

与两等同 Bell 态纠缠原子相互作用光场的量子场熵*

刘王云, 杨志勇, 安毓英, 曾晓东

(西安电子科技大学 技术物理学院 501 教研室, 西安 710071)

摘 要:利用全量子理论,并通过数值计算,研究了初始处于 Fock 态的单模光场与两等同双能级纠缠原子单光子共振相互作用过程中单模光场量子场熵的时间演化特性. 结果发现:当两原子初始处于第一种 Bell 态时,光场量子场熵的时间演化周期为 $\pi/g\sqrt{2(2n+1)}$;随着初始光强的增大,光场与原子之间的量子纠缠现象减弱;特别是当时间 t 为演化周期的整数倍时,场-原子系统处于退纠缠状态. 当两原子初始处于第二种 Bell 态时,光场量子场熵不随时间变化,恒为零. 当两原子初始分别处于第三种和第四种 Bell 态时,光场量子场熵的时间演化曲线呈现不等幅周期振荡现象;并且随着初始光场光子数的增加,光场量子场熵的振荡周期逐渐增大,但振荡幅值逐渐减小.

关键词:量子光学;量子信息学;量子场熵;量子纠缠;单模数态光场;Bell 态纠缠原子

中图分类号:O431.2

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2008)03-0594-6

0 引言

场-原子相互作用系统中光场量子熵演化特性研究一直是量子光学与量子信息学科交叉研究领域内的前沿研究课题之一^[1-2]. 特别是自 Phoenix 和 Knight 等人^[3-5]将熵理论应用于量子光学领域以来,有关场-原子相互作用系统中光场量子场熵演化特性的研究工作很快引起人们的重视,并获得了许多具有重要意义的结果^[6-10]. 由 Phoenix 和 Knight 等人的量子熵理论可知:熵函数由于自动包含了量子系统密度矩阵的全部统计矩,所以在场-原子相互作用系统中,光场(或原子)的量子熵是光场与原子之间量子纠缠程度的灵敏量度,它的时间演化特性直接反映了光场与原子之间量子纠缠程度的演化特性. 一般而言,熵越大,场-原子之间量子纠缠越强;反之,亦然. 如果光场和原子在初始时刻($t=0$)均处于纯态,则场-原子系统总量子熵为零,且不随时间变化. 但是,由 Araki-Lieb 不等式^[3]可知,在 $t>0$ 的任意时刻,光场与原子的量子熵相等,且随时间变化.

关于场-原子相互作用系统量子纠缠现象的研究,人们已进行了许多有益探索. 特别是随着腔量子电动力学(即 QED)技术在量子信息科学领域的广泛应用,例如利用腔 QED 技术隐形传送量子态^[11-12]、实现量子逻辑门^[13]等,人们已经能够利用腔 QED 技术制备多粒子量子纠缠态^[14]. 但是,对于

光场与纠缠态原子相互作用系统中有关光场和原子量子熵演化特性以及量子纠缠现象对它们的影响等问题,则研究较少. 例如,在两等同双能级原子组成的系统中,原子初始时刻可处于四个 Bell 态之中,这四个 Bell 态是具有最大纠缠度的纠缠态,它们两两正交,构成四维 Hilbert 空间中的一组正交归一完备基,因此在量子信息学领域中可作为标准量子态对未知量子态进行测量等^[15-16]. 尽管人们已经研究了偶极共振作用下腔束缚 Bell 态原子的辐射谱^[17]以及 Fock 态腔场与 Bell 态原子相互作用系统中原子布居和偶极压缩以及光场的反聚束效应的演化特性^[18-19],但关于光场与 Bell 态原子相互作用系统中光场量子熵的时间演化特性问题,目前则未见任何研究报道. 本文利用全量子理论,通过数值计算予以详细讨论,并由此获得了一系列既不同于现有报道同时又具有重要理论价值的新的结果和结论.

