与非等同双原子相互作用下光场的相干性质*

朴红光[1]，马晓萍[1]，卢佃清[1]，张寿[2]
（1 淮海工学院数理科学系，江苏 连云港 222005）
（2 延边大学理学院物理系，吉林 延吉 133002）

摘　要：研究了具有不同偶极矩的两个原子与双模压缩真空场相互作用系统中光场的相干性质．讨论了两个原子与双模压缩真空场的相对耦合常量（$R=g_1/g_2$）和光场的初始压缩因子 r 对二阶相干度、光场的模间相关性、Cauchy-Schwartz 不等式的影响．结果表明，光场的初始压缩因子较小时，光子的聚束效应和反聚束效应交替出现，且光场的模间相关程度较强．光场的初始压缩因子较大时，光子呈现聚束效应，且模间相关程度较弱．双原子的相对耦合常量 R 对二阶相干度、光场的模间相关性、Cauchy-Schwartz 不等式的时间演化规律有影响，但不能改变光场模间相关的非经典性质．

关键词：量子光学；光子的非经典性质；双模光场；双原子体系
中图分类号：O431　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1004-4213(2008)10-2084-5

0　引言

原子与光场的相互作用是近代量子光学研究的核心内容．描述一个二能级原子与单模光场单光子相互作用系统的 Jaynes-Cummings 模型（JCM）[1] 是最经典的理论模型．由于它在数学意义上严格精确可解，不仅在量子光学中，而且在激光物理、核磁共振、量子场论、量子信息、量子计算机等许多领域中常被采用．由于经典 JCM 过于简单不足以描述整个量子光学领域中场一物质之间的各种相互作用问题．人们对这一模型进行了线性推广[2-8]和非线性推广[9-18]，而且也向多模光场和多原子系统进行推广[19-22]．在一般情况下，由于两个原子所处的位置不同（偶极矩不同），它们感受到的电场不同[20]，因此两个原子与光场间具有不同的耦合常量．另一方面，由于压缩光具有低于最小量子极限的噪音，因此在光通信、弱信号检测及量子非破坏性测量等研究领域中具有广阔的应用前景．在文献[23-25]中提出的双模光场与两原子相互作用体系基础上，本文研究了具有不同偶极矩的两个原子与双模压缩真空场相互作用系统中光场的相干性质，讨论了相对耦合常量（$R=g_1/g_2$）和光场的初始压缩因子对光场相干性质的影响．

1　模型与系统态矢

具有不同偶极矩的两个原子与双模压缩真空场相互作用系统，在旋波近似下的哈密顿量可写为（令 $\hbar=1$）

$$H=\sum_{i=1}^{2}[\omega_i a_i^+ a_i+\omega_0 S_Z^i+g_i(S_i^+ a_1 a_2+a_1^+ a_2^+ S_i^-)] \tag{1}$$

式中 a_i^+ 和 a_i（$i=1,2$）分别为第 i 个光场光子的产生和湮灭算符；S_Z^i 和 $S_i^\pm$ 分别为第 i 个原子的反转和跃迁算符；g_i（$i=1,2$）为第 i 个原子与光场的耦合系数．ω_i（$i=1,2$）为第 i 个光场光子的频率，ω_0 为原子的跃迁频率．

共振条件下 $\omega_0=\omega_1+\omega_2$，系统的相互作用哈密顿量可以写成

$$H_i=\sum_{i=1}^{2}g_i(S_i^+ a_1 a_2+a_1^+ a_2^+ S_i^-) \tag{2}$$

若初始时刻两原子都处于激发态，而光场处于双模压缩真空场，则系统的初始态矢为

$$|\Psi(0)\rangle=\sum_{n=0}^{\infty}f_n|n,n\rangle\otimes|+,+\rangle$$
$$f_n=\frac{(-\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}\tanh r)^n}{\coth r} \tag{3}$$

式中，r 为表征光场压缩程度的压缩因子，θ 为压缩方向角，为简便起见，取 $\theta=0$．

给定初始条件，利用薛定谔方程可解得系统的任意时刻 t 的态矢

$$|\Psi(t)\rangle=\sum_{n=0}^{\infty}[A_n(t)|+,+,n,n\rangle+B_n(t)|+,-,n,n\rangle+C_n(t)|-,+,n,n\rangle+D_n(t)|-,-,n,n\rangle] \tag{4}$$

