

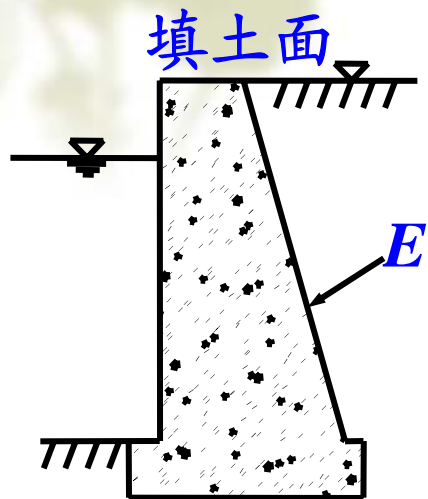
第六章 土压力计算

主要内容

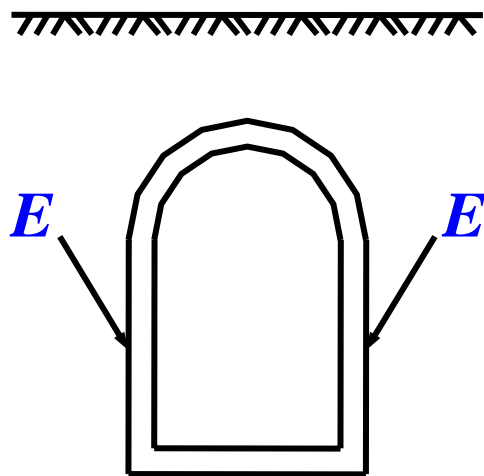
- ❖ 概述
- ❖ 静止土压力计算
- ❖ 朗肯土压力理论
- ❖ 库仑土压力理论
- ❖ 特殊情况下的土压力
- ❖ 土压力的讨论