1 模型与理论

忽略原子之间的偶极-偶极相互作用,考虑两个等同的、本征跃迁频率为 ω_0 的双能级原子同时与频率为 ω 的单模光场之间的单光子共振(即 $\omega_0 = \omega$)相互作用,在旋波近似下,场-原子相互作用系统的哈密顿量可表为^[18]

$$H = H_0 + H_I \quad (1a)$$

$$H_0 = \omega(a^+ a + \frac{1}{2}) + \omega_0 \sum_{i=1}^2 \sigma_z^{(i)} \quad (1b)$$

$$H_I = g \sum_{i=1}^2 (a \sigma_+^{(i)} + a^+ \sigma_-^{(i)}) \quad (1c)$$

式中 a^+ 、 a 分别表示单模光场的光子产生算符和光子湮灭算符, $\sigma_z^{(i)}$ 、 $\sigma_{\pm}^{(i)}$ 分别表示第 i 个原子的赝自旋算符, g 表示场-原子之间的耦合强度.

*陕西省自然科学基金(2001SL04)和陕西省科技攻关项目(2002K05-G9)资助

Tel: 029-33564453 Email: liu02401073@sina.com

收稿日期: 2006-10-16

如果选择两原子系统的基为 $\{|e_1e_2\rangle, |e_1g_2\rangle, |g_1e_2\rangle, |g_1g_2\rangle\}$, 并且对原子所处的状态做以下定义^[20]

$$|e_1e_2\rangle = (1\ 0\ 0\ 0)^T, |e_1g_2\rangle = (0\ 1\ 0\ 0)^T$$

$$|g_1e_2\rangle = (0\ 0\ 1\ 0)^T, |g_1g_2\rangle = (0\ 0\ 0\ 1)^T \quad (2)$$

那么场-原子相互作用系统的总的时间演化算符可表为^[18]

$$U(t,0) = U_1(t,0)U_2(t,0) \quad (3a)$$

$$U_1(t,0) = e^{-i\omega(a^+ + a + \frac{1}{2})t} \begin{pmatrix} e^{-2i\omega t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\omega t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\omega t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3b)$$

$$U_2(t,0) = \begin{pmatrix} 1 + a \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a^+ & -ia \frac{\sin \hat{\theta}}{2\hat{n}} & -ia \frac{\sin \hat{\theta}}{2\hat{n}} & a \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a \\ -i \frac{\sin \hat{\theta}}{2\hat{n}} a^+ & \frac{1}{2}(\cos \hat{\theta} + 1) & \frac{1}{2}(\cos \hat{\theta} - 1) & -i \frac{\sin \hat{\theta}}{2\hat{n}} a \\ -i \frac{\sin \hat{\theta}}{2\hat{n}} a^+ & \frac{1}{2}(\cos \hat{\theta} - 1) & \frac{1}{2}(\cos \hat{\theta} + 1) & -i \frac{\sin \hat{\theta}}{2\hat{n}} a \\ a^+ \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a & -ia \frac{\sin \hat{\theta}}{2\hat{n}} & -ia \frac{\sin \hat{\theta}}{2\hat{n}} & 1 + a^+ \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a \end{pmatrix} \quad (3c)$$

式中 $\hat{n} = 2a^+ a + 1$, $\hat{\theta}(t) = \sqrt{2\hat{n}}gt$.

假定在 $t=0$ 的初始时刻,两等同双能级原子均处于 Bell 态 $|\Psi_{\text{Bell}}(0)\rangle$, 单模光场处于 Fock 态 $|n\rangle$, 亦即 $|\Psi_a(0)\rangle = |\Psi_{\text{Bell}}(0)\rangle, |\Psi_f(0)\rangle = |n\rangle$. 则在 $t=0$ 的初始时刻,原子子系统的约化密度算符可表为 $\rho_a(0) = |\Psi_a(0)\rangle\langle\Psi_a(0)| = |\Psi_{\text{Bell}}(0)\rangle\langle\Psi_{\text{Bell}}(0)|$ (4) 单模光场子系统的约化密度算符可表示为

$$\rho_f(0) = |\Psi_f(0)\rangle\langle\Psi_f(0)| = |n\rangle\langle n| \quad (5)$$

并且还假定在 $t=0$ 的初始时刻光场与原子之间没有关联(即不存在任何交叉耦合作用),场-原子系统处于纯态. 这样,在 $t=0$ 的初始时刻,在这种情况下,场-原子系统的总的密度算符可表为^[3]

$$\rho(0) = \rho_a(0) \otimes \rho_f(0) \quad (6)$$

在 $t>0$ 的任意时刻,由于场与原子之间发生了各种交叉耦合作用,从而使得场-原子系统的总的密度算符演化为下列形式^[3]

$$\rho(t) = U(t,0)\rho(0)U^+(t,0) \quad (7)$$

此时,光场子系统的约化密度算符可表示为

$$\rho_f(t) = \text{tr}_a\{\rho(t)\} \quad (8)$$

与之相应,光场子系统的量子场熵可表示为

$$S_f(t) = -\text{tr}_f\{\rho_f(t)\ln\rho_f(t)\} \quad (9)$$

2 量子场熵计算公式与数值结果分析

根据上述模型及理论推导,可以求得单模光场分别与四个 Bell 态原子相互作用系统中量子场熵的解析表达式,并通过数值计算分析量子场熵随时

间的演化特性.