式中

$$A_n(t)=\frac{f_n}{4}\mathrm{e}^{-(\alpha+\beta)t}[\mathrm{e}^{\alpha t}+\mathrm{e}^{\beta t}+\mathrm{e}^{(2\alpha+\beta)t}+\mathrm{e}^{(\alpha+2\beta)t}] \tag{5}$$

$$B_n(t)=\mathrm{i}\,\frac{(n+2)f_n}{4\alpha\beta}\mathrm{e}^{-(\alpha+\beta)t}[\alpha(g_1+g_2)\mathrm{e}^{\alpha t}-$$

*国家自然科学基金（60667001）资助
Tel：0518-5890622　Email：hgpiao@hhit.edu.cn
收稿日期：2007-03-03

$$\beta(g_1-g_2)e^{\beta t}+\beta(g_1-g_2)e^{(2\alpha+\beta)t}-\alpha(g_1+g_2)e^{(\alpha+2\beta)t}] \quad (6)$$

$$C_n(t)=\mathrm{i}\,\frac{(n+2)f_n}{4\alpha\beta}e^{-(\alpha+\beta)t}[\alpha(g_1+g_2)e^{\alpha t}+\beta(g_1-g_2)e^{\beta t}-\beta(g_1-g_2)e^{(2\alpha+\beta)t}-\alpha(g_1+g_2)e^{(\alpha+2\beta)t}] \quad (7)$$

$$D_n(t)=\frac{f_n(n+2)}{4(n+1)}e^{-(\alpha+\beta)t}[e^{\alpha t}-e^{\beta t}-e^{(2\alpha+\beta)t}+e^{(\alpha+2\beta)t}] \quad (8)$$

$$\alpha=\sqrt{-(n^2+3n+2)(g_1-g_2)^2} \quad (9)$$

$$\beta=\sqrt{-(n^2+3n+2)(g_1+g_2)^2} \quad (10)$$

2　光场的相干性质

2.1　光子的聚束与反聚束效应

光子的二阶相干度定义为

$$g_i^{(2)}(t)=\frac{\langle a_i^{+2}a_i^2\rangle}{\langle a_i^+a_i\rangle^2} \quad (11)$$

令

$$G_i(t)=g_i^{(2)}(t)-1 \quad (12)$$

若 $G_i(t)=0$，则光场是二阶相干的；若 $G_i(t)>0$，则称光子呈现聚束效应；若 $G_i(t)<0$，则称光子呈现反聚束效应. 不难导出

$$\langle a_1^+a_1\rangle=\langle a_2^+a_2\rangle=\sum_{n=0}^{\infty}n[|A_n(t)|^2+|B_n(t)|^2+|C_n(t)|^2+|D_n(t)|^2] \quad (13)$$

$$\langle a_1^{+2}a_1^2\rangle=\langle a_2^{+2}a_2^2\rangle=\sum_{n=0}^{\infty}(n-1)n[|A_n(t)|^2+|B_n(t)|^2+|C_n(t)|^2+|D_n(t)|^2] \quad (14)$$

由于 $G_i(t)$ 的表达式较复杂，因此借助数值计算来揭示其时间演化规律. 简单起见，只对 $G_1(t)$ 作数值计算，其结果如图 1.

从图 1 可以看出，原子的相对耦合常量 R 与光场的初始压缩因子 r 对光场的二阶相关度有明显的影响. 当 r 较小时（$r=0.5$），$G_1(t)$ 作有规则的震荡，光子的聚束效应和反聚束效应交替出现，随着 R 的改变作不同规则的震荡，且光子呈现反聚束效应的时间也变化，见图 1(a)和 1(b). 当 r 较大时（$r=1$），$G_1(t)$ 随时间作不规则震荡，光子呈现聚束效应，见图 1(c)和 1(d). 而原子的相对耦合常量 R 则影响着二阶相干 $G_1(t)$ 的震荡规律，见图 1(a)和 1(b).