第一节 概述

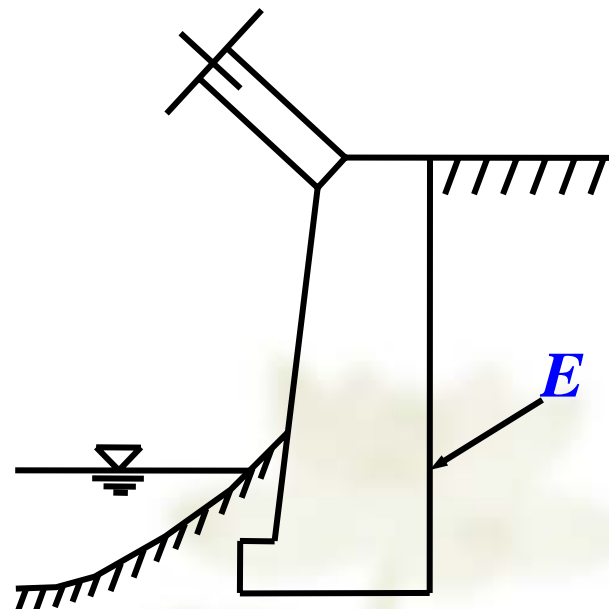
❖ 一、工程背景



码头



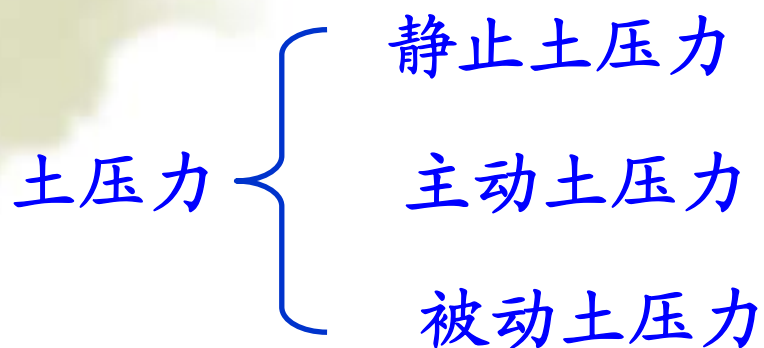
隧道侧墙



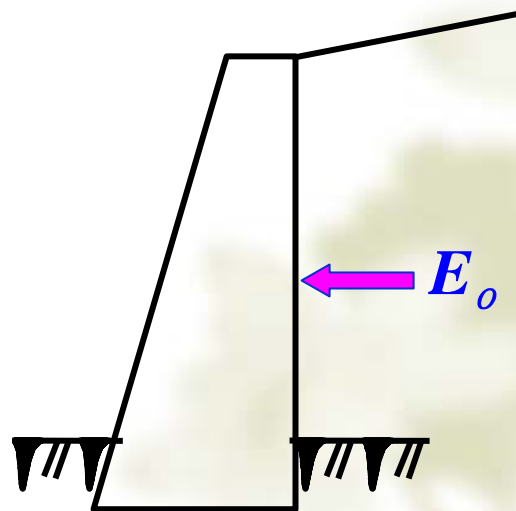
桥台

土压力通常是指挡土墙后的填土因自重或外荷载作用对墙背产生的侧压力

二、土压力类型

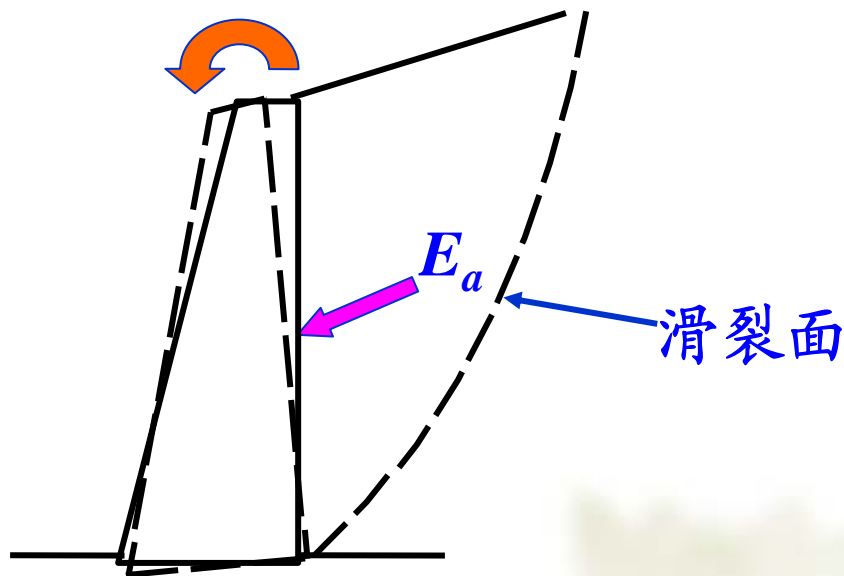


- 1. 静止土压力
- 挡土墙在压力作用下不发生任何变形和位移，墙后填土处于弹性平衡状态时，作用在挡土墙背的土压力



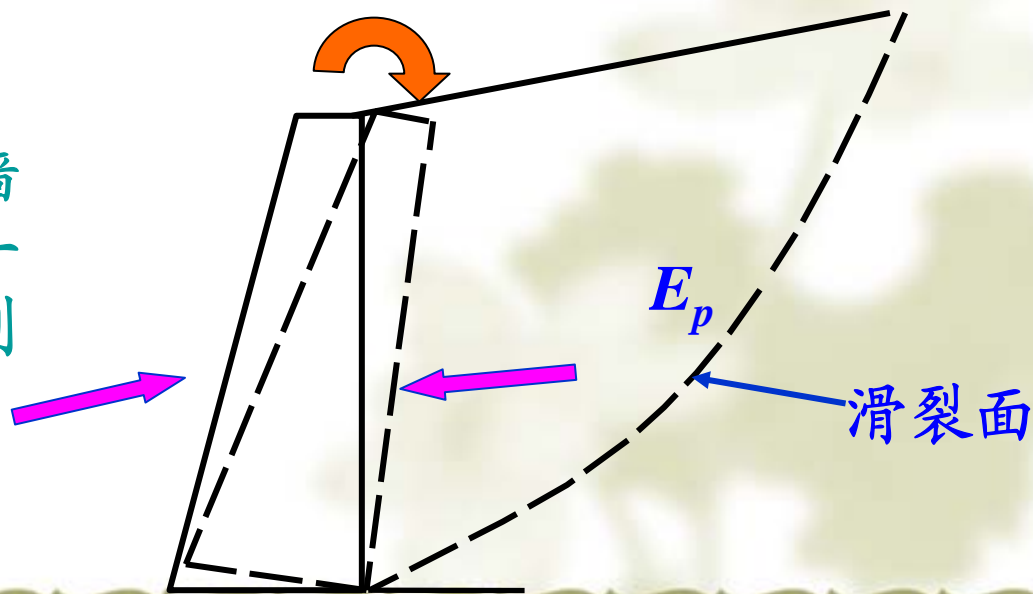
■ 2. 主动土压力