2.1 初始时刻两等同双能级原子处于第一种 Bell 态 $|\Psi^+\rangle$ 的情形

在 $t=0$ 的初始时刻,原子初始状态为

$$|\Psi_a(0)\rangle = |\Psi^+\rangle = 1/\sqrt{2}(|e_1g_2\rangle + |g_1e_2\rangle) = 1/\sqrt{2}(0\ 1\ 1\ 0)^T \quad (10)$$

由式(4)~(6)及(10)可以得到

$$\rho_f^{\Psi^+}(0) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_f(0) & \rho_f(0) & 0 \\ 0 & \rho_f(0) & \rho_f(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

又由式(3a~3c)、(7)、(8)和式(11)可以求得

$$\rho_f^{\Psi^+}(t) = A\rho_f(0)A^+ + B\rho_f(0)B^+ \quad (12)$$

式中 $A = 2a\sin\hat{\theta}/2\hat{n}$, $B = \cos\hat{\theta}$. 再利用式(9)和(12)两式即可求得

$$S_f^{\Psi^+}(t) = -\text{tr}_f\{\rho_f^{\Psi^+}(t)\ln\rho_f^{\Psi^+}(t)\} = -\sum_{m=0}^{\infty} \langle m|\rho_f^{\Psi^+}(t)|m\rangle \ln\langle m|\rho_f^{\Psi^+}(t)|m\rangle = -\left\{ \frac{n\sin^2(\Omega_n t)}{(2n+1)^2} \ln\left[\frac{n\sin^2(\Omega_n t)}{(2n+1)^2} \right] + \cos^2(\Omega_n t) \ln[\cos^2(\Omega_n t)] \right\} \quad (13)$$

在式(13)中, $\Omega_n = g\sqrt{2(2n+1)}$.

图 1 是根据式(13)通过数值计算所得到的光场量子场熵 $S_f^{\Psi^+}(t)$ 随初始光子数 n 变化的时间演化特性曲线.

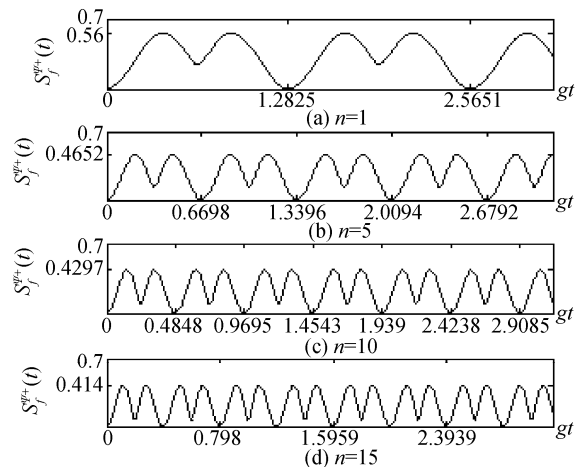


图 1 量子场熵 $S_f^{\Psi^+}(t)$ 随初始光子数 n 变化的时间演化曲线
Fig. 1 The time evolution curves of quantum field entropy $S_f^{\Psi^+}(t)$ with the initial photon numbers n

从图 1(a)~(d) 可以看出:随着初始光子数 n 由 1 增大到 15,光场的量子场熵 $S_f^{\Psi^+}(t)$ 的最大值由 0.56 减小到 0.414,这说明随着初始光场强度的增大,光场与 Bell 态原子之间的量子纠缠减弱;光场量子场熵的演化周期由 1.2825/g 减小到 0.399/g. 这是因为从式(13)可以求得量子场熵 $S_f^{\Psi^+}(t)$ 的演化周期为 $T = \frac{\pi}{g\sqrt{2(2n+1)}}$. 另外,从图还可以看

出,当 $t = \frac{m\pi}{g\sqrt{2(2n+1)}} (m = 0, 1, 2, \dots)$ 时光场量子场熵 $S_f^{\Psi^+}(t)$ 均为 0, 说明在这些时刻点上单模数态光场与 Bell 态原子之间处于退纠缠状态; 此时, 场-原子之间的量子纠缠现象消失.