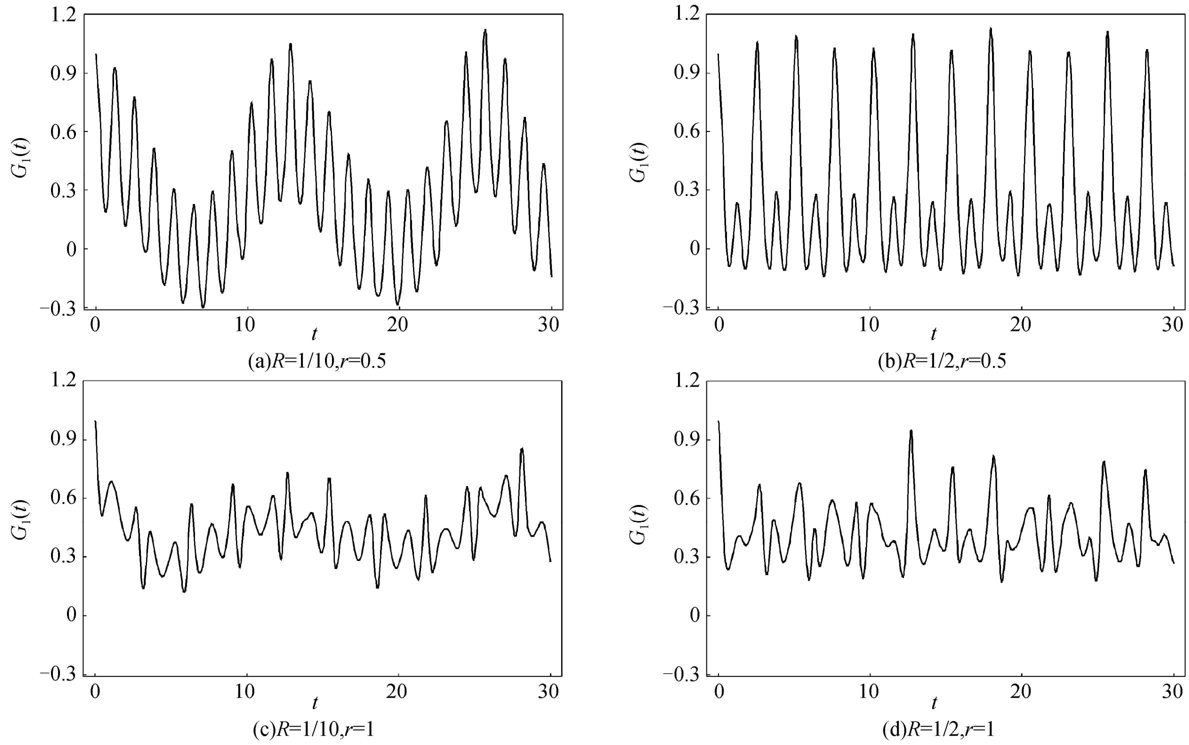


图 1　$G_1(t)$ 随时间的演化

Fig. 1　The variation of $G_1(t)$ versus time

2.2　双模光场的模间相关性

双模光场的模间相关度定义为

$$g_{12}^{(2)}(t)=\frac{\langle a_1^+a_2^+a_1a_2\rangle}{\langle a_1^+a_1\rangle\langle a_2^+a_2\rangle} \quad (15)$$

令

$$G_{12}(t)=g_{12}^{(2)}(t)-1 \quad (16)$$

若 $G_{12}(t)>0$，则光场的两模之间呈正相关；$G_{12}(t)<0$，则光场的两模之间呈负相关. 不难导出

$$\langle a_1^+a_2^+a_1a_2\rangle=\sum_{n=0}^{\infty}n^2[|A_n(t)|^2+|B_n(t)|^2+|C_n(t)|^2+|D_n(t)|^2] \quad (17)$$

借助数值计算可得 $G_{12}(t)$ 的时间演化规律，如图 2. 可以看出，系统中光场的两模之间呈正相关. 而且

$G_{12}(t)$的起伏规律相似于光场的二阶相干度的震荡规律，光场的初始压缩因子 r 对双模光场的模间相关性质也有明显的影响. 当 r 较小时($r=0.5$)，模间相关的起伏较为强烈，其平均相关程度较强，见图 2(a)和 2(b). 当 r 较大时($r=1$)，双模光场的模间相关的起伏较为舒缓. 其平均相关程度较弱，见图 2(c)和 2(d). 而原子的相对耦合常量 R 影响着双模光场的模间相关的起伏规律.