在土压力作用下，挡土墙离开土体向前位移至一定数值，墙后土体达到主动极限平衡状态时，作用在墙背的土压力

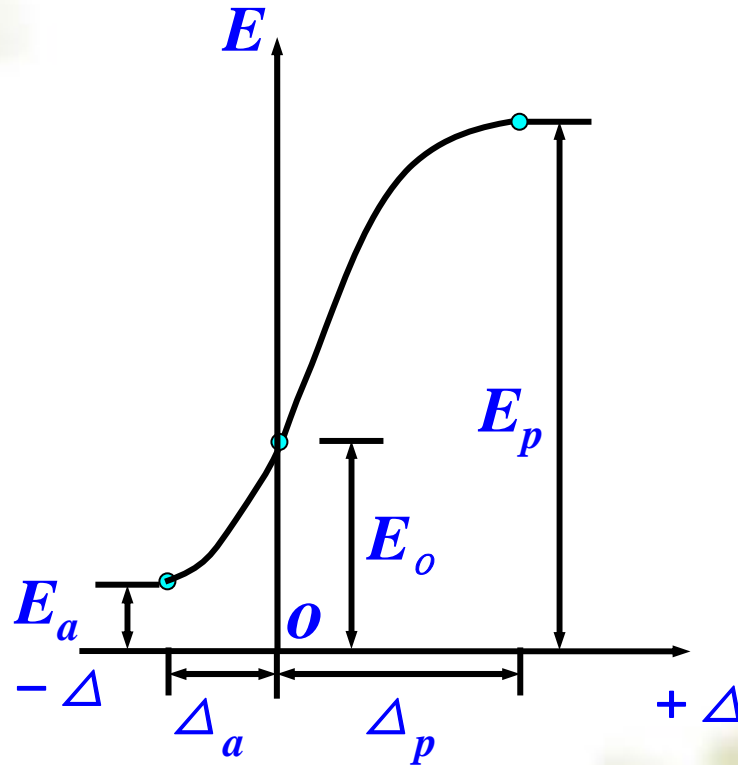


■ 3. 被动土压力

在外力作用下，挡土墙推挤土体向后位移至一定数值，墙后土体达到被动极限平衡状态时，作用在墙上的土压力



■ 4. 三种土压力之间的关系



■ 对同一挡土墙，在填土的物理力学性质相同的条件下有以下规律：

- 1. $E_a < E_o < < E_p$
- 2. $\Delta_p > > \Delta_a$

第二节 静止土压力计算

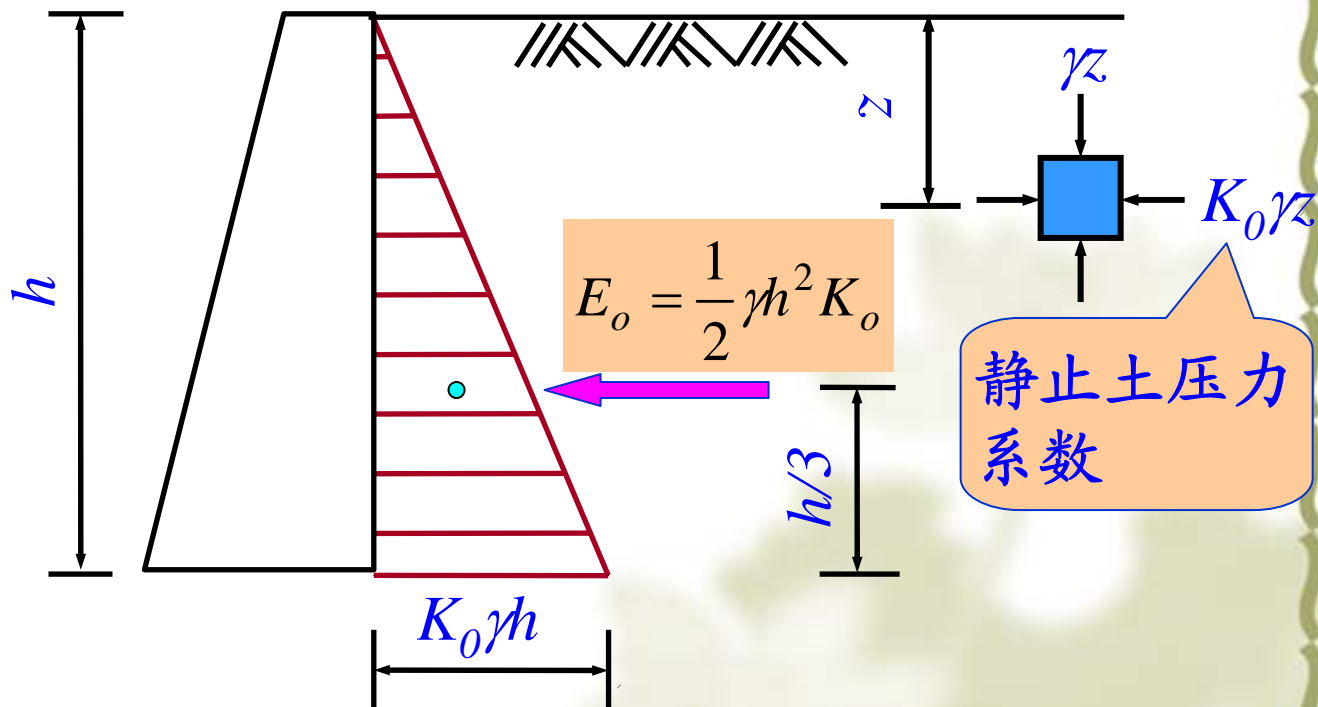
作用在挡土结构背面的静止土压力可视为天然土层自重应力的水平分量

静止土压力强度

$$p_o = K_o \gamma z$$

静止土压力系数测定方法:

- 1. 通过侧限条件下的试验测定
- 2. 采用经验公式 $K_o = 1 - \sin \phi'$ 计算
- 3. 按相关表格提供的经验值确定



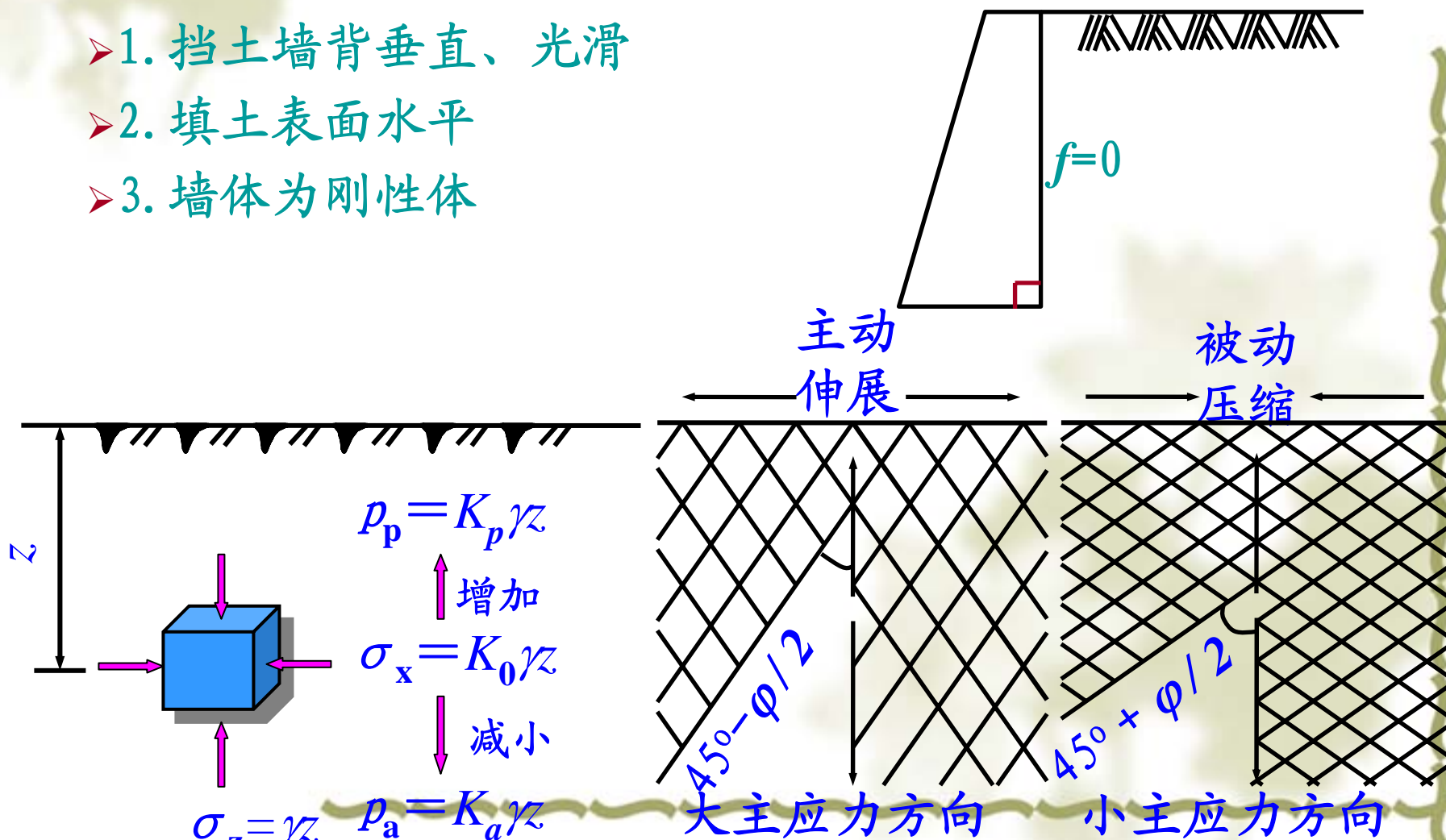
静止土压力分布 三角形分布

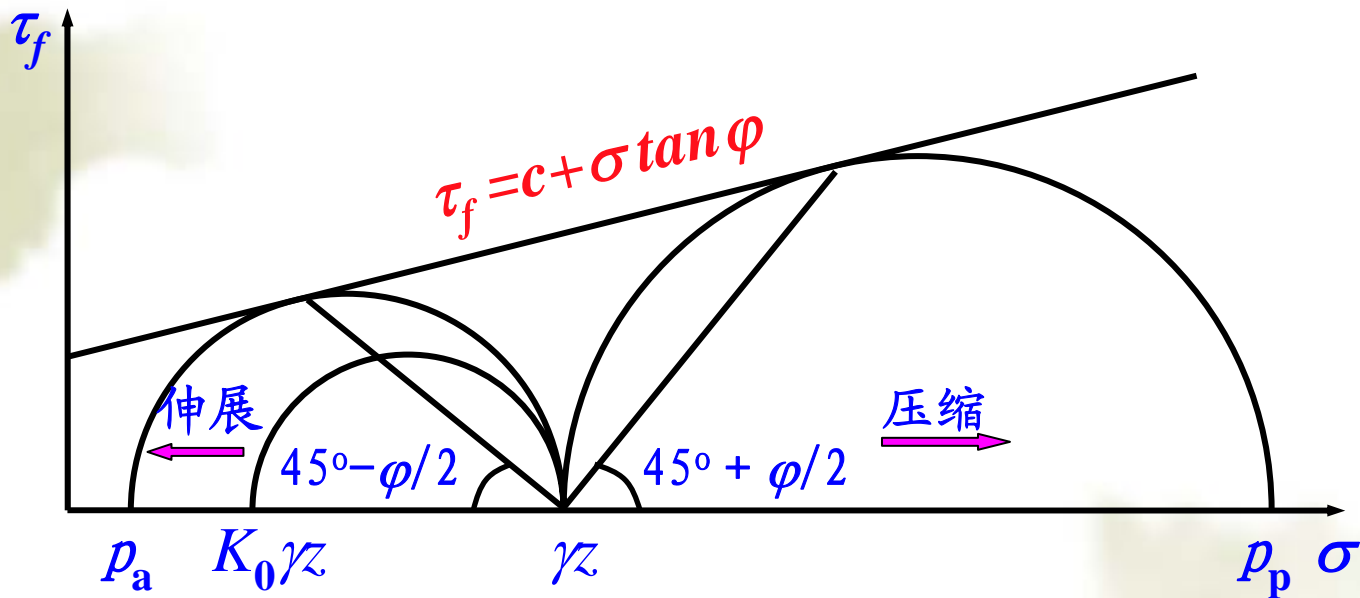
土压力作用点 作用点距墙底 $h/3$

第三节 朗肯土压力理论

一、基本假定：

- 1. 挡土墙背垂直、光滑
- 2. 填土表面水平
- 3. 墙体为刚性体





主动极限
平衡状态

水平方向均匀伸展

土体处于水平方向均匀压缩
弹性平衡
状态

被动极限
平衡状态

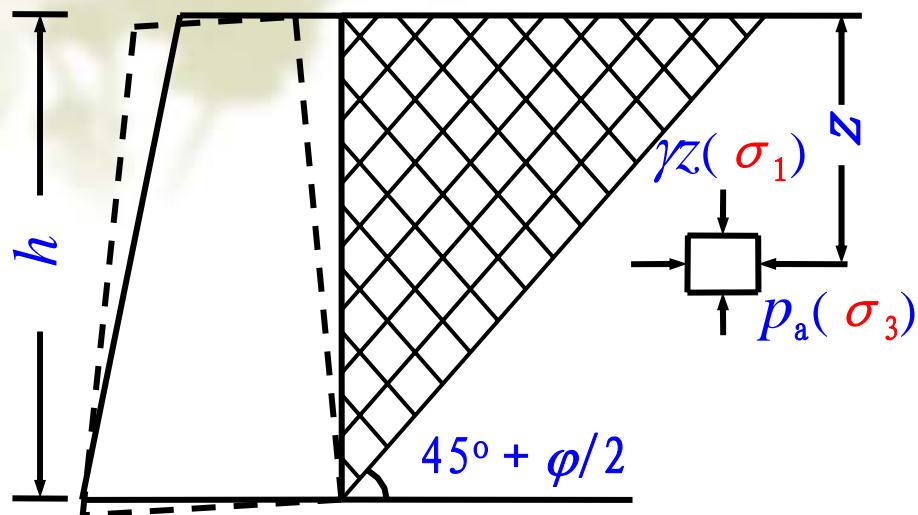
主动朗肯状态

处于主动朗肯状态， σ_1 方向竖直，剪切破坏面与竖直面夹角为 $45^\circ - \varphi/2$

被动朗肯状态

处于被动朗肯状态， σ_3 方向竖直，剪切破坏面与竖直面夹角为 $45^\circ + \varphi/2$

❖ 二、主动土压力



挡土墙在土压力作用下，产生离开土体的位移，竖向应力保持不变，水平应力逐渐减小，位移增大到 Δ_a ，墙后土体处于朗肯主动状态时，墙后土体出现一组滑裂面，它与大主应力面夹角 $45^\circ + \varphi/2$ ，水平应力降低到最低极限值

朗肯主动土
压力强度

极限平衡条件

$$\sigma_3 = \sigma_1 \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2c \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$$