2.2 初始时刻两等同双能级原子处于第二种 Bell 态 $|\Psi^-\rangle$ 的情形

在 $t = 0$ 的初始时刻, 原子初始状态可表为

$$|\Psi_a(0)\rangle = |\Psi^-\rangle = 1/\sqrt{2}(|e_1g_2\rangle - |g_1e_2\rangle) = 1/\sqrt{2}(0\ 1\ -1\ 0)^T \quad (14)$$

由式(4)~(6)及(14)可以得到

$$\rho_f^{\Psi^-}(0) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_f(0) & -\rho_f(0) & 0 \\ 0 & -\rho_f(0) & \rho_f(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

又由式(3a~3c)、(7)、(8)和(15)可以求得

$$\rho_f^{\Psi^-}(t) = \rho_f(0) = |n\rangle\langle n| \quad (16)$$

再根据(9)和(16)两式立即得到

$$S_f^{\Psi^-}(t) = -\text{tr}_f\{\rho_f^{\Psi^-}(t)\ln\rho_f^{\Psi^-}(t)\} = -\sum_{m=0}^{\infty}\langle m|\rho_f^{\Psi^-}(t)|m\rangle\ln\langle m|\rho_f^{\Psi^-}(t)|m\rangle = 0 \quad (17)$$

可见, 在这种情况下, 光场的量子场熵 $S_f^{\Psi^-}(t)$ 不随时间变化, 恒为 0. 这就表明, 当单模数态光场

与处于 Bell 态 $|\Psi^-\rangle$ 的两等同双能级原子之间发生共振相互作用时, 场-原子之间的量子纠缠行为完全消失, 此时, 场与原子之间始终处于退纠缠状态.

2.3 初始时刻两等同双能级原子处于第三种 Bell 态 $|\Phi^+\rangle$ 的情形

在 $t = 0$ 的初始时刻, 原子初始状态可表为

$$|\Psi_a(0)\rangle = |\Phi^+\rangle = 1/\sqrt{2}(|e_1e_2\rangle + |g_1g_2\rangle) = 1/\sqrt{2}(1\ 0\ 0\ 1)^T \quad (18)$$

由式(4)~(6)及(18)可以得到

$$\rho_f^{\Phi^+}(0) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \rho_f(0) & 0 & 0 & \rho_f(0) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \rho_f(0) & 0 & 0 & \rho_f(0) \end{pmatrix} \quad (19)$$

又由(3a~3c)、(7)、(8)和(19)各式可以求得

$$\rho_f^{\Phi^+}(t) = 1/2(C\rho_f(0)C^+ + D\rho_f(0)D^+) + E\rho_f(0)E^+ \quad (20)$$

式中 $C = 1 + a \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a^+ + a \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a$

$$D = a^+ \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a^+ + 1 + a^+ \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a$$

$$E = \frac{\sin \hat{\theta}}{2\hat{n}}(a^+ + a)$$

最后, 再根据式(9)和式(20)求得

$$S_f^{\Phi^+}(t) = -\text{tr}_f\{\rho_f^{\Phi^+}(t)\ln\rho_f^{\Phi^+}(t)\} = -\sum_{m=0}^{\infty}\langle m|\rho_f^{\Phi^+}(t)|m\rangle\ln\langle m|\rho_f^{\Phi^+}(t)|m\rangle = -\left\{\frac{1}{2}\left[\left(1 + \frac{(n+1)(\cos W_n t - 1)}{2n+3}\right)^2 + \left(1 + \frac{n(\cos V_n t - 1)}{2n-1}\right)^2\right] \times \ln \frac{1}{2}\left[\left(1 + \frac{(n+1)(\cos W_n t - 1)}{2n+3}\right)^2 + \left(1 + \frac{n(\cos V_n t - 1)}{2n-1}\right)^2\right] + \frac{n(n-1)(\cos V_n t - 1)^2}{2(2n-1)^2} \ln \frac{n(n-1)(\cos V_n t - 1)^2}{2(2n-1)^2} + \frac{(n+1)(n+2)(\cos W_n t - 1)^2}{2(2n+3)^2} \ln \frac{(n+1)(n+2)(\cos W_n t - 1)^2}{2(2n+3)^2} + \frac{(n+1)\sin^2(W_n t)}{4(2n+3)^2} \ln \frac{(n+1)\sin^2(W_n t)}{4(2n+3)^2} + \frac{n\sin^2(V_n t)}{4(2n-1)^2} \ln \frac{n\sin^2(V_n t)}{4(2n-1)^2}\right\} \quad (21)$$

式中 $W_n = g\sqrt{2(2n+3)}$, $V_n = g\sqrt{2(2n-1)}$.