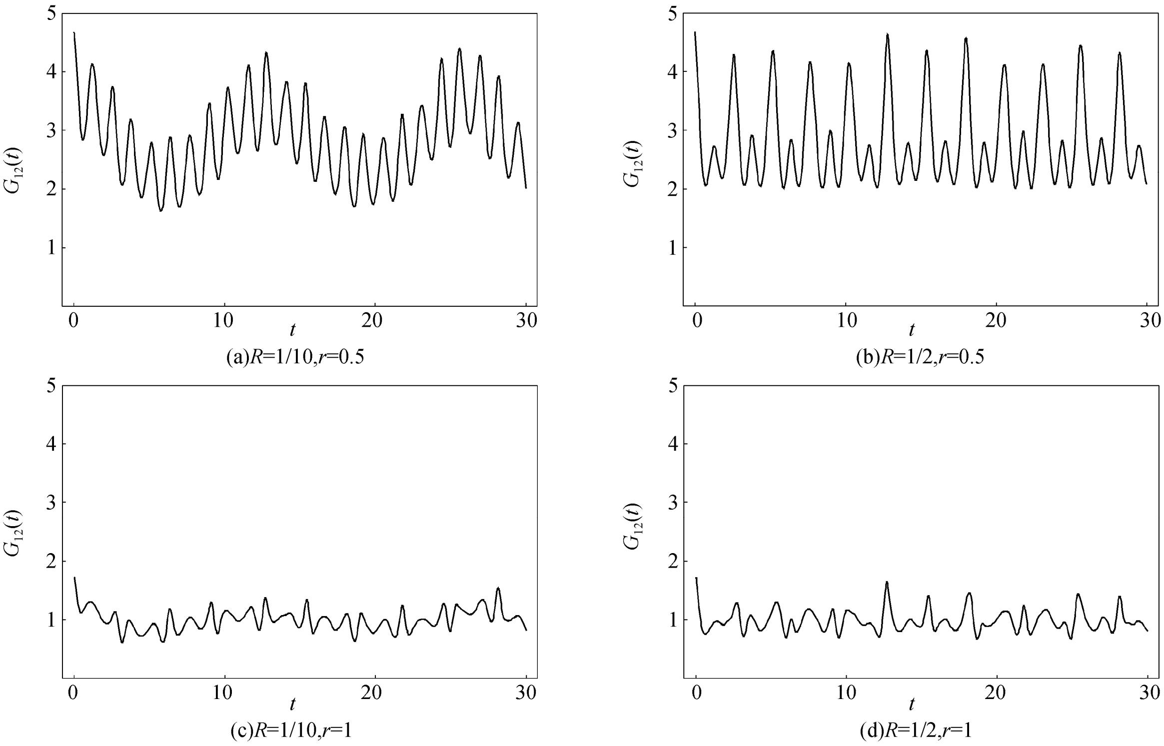


图 2 $G_{12}(t)$随时间的演化

Fig. 2 The variation of $G_{12}(t)$ versus time

2.3 Cauchy-Schwartz 不等式

双模光场的 Cauchy-Schwartz 不等式为

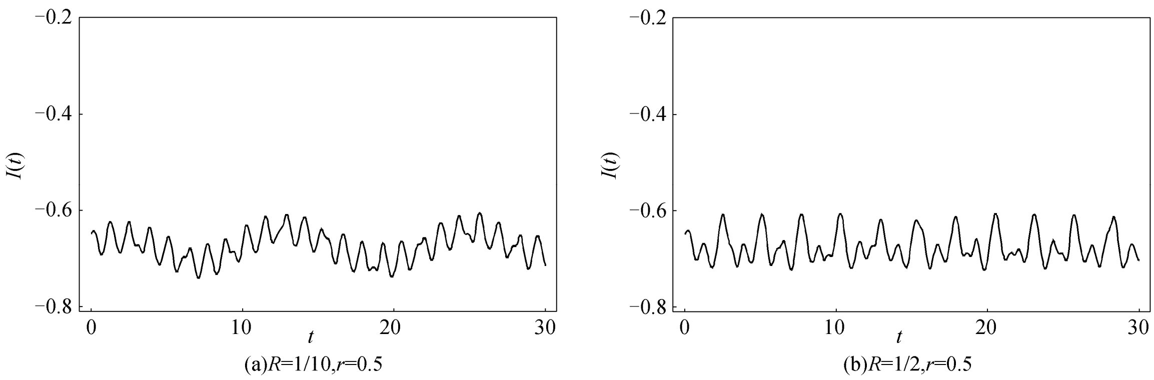
$$\langle a_1^{+2} a_1^2 \rangle \langle a_2^{+2} a_2^2 \rangle \geqslant \langle a_1^+ a_2^+ a_1 a_2 \rangle \tag{18}$$