朗肯主动土压
力系数

$$p_a = \gamma z K_a - 2c \sqrt{K_a}$$

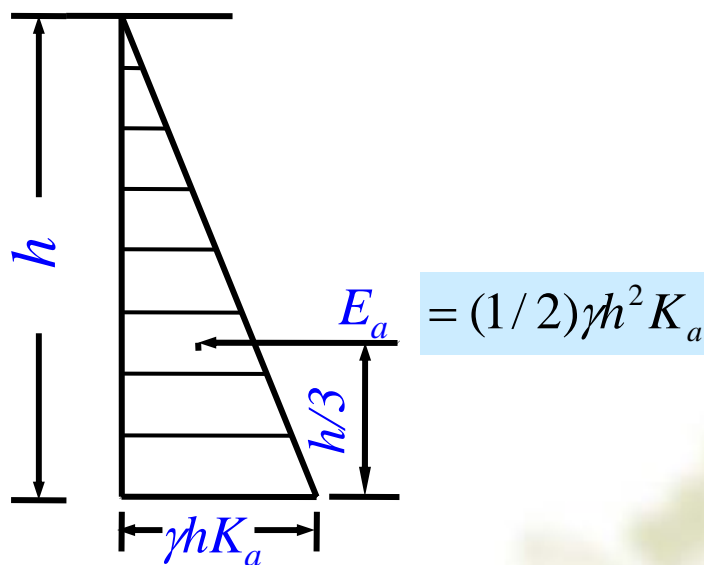
❖ 讨论

朗肯主动土
压力强度

$$p_a = \gamma z K_a - 2c\sqrt{K_a}$$

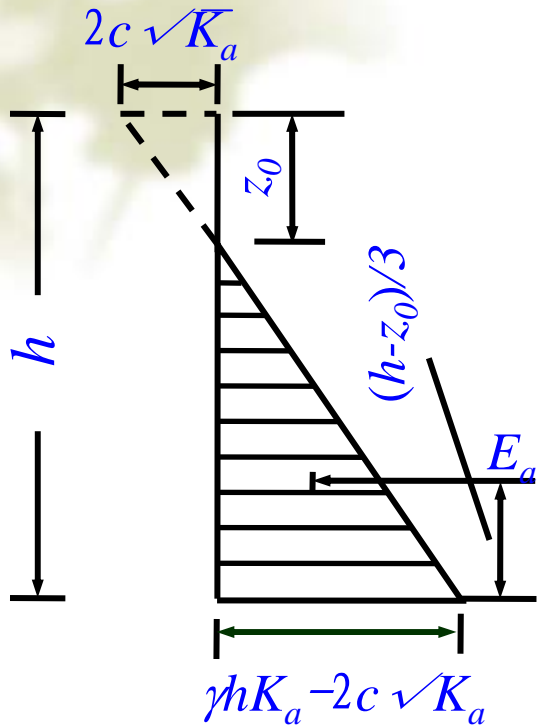
当 $c=0$, 无粘性土

$$p_a = \gamma z K_a$$



- 1. 无粘性土主动土压力强度与 z 成正比，沿墙高呈三角形分布
- 2. 合力大小为分布图形的面积，即三角形面积
- 3. 合力作用点在三角形形心，即作用在离墙底 $h/3$ 处

当 $c > 0$, 粘性土



负侧压力深度为临界深度 z_0

$$p_a = \gamma z_0 K_a - 2c \sqrt{K_a} = 0$$

$$z_0 = 2c / (\gamma \sqrt{K_a})$$

$$p_a = \gamma z K_a - 2c \sqrt{K_a}$$

粘性土主动土压力强度包括两部分

- ✓1. 土的自重引起的土压力 $\gamma z K_a$
- ✓2. 粘聚力 c 引起的负侧压力 $2c \sqrt{K_a}$

说明: 负侧压力是一种拉力, 由于土与结构之间抗拉强度很低, 受拉极易开裂, 在计算中不考虑

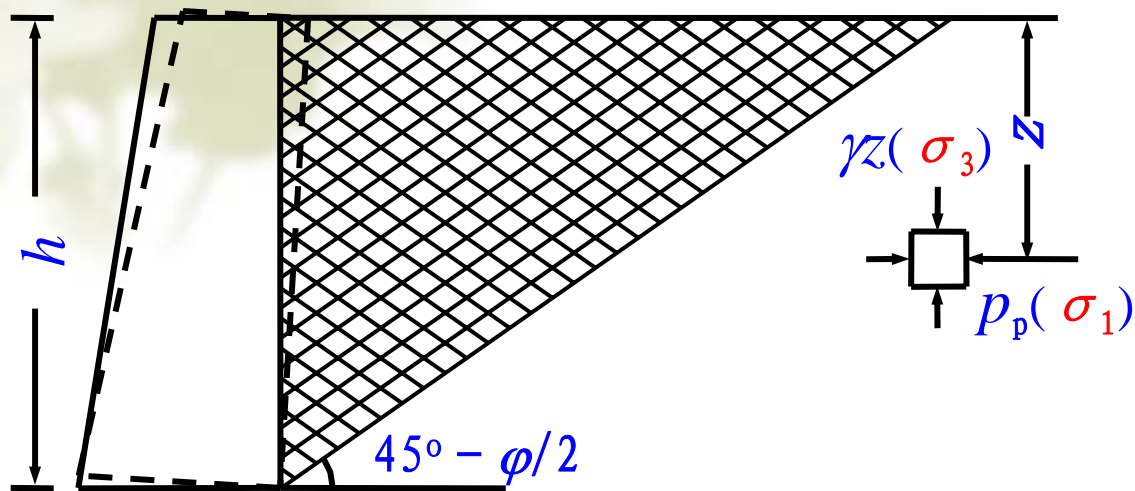
$$E_a = (h - z_0)(\gamma h K_a - 2c \sqrt{K_a}) / 2$$

➤1. 粘性土主动土压力强度存在负侧压力区 (计算中不考虑)

➤2. 合力大小为分布图形的面积 (不计负侧压力部分)

➤3. 合力作用点在三角形形心, 即作用在离墙底 $(h - z_0) / 3$ 处

❖ 三、被动土压力



挡土墙在外力作用下，挤压墙背后土体，产生位移，竖向应力保持不变，水平应力逐渐增大，位移增大到 Δ_p ，墙后土体处于朗肯被动状态时，墙后土体出现一组滑裂面，它与小主应力面夹角 $45^\circ - \varphi/2$ ，水平应力增大到最大极限值

极限平衡条件

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) + 2c \tan \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)$$