2.4 初始时刻两等同双能级原子处于第四种 Bell 态 $|\Phi^-\rangle$ 的情形

在 $t = 0$ 的初始时刻, 原子初始状态可表为

$$|\Psi_a(0)\rangle = |\Phi^-\rangle = 1/\sqrt{2}(|e_1e_2\rangle - |g_1g_2\rangle) = 1/\sqrt{2}(1\ 0\ 0\ -1)^T \quad (22)$$

由式(4)~(6)及(22)可以得到

$$\rho_f^{\Phi^-}(0) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \rho_f(0) & 0 & 0 & -\rho_f(0) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\rho_f(0) & 0 & 0 & \rho_f(0) \end{pmatrix} \quad (23)$$

又由式(3a~3c)、(7)、(8)和(23)可以求得

$$\rho_f^{\Phi^-}(t) = \frac{1}{2}\left[\left(1 + a \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a^+ - a \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a\right)\rho_f(0)\left(1 + a \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a^+ + \left(a \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a - 1 - a^+ \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a\right)\rho_f(0)a^+ \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a^+ + \left(a^+ \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a^+ - 1 - a^+ \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a\right)\rho_f(0)a \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a + \left(1 + a^+ \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a - a^+ \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a\right)\rho_f(0)\left(1 + a^+ \frac{\cos \hat{\theta} - 1}{\hat{n}} a\right)\right] + \frac{\sin \hat{\theta}}{2\hat{n}}(a^+ - a)\rho_f(0)a \frac{\sin \hat{\theta}}{2\hat{n}} + \frac{\sin \hat{\theta}}{2\hat{n}}(a - a^+)\rho_f(0)a^+ \frac{\sin \hat{\theta}}{2\hat{n}} \quad (24)$$

最后, 再根据式(9)和式(24)求得

$$S_f^-(t) = -\text{tr}_f\{\rho_f^-(t)\ln\rho_f^-(t)\} = -\sum_{m=0}^{\infty}\langle m|\rho_f^-(t)|m\rangle \ln\langle m|\rho_f^-(t)|m\rangle = S_f^+(t) \quad (25)$$

图 2 是根据(21)和(25)两式分别进行数值计算所得的有关光场量子场熵 $S_f^{\pm}(t)$ 随初始光子数 n 变化的时间演化特性曲线.

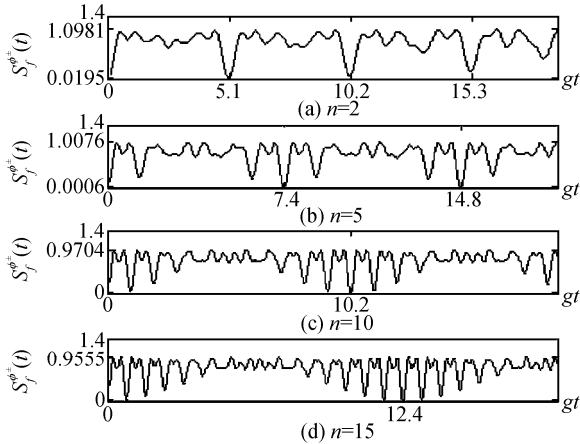


图 2 量子场熵 $S_f^{\pm}(t)$ 随初始光子数 n 变化的时间演化曲线
Fig. 2 The time evolution curves of quantum field entropy $S_f^{\pm}(t)$ with the initial photon numbers n

从图 2(a)~(d)可以看出:随着初始光子数 n 由 2 增大到 15,光场的量子场熵 $S_f^{\pm}(t)$ 的最大值由 1.098 1 减小到 0.955 5,这说明随着初始光场强度的增大,光场与 Bell 态原子之间的量子纠缠减弱.可以看出,在这种情况下,光场量子场熵的演化呈现不等幅周期振荡,并且随着初始光子数的增加,量子场熵 $S_f^{\pm}(t)$ 的振荡周期逐渐增大.表明:在上述情况下,单模光场与两等同双能级原子之间的量子纠缠程度随时间演化的特征是不等幅周期振荡的,并且,随着光场强度的增大,场-原子之间的量子纠缠程度减弱,振荡周期变长.