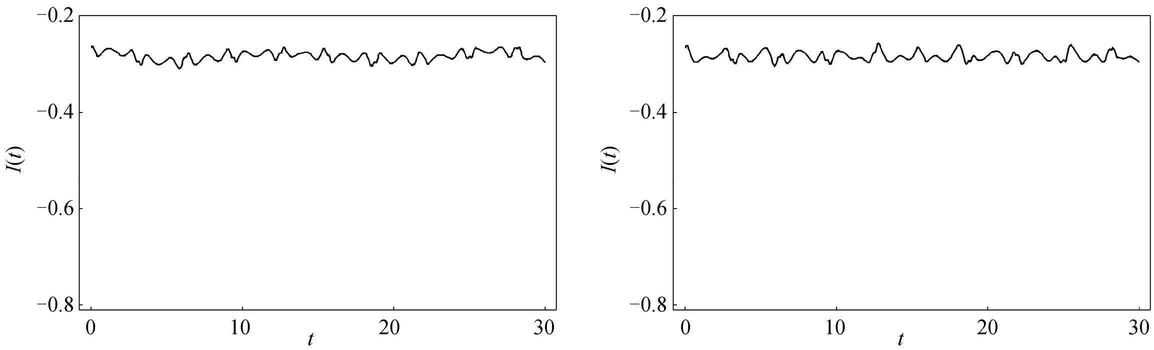
令

$$I(t)=\frac{\langle a_1^{+2} a_1^2 \rangle \langle a_2^{+2} a_2^2 \rangle}{\langle a_1^+ a_2^+ a_1 a_2 \rangle}-1 \tag{19}$$

若 $I(t)>0$，则双模光场间的相关为经典相关；若 $I(t)<0$，则双模光场间的相关为非经典相关.

借助数值计算可获得 $I(t)$随时间的演化规律，如图 3. 可以看出，在光场的初始压缩因子 r 不太大的情况下($r=0.5,1$)，$I(t)<0$，这表明系统中双模光场的模间相关是一种非经典相关. 而且光场的初始压缩因子 r 的大小对双模光场的模间相关的非经典程度有明显的影响. 当 r 较小时($r=0.5$)，其模间相关的非经典程度的起伏较为强烈，非经典程度较深，见图 3(a)和 3(b). 当 r 较大时($r=1$)，其模间相关的非经典程度的起伏较为舒缓，非经典程度较浅，见图 3(c)和 3(d). 原子的相对耦合常量 R 对双模光场的模间相关的非经典程度的起伏规律影响较大，而对非经典程度的平均深度影响较小.





(c)R=1/10,r=1　　(d)R=1/2,r=1

图 3　$I(t)$随时间的演化

Fig. 3　The variation of $I(t)$ versus time

3　结论

利用数值计算方法，研究了非等同双原子与双模压缩真空场相互作用系统中光场的相干性质. 计算结果表明：系统中光场的相干性质不仅与光场的初始压缩因子 r 有关，而且还受双原子的相对耦合常量 R 的影响. 研究发现：

1）光场的初始压缩因子 r 对二阶相干度有明显的影响. 当 r 较小时（$r=0.5$），$G_1(t)$的震荡较为强烈，光子的聚束效应和反聚束效应交替出现. 而当 r 较大时（$r=1$），$G_1(t)$的震荡较为舒缓，光子呈现聚束效应.

2）光场的初始压缩因子时，系统中光场的两模之间呈正相关，光场的初始压缩因子 r 对双模光场的模间相关有明显的影响. 当 r 较小时（$r=0.5$），$G_{12}(t)$的起伏较为强烈，其平均相关程度较强. 而当 r 较大时（$r=1$），$G_{12}(t)$的震荡较为舒缓，其平均相关程度较弱.

3）双原子的相对耦合常量 R 对 $G_1(t)$、$G_{12}(t)$及 $I(t)$随时间的演化规律有一定的影响. 当 r 较小时（$r=0.5$），其影响较大. 而当 r 较大时（$r=1$），其影响较小. 但双原子的相对耦合常量 R 的变化不改变双模光场的模间相关的非经典性质.