朗肯被动土压力系数

朗肯被动土压力强度

$$p_p = \gamma z K_p + 2c \sqrt{K_p}$$

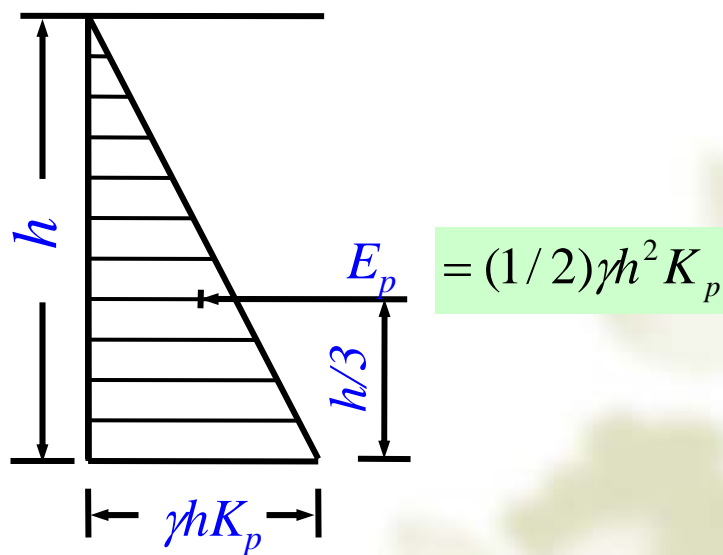
❖ 讨论:

朗肯被动土
压力强度

$$p_p = \gamma z K_p + 2c\sqrt{K_p}$$

当 $c=0$, 无粘性土

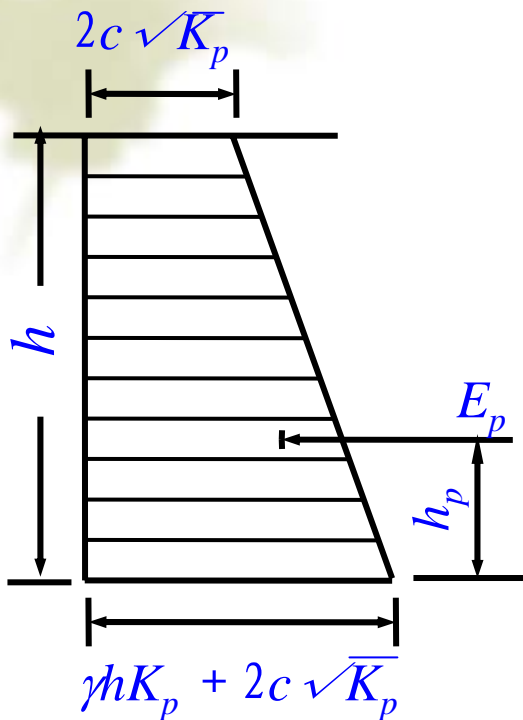
$$p_p = \gamma z K_p$$



- 1. 无粘性土被动土压力强度与 z 成正比, 沿墙高呈三角形分布
- 2. 合力大小为分布图形的面积, 即三角形面积
- 3. 合力作用点在三角形形心, 即作用在离墙底 $h/3$ 处