为了更直观、形象地展现量子场熵随时间的演化规律,图 3 给出了用计算机模拟所得的量子场熵随初始光子数 n 变化的时间演化曲面,从这些图可以更清楚地看出量子场熵随 n 的变化关系.

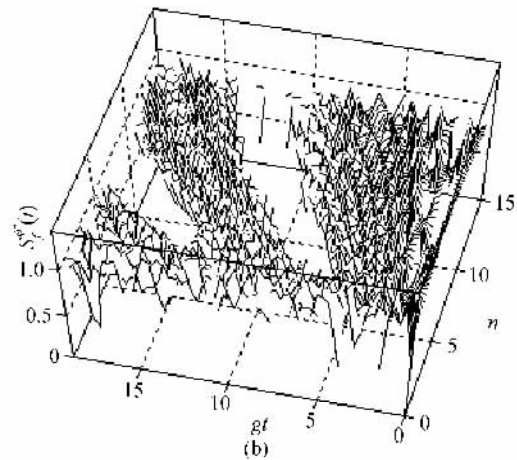
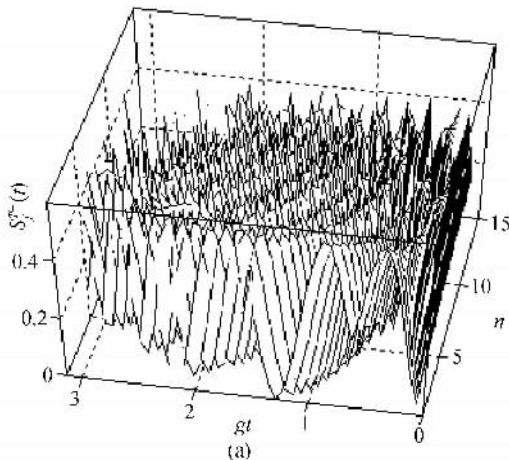


图 3 量子场熵随初始光子数 n 变化的时间演化曲面
Fig. 3 The time evolution surfaces of quantum field entropy with the initial photon numbers n

3 结论

本文利用全量子理论,系统研究了单模数态光场与两等同双能级 Bell 态原子单光子共振相互作用系统中光场量子场熵随时间的演化特性.数值计算的结果表明:

(1)当两等同双能级原子初始处于第一种 Bell 态 $|\Psi^+\rangle$ 时,随着初始光场强度的增大,光场与 Bell 态原子之间的量子纠缠减弱;光场量子场熵随时间演化的总的趋势是周期性的,且其量子场熵 $S_f^{\pm}(t)$ 的演化周期为 $T = \frac{\pi}{g\sqrt{2(2n+1)}}$.这就表明,在这种情况下,场-原子之间的量子纠缠行为是随时间呈

双峰等幅周期性振荡的.特别是在 $t = \frac{m\pi}{g\sqrt{2(2n+1)}}$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) 的时间点上量子场熵 $S_f^{\pm}(t)$ 均为零,表明在这些时间点上单模数态光场与第一种 Bell 态 $|\Psi^+\rangle$ 原子之间处于退纠缠状态.

(2)当两等同双能级原子初始处于第二种 Bell 态 $|\Psi^-\rangle$ 时,光场量子场熵 $S_f^{\pm}(t)$ 不随时间变化,恒为零.表明当单模数态光场与处于第二种 Bell 态 $|\Psi^-\rangle$ 的两等同双能级原子发生相互作用时,场-原子之间的量子纠缠现象完全消失,场与原子两者始终处于退纠缠的非纠缠状态.

(3)当两等同双能级原子初始分别处于第三种和第四种 Bell 态 $|\phi^{\pm}\rangle$ 时,光场量子场熵 $S_f^{\pm}(t)$ 的演化呈现不等幅周期振荡,并且随着光场初始光子数的增加,其量子场熵的振荡周期逐渐增大,幅值逐渐减小,单模数态光场与 Bell 态 $|\phi^{\pm}\rangle$ 原子之间量子纠缠的程度减弱.