参考文献

[1]　JAYNES E T, CUMMINGS F W. Comparison of quantum and semi-classical radiation theories with application to the beam [J]. *Proc IEEE*, 1963, **51**(3): 89-110.

[2]　CRISP M D. Jaynes-Cummings Model withou the rotating-wave approximation[J]. *Phys Rev*, 1991, **43A**(5): 2430-2435.

[3]　GERRY C C, MOYER P J. Squeezing and higher-order squeezing in one and two-photon Jaynes-Cummings Model[J]. *Phys Rev*, 1988, **38A**(11): 5554-5669.

[4]　KIEN F L, KOZIEROWSKI M, QUANG T. Fourth-order squeezing in the multiphoton Jaynes-Cummings Model [J]. *Phys Rev*, 1988, **38A**(1): 263-266.

[5]　ZHOU Peng, PENG Jin-sheng. Dressing multiphoton Hamiltonian[J]. *Chin Phys Lett*., 1992, **9**(1): 13-16.

[6]　ZHU Shi-yao, LI Xiao-shen. Quantum theory of a two-photon Laser[J]. *Phys Rev*, 1987, **A36**(8): 3889-3896.

[7]　LI Gao-xiang, PENG Jin-sheng, ZHOU Peng. Atomic population of a Λ-type three- level atom in a Kerr-like medium [J]. *Acta Optica Sinica*, 1993, **13**(10): 902-907
李高翔，彭金生，周鹏. 被克尔介质包围的 Λ 型三能级原子的粒子布局几率[J]. 光学学报，1993，**13**(10)：902-907.

[8]　LI Fu-li, LI Xiao-shen, LIN D L, *et al*. Dynamics of an M-level atom interacting with cavity fields II: properties of photon statistics[J]. *Phys Rev*, 1989, **A40**(9): 5129-5134.

[9]　BUCK B, SUKUMAR C V. Exactly soluble model of atom-phonon coupling Showing periodic decay and revival[J]. *Phys Lett*, 1981, **81A**(2): 132-135.

[10]　AGARWAL G S, PURI R R. Collapse and revival phenomenon in the evolution of a resonant field in a kerr-like medium[J]. *Phys Rev*, 1989, **A39**(6): 2969-2997.

[11]　LAW C K, EBERLY J H. Arbitrary control of a quantum electromagnetic field[J]. *Phys Rev Lett*,, 1996, **76**(7): 1055-1058.

[12]　WANG Xiao-guang, YU Rong-jin, YU Hua. Antibunching effect in the time-dependent Jaynes-Cummings model [J]. *Acta Photonica Sinica*, 1998, **27**(4): 304-308.
王晓光，于荣金，于华. 依赖于时间的 Jaynes-Cummings 模型中的反聚束效应[J]. 光子学报，1998，**27**(4)：304-308.

[13]　PIAO Hong-guang, ZHNG Shou. Quantum properties of atom in time-dependent and intensity-dependent coupling jaynes-cummings model [J]. *Journal of Atomic and Molecular Physics*, 2005, **22**(1): 21-25.

[14]　MA Xiao-ping, PIAO Hong-guang, ZHNG Shou. Antibunching effect of different laser pulse shapes in Jaynes-Cummings model [J]. *Journal of Atomic and Molecular Physics*, 2005, **22**(1): 110-114.
马晓萍，朴红光，张寿. 不同激光脉冲对于 J-C 模型中的反聚束效应[J]. 原子与分子物理学报，2005，**22**(1)：110-114.

[15]　LIU Tang-kun, PENG Jin-sheng. The N th-power squeezing of field amplitude in multiphoton J-C model with Kerr-like medium[J]. *Acta Photonica Sinica*, 1997, **26**(1): 21-26.
刘堂昆，彭金生. 含类 Kerr 介质的多光子 J-C 模型中光场振幅的 N 次方压缩[J]. 光子学报，1997，**26**(1)：21-26.

[16]　YANG Xiao-xue, WU Ying, GAO Ke-lin. Janynes-Cummings model for a single trapped ion[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998,

18(8):1050-1055.
杨晓雪,吴颖,高克林.单个囚禁粒子的 Jaynes-Cummings 模型[J].光学学报,1998,**18**(8):1050-1055.

[17] WANG Xiao-guang, YU Rong-jin. Unified approach for treating the Kerr and stark effects in the interaction between atom and field[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(9): 1160-1164.
王晓光,于荣金.原子与单模场相互作用中克尔效应与斯塔克效应的统一处理[J].光学学报,1998,**18**(9):1160-1164.