当 $c > 0$, 粘性土

$$p_p = \gamma z K_p + 2c \sqrt{K_p}$$



粘性土被动土压力强度包括两部分

- ✓1. 土的自重引起的土压力 $\gamma z K_p$
- ✓2. 粘聚力 c 引起的侧压力 $2c \sqrt{K_p}$

说明: 侧压力是一种正压力, 在计算中应考虑

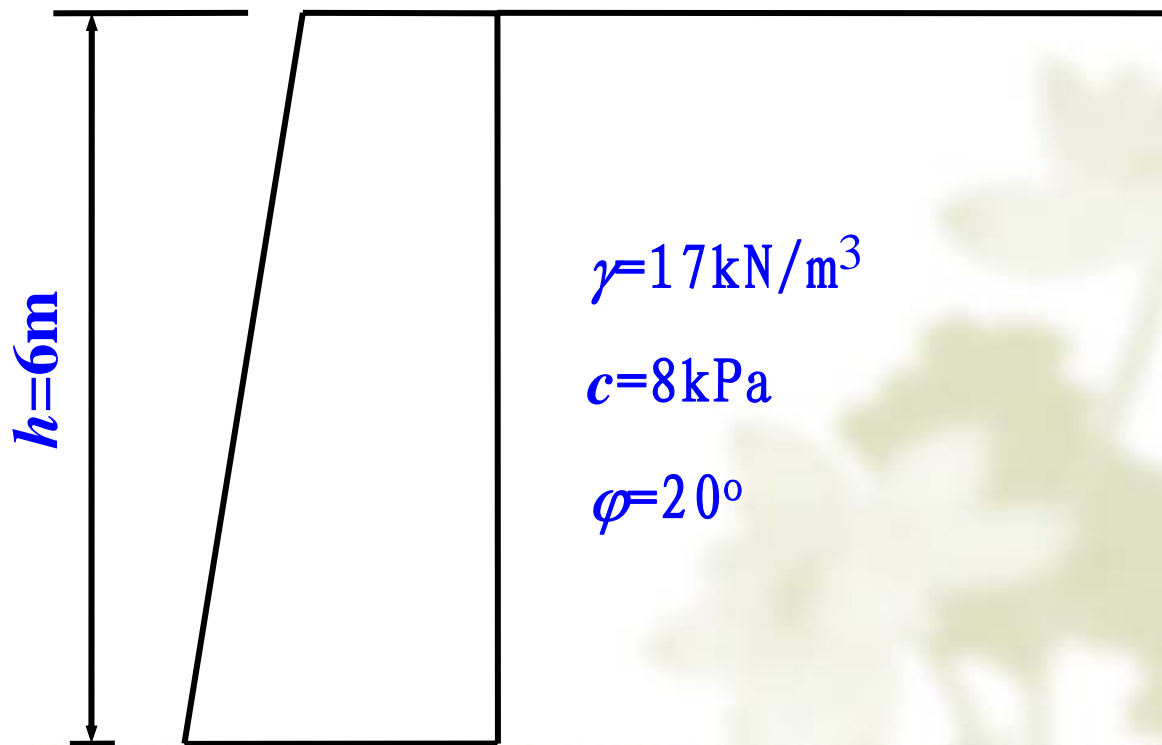
土压力合力

$$E_p = (1/2) \gamma h^2 K_p + 2ch \sqrt{K_p}$$

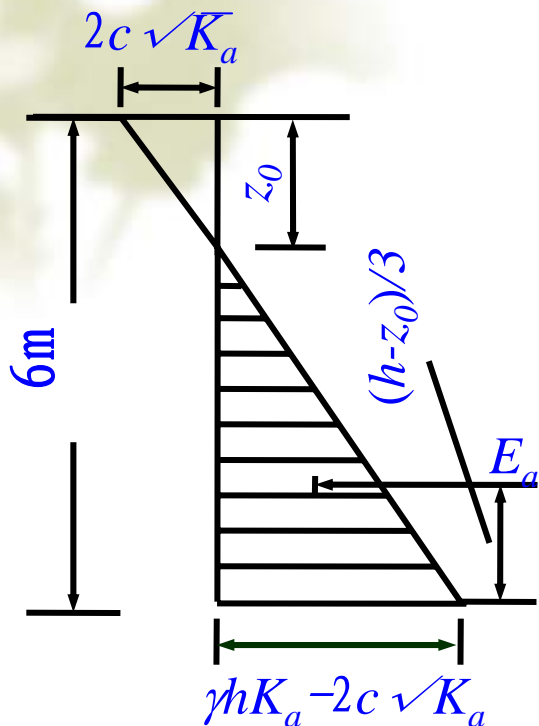
- 1. 粘性土被动土压力强度不存在负侧压力区
- 2. 合力大小为分布图形的面积, 即梯形分布图形面积
- 3. 合力作用点在梯形形心

四、例题分析

- ❖ **【例1】** 有一挡土墙，高6米，墙背直立、光滑，墙后填土面水平。填土为粘性土，其重度、内摩擦角、粘聚力如下图所示，求主动土压力及其作用点，并绘出主动土压力分布图



❖ 【解答】



主动土压力

主动土压力系数

$$K_a = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = 0.49$$

墙底处土压力强度

$$p_a = \gamma h K_a - 2c\sqrt{K_a} = 38.8 \text{ kPa}$$

临界深度

$$z_0 = 2c / (\gamma \sqrt{K_a}) = 1.34 \text{ m}$$

主动土压力作用点
距墙底的距离

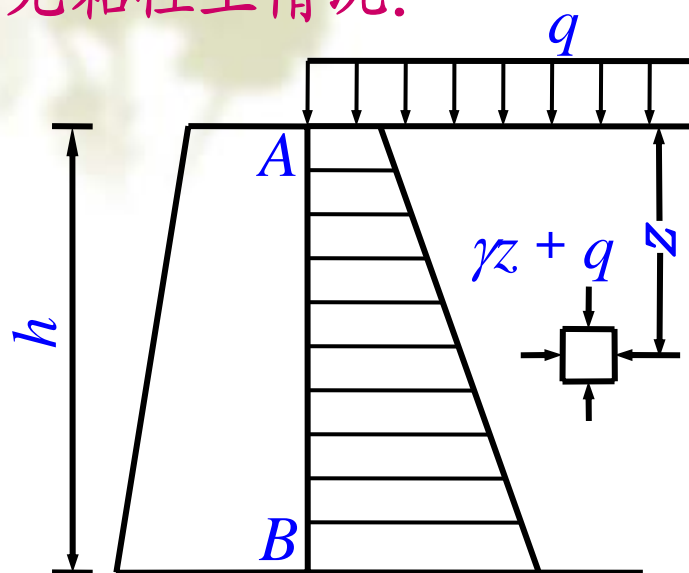
$$E_a = (h - z_0)(\gamma h K_a - 2c\sqrt{K_a}) / 2 = 90.4 \text{ kN / m}$$

$$(1/3)(h - z_0) = 1.55 \text{ m}$$

五、几种常见情况下土压力计算

■ 1. 填土表面有均布荷载

无粘性土情况:



填土表面深度 z 处竖向应力为 $(q + \gamma z)$

相应主动土压力强度

$$p_a = (\gamma z + q)K_a$$

A点土压力强度 B点土压力强度

$$p_{aA} = qK_a$$

$$p_{aB} = (\gamma h + q)K_a$$

若填土为粘性土: $c > 0$ 临界深度 z_0

$$z_0 = 2c / (\gamma \sqrt{K_a}) - q / \gamma$$

$z_0 > 0$ 说明存在负侧压力区, 计算中应不考虑负压力区土压力

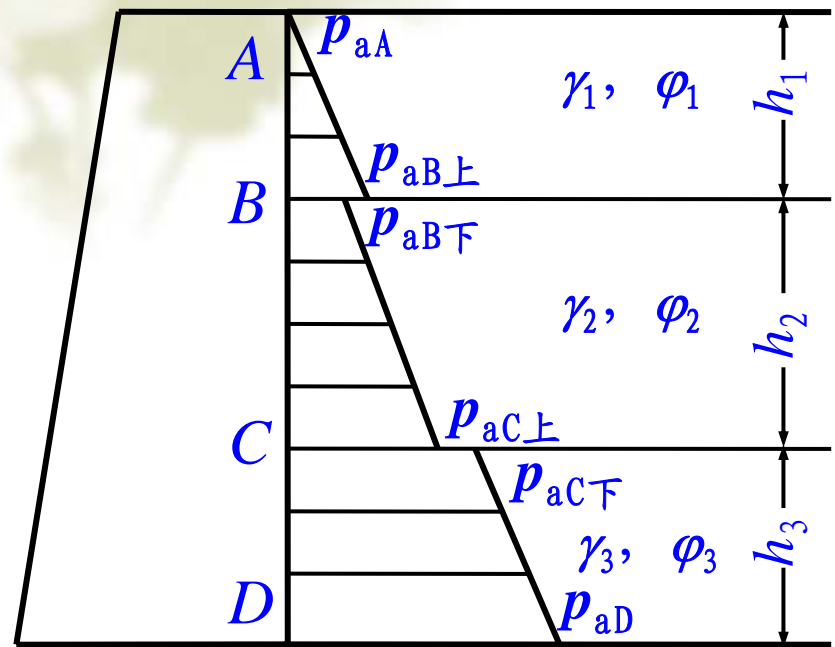
$$p_{aA} = 0$$

$$p_{aB} = (\gamma h + q)K_a - 2c\sqrt{K_a}$$

$z_0 \leq 0$ 说明不存在负侧压力区, 按三角形或梯形分布计算

$$p_{aA} = qK_a - 2c\sqrt{K_a} \quad p_{aB} = (\gamma h + q)K_a - 2c\sqrt{K_a}$$

■ 2. 成层填土情况 (以无粘性土为例)