综上所述,根据单模光场与两等同双能级 Bell 态纠缠原子相互作用过程中光场量子场熵随时间演

化的基本特征,可以对四个不同的双原子Bell态 $|\Psi^+\rangle$ 、 $|\Psi^-\rangle$ 、 $|\phi^+\rangle$ 和 $|\phi^-\rangle$ 进行部分地识别和区分;这就为量子态工程领域中有关量子态的制备与识别等提供了重要的理论根据。

参考文献

- [1] YANG Zhi-yong, HOU Xun. A certain number of great advances in the field of quantum optics[C]. // Yao Yuan, Yang Hai-cheng. Science forum of new century. Xi'an: Shaanxi Science and Technology Press, 1999: 125-139.
杨志勇, 侯洵. 量子光学领域中的若干重大进展[C]. // 姚远, 杨海成. 新世纪科学论坛. 西安: 陕西科学技术出版社, 1999: 125-139.
- [2] YANG Zhi-yong, HOU Xun. Prospect on a certain number of vital nucleus problems in the field of quantum optics for 21-th century[J]. *Journal of Sangluo Normal College*, 2000, **14**(S1): 1-52.
杨志勇, 侯洵. 21世纪量子光学领域的若干重大核心问题展望-兼论量子光学的发展动态与发展方向[J]. 商洛师范专科学校学报, 2000, **14**(S1): 1-52.
- [3] PHOENIX S J D, KNIGHT P L. Fluctuations and entropy in models of quantum resonance[J]. *Ann Phys*, 1988, **186**(2): 381-407.
- [4] BARNETT S M, PHOENIX S J D. Entropy as measure of quantum optical correlation[J]. *Phys Rev (A)*, 1989, **40**(5): 2404-2409.
- [5] PHOENIX S J D, KNIGHT P L. Periodicity, phase, and entropy in models of two-photon resonance[J]. *J O S A B*, 1990, **7**(1): 116-124.
- [6] XIE Fang-sen, MEI Fei. Entropy properties of a single-mode squeezed coherent field interacting with effective two-level atom[J]. *Acta Photonica Sinica*, 1997, **26**(1): 1-5.
谢芳森, 梅飞. 有效二能级原子与压缩相干光场相互作用过程中场熵的特性[J]. 光子学报, 1997, **26**(1): 1-5.
- [7] WAN Lin, LIU San-qiu, TAO Xiang-yang. The influences of the virtual photon process on the field entropy evolution in the system of the two two-level atoms interacting with a single mode light field[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(6): 651-656.
万琳, 刘三秋, 陶向阳. 虚光子过程对“两个二能级原子-单模光场”相互作用系统场熵演化特性的影响[J]. 光子学报, 2001, **30**(6): 651-656.
- [8] LIU Su-mei, LIU San-qiu. The field entropy evolution of the V-type three-level atom interacting with a single mode coherent light field in an additional Kerr medium[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(8): 924-928.
刘素梅, 刘三秋. Kerr介质腔中“单模光场-V型三能级原子系统”的场熵演化特性[J]. 光子学报, 2002, **31**(8): 924-928.
- [9] HUANG Yan-xia, HAO Dong-shan, WANG Yi. Influence of Kerr effect on field entropy and entanglement in the intensity-dependent coupling Jaynes-Cummings model [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(12): 1448-1452.
黄燕霞, 郝东山, 汪毅. Kerr效应对非线性 Jaynes-Cummings模型场熵和纠缠的影响[J]. 光子学报, 2002, **31**(12): 1448-1452.
- [10] LIU Wang-yun, YANG Zhi-yong, AN Yu-ying, et al. A study on the properties of evolution of quantum field entropy in the system of a two-mode vacuum field interacting with two coupled two-level atoms[J]. *Journal of Northwest University (Natural Science online)*, 2005, **3**(9): 0182.
刘王云, 杨志勇, 安毓英, 等. 双模真空场与两耦合双能级原子相互作用系统的量子场熵演化特性[J]. 西北大学学报(自然科学网络版), 2005, **3**(9): 0182.
- [11] BENNETT C H, BRASSARD G, CRÉPEAU C, et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels[J]. *Phys Rev Lett*, 1993, **70**(3): 1895-1899.
- [12] LI Hong-cai, LIN Xiu, WU Long-quan. A scheme for teleportation of an unknown atomic state via raman interaction[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(7): 876-878.
- [13] SLEATOR T, WEINFURTER H. Realizable universal quantum logic gates[J]. *Phys Rev Lett*, 1995, **74**(20): 4087-4090.
- [14] GUO Guo-ping, LI Chuan-feng, LI Jian, et al. Scheme for the preparation of multiparticle entanglement in cavity QED[J]. *Phys Rev A*, 2002, **65**(4): 042102.
- [15] ZHENG Shi-biao, GUO Guang-can. Efficient scheme for two-atom entanglement and quantum information processing in cavity QED[J]. *Phys Rev Lett*, 2000, **85**(11): 2392-2395.
- [16] XIONG Xue-shi, FU Jie, SHEN Ke. Controlled teleportation of an unknown two-particle partly entangled state[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(5): 780-782.
熊学仕, 付洁, 沈柯. 二粒子部分纠缠未知态的量子受控传递[J]. 光子学报, 2006, **35**(5): 780-782.
- [17] CAO Zhuo-liang, ZHOU Zheng-wei, GUO Guang-can, et al. Emission spectrum from two atoms in Bell states in a cavity [J]. *Chinese Journal of Laser*, 2002, **B11**(6): 413-417.
- [18] SONG Jun, CAO Zhuo-liang. Dynamical properties of two atoms in Bell states in a cavity [J]. *Chinese Journal of quantum Electronics*, 2004, **21**(6): 783-787.
宋军, 曹卓良. Fock态腔场与Bell态原子相互作用的动力学特性[J]. 量子电子学报, 2004, **21**(6): 783-787.
- [19] SONG Jun, SHEN Jin-ling, ZHANG Gang, et al. Quantum properties of the light field of two atoms in Bell states in a cavity [J]. *Journal of HeFei University of Technology*, 2006, **29**(5): 623-626.
宋军, 沈金玲, 张刚, 等. Fock态腔场与Bell态原子相互作用过程中光场的量子特性[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2006, **29**(5): 623-626.
- [20] LIU Tang-kun, WANG Ji-suo, LIU Xiao-jun, et al. Fidelity of quantum information in a pair atoms of entanglement states interacting with coherent state [J]. *Acta Opt Sin*, 2000, **20**(11): 1449-1455.
刘堂昆, 王继锁, 柳晓军, 等. 纠缠态原子与相干光场作用的量子信息保真度[J]. 光学学报, 2000, **20**(11): 1449-1455.

