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2006, 27: 1408-1059.
- [10] Jiang G P, Chen G, Tang K S. Stabilizing unstable equilibrium points of a class of chaotic systems using a state PI regulator[J]. IEEE Trans Circuits Syst I, 2002;49:1820-1826.
- [11] Jiang G P, Zheng W X. Chaos control for a class of chaotic systems using PI-type state observer approach[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2004, 21: 93-99.

作者简介:



周凤岐(1935—) 男,教授,博士生导师。主要研究方向:先进控制理论及应用,航天、航空器设计。

Tel: 029-88492787



孔令云(1966—) 男,博士研究生。主要研究方向:控制理论及应用、混沌控制。

Tel: 029-82375914

E-mail: konglingyun@mail.nwpu.edu.cn

(责任编辑:鲍亚平,张利平)