[18] JIN Guang-Ri, LIU Wu-Ming. Collapses and revivals of exciton emission in a semiconductor microcavity:Detuning and phase-space filling effects[J]. *Phys Rev*, 2004,**70**A,013803.

[19] TAVIS M, CUMMINGS F W. Exact solution for an N-molecule- radiation-field Hamiltonian[J]. *Phys Rev*,1968,**170**(2):379-384.

[20] LUO Zhen-fei,XU Zhi-zhan,XU Lei. Raman interaction of a pair of two-level atoms with a radiation field[J]. *Acta Phys Sin*,1992,**41**(12):1950-1954.
罗振飞,徐至展,徐磊.两个双能级原子与辐射场的喇曼相互作用[J].物理学报,1992,**41**(12):1950-1954.

[21] FENG Jin, SONG Tong-qiang, WANG Wen-zheng, *et al*. A general characteristic of emission spectrum for a pair of two-level atoms resonantly interacting with two modes cavity field through multiphoton process[J]. *Acta Photonica Sinica*, 1996,**25**(5):394-399.
冯健,宋同强,王文正,等.两双能级原子与双模腔场多光子共振相互作用辐射谱的一般特征[J].光子学报,1996,**25**(5):394-399.

[22] ZHANG Deng-yu. Theory of a single-mode radiation field interaction with N atoms[J]. *Acta Optica Sinica*, 1995, **15**(2):192-196.
张登玉.单模辐射场与 N 个原子相互作用理论[J].光学学报,1995,**15**(2):192-196.

[23] FENG Jin, SONG Tong-qiang, WANG Wen-zheng, *et al*. A general theory of spontaneous-emission line shape of two atoms in two-mode vacuum cavity field[J]. *Acta Optica Sinica*,1996,**25**(8):689-693.
冯健,宋同强,王文正,等.双模腔场中两原子自发辐射线型的一般理论[J].光学学报,1996,**25**(8):689-693.

[24] FENG Jian,SONG Tong-qiang,GAO Yun-feng. Multiphoton emission spectrum of two atoms interaeting with two modes of radiation field with differeut coupling constants[J]. *Acta Photonica Sinica*,1997,**26**(10):893-901.

[25] ZHNG Gui-ming, LI Rui-ke, GAO Yun-feng. Cavity field spectra of two atoms interacting with two-mode field in superposition states[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **34**(7): 1117-1120.
张桂明,李悦科,高云峰.双模相干态和压缩真空态光场-非等同两原子体系的腔场谱[J].光学学报,2005,**34**(7):1117-1120.

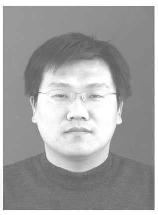
Coherence Properties of Light Field Interacting with Two Different Atoms

PIAO Hong-guang[1], MA Xiao-ping[1], LU Dian-qing[1], ZHANG Shou[2]
(1 *Department of Mathematics and Physics*, *Huaihai Institute of Technology*, *Lianyunguang Jiangsu* 222005, *China*)
(2 *Department of Physics*, *College of Science*, *Yanbian University*, *Yanji Jilin* 133002, *China*)

Received date:2007-03-03

Abstract:The coherence properties of light in the system of two different atoms interacting with two-mode squeezing vacuum field were studied. The effect of the relative coupling constant ($R=g_1/g_2$) and initial squeezed parameter on the second-order coherence, mode-correlation properties and Cauchu- Achwartz inequality were discussed. The results show that when the initial squeezed parameter is smaller, the phone bunching and antibunching are appearing by turns, and the dgree of mode-correlation property is more stronger. When the initial squeezed parameter is bigger, the photons are appearing bunching and the degree of mode-correlation propertity is weaken. The variation of second-order coherence, mode-correlation properties and Cauchy-Schwartz inequality versus time is affected by the relative coupling constant R, but the relative coupling constant can't change the non-classical properties of light.

Key words:Quantum optics; Non-classical properties of photons; Two-mode light field; Two-atoms system



PIAO Hong-guang was born in 1977. He received his B. S degree from the department of physics of Yanbian University in 2001, and received his M. S degree from the department of physics of Yanbian University in 2004. He is a lecturer in department of mathematics and science of Huaihai Institute of Technology. His research interest focuses on Quantum Optics.