Study on Quantum Entropy of Field Interacting with Two Identical Entangled Atoms in Bell States

LIU Wang-yun, YANG Zhi-yong, AN Yu-ying, ZENG Xiao-dong
(Lab 501, School of Technical Physics, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Received date: 2006-10-16

Abstract: The evolution properties of quantum entropy of the field in the Fock state interacting resonantly with a pair of identical two-level entangled atoms in Bell states are studied by utilizing of the complete quantum theory and by the numerical method. The evolution periodicity of quantum field entropy is

$\frac{\pi}{g\sqrt{2(2n+1)}}$ when the two atoms are initially in the first kind of Bell state. The quantum entanglement

between the field and the atoms decreases with the increase of the initial field intensity, and the field is completely disentangled from the atoms when the time is a whole-number multiple of the evolution periodicity. The quantum field entropy isn't change with the time and always remains at zero when the two atoms are initially in the second kind of Bell state. The evolution curves of quantum field entropy periodically oscillates with unequal amplitude when the two atoms are initially in the third and the fourth kind of Bell state respectively, and the periodicity of the oscillation of the quantum field entropy increases with the increases of the initial photon number, while the amplitude of the oscillation decreases. The Bell states composed of a pair of identical two-level atoms can be partially distinguished based on the evolution properties of quantum field entropy above.

Key words: Quantum optics; Quantum information science; Quantum field entropy; Quantum entanglement; Single-mode photon number state light field; Bell state entangled atoms



LIU Wang-yun was born in 1975. She earned her B. Sc. degree in physics from Shanxi Teacher's University in 1996 and M. Sc. degree in theoretical physics from Northwest University in 2003 respectively. Now she is studying at School of Technical Physics, Xidian University for her Ph. D. degree, and her major research fields include quantum optics and quantum informatics, quantum nonlinear optics and quantum optical communication theory.