挡土墙后有几层不同类的土层，先求竖向自重应力，然后乘以**该土层**的主动土压力系数，得到相应的主动土压力强度

A点 $p_{aA} = 0$
 B点上界面 $p_{aB上} = \gamma_1 h_1 K_{a1}$
 B点下界面 $p_{aB下} = \gamma_1 h_1 K_{a2}$

C点上界面 $p_{aC上} = (\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2) K_{a2}$

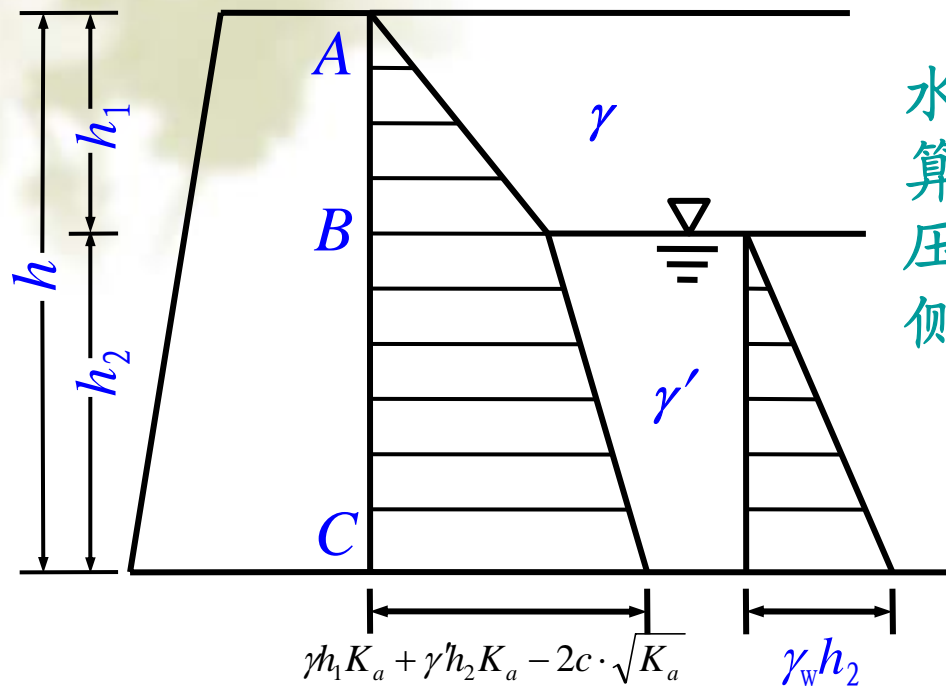
C点下界面 $p_{aC下} = (\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2) K_{a3}$

D点 $p_{aD} = (\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3) K_{a3}$

说明：合力大小为分布图形的面积，作用点位于分布图形的形心处

3. 墙后填土存在地下水

(1) 水土分算法（适用无粘性土和渗透系数较大的粘性土）



水土分算法采用有效重度计算土压力，按静压力计算水压力，然后两者叠加为总的侧压力。

作用在墙背的总压力为土压力和水压力之和，作用点在合力分布图形的形心处

土压力强度

A点 $P_{aA} = 0$

B点 $P_{aB} = \gamma h_1 K_a - 2c \cdot \sqrt{K_a}$

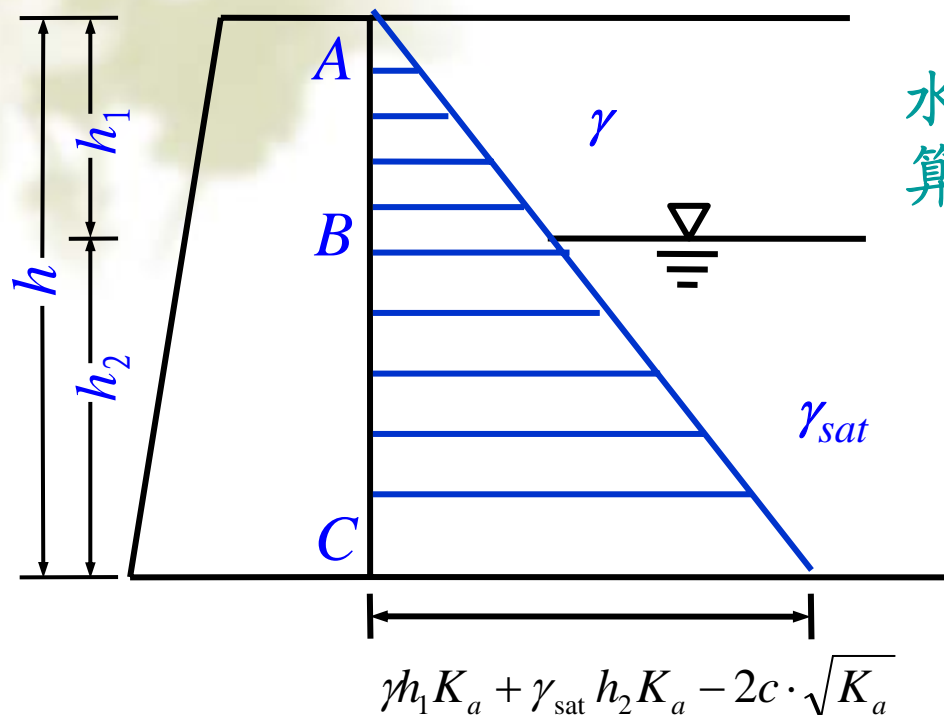
C点 $P_{aC} = \gamma h_1 K_a + \gamma' h_2 K_a - 2c \cdot \sqrt{K_a}$

水压力强度

B点 $P_{wB} = 0$

C点 $P_{wC} = \gamma_w h_2$

(2) 水土合算法 (适用渗透系数小的粘性土)



水土合算法采用饱和重度计算总的水土压力。

土压力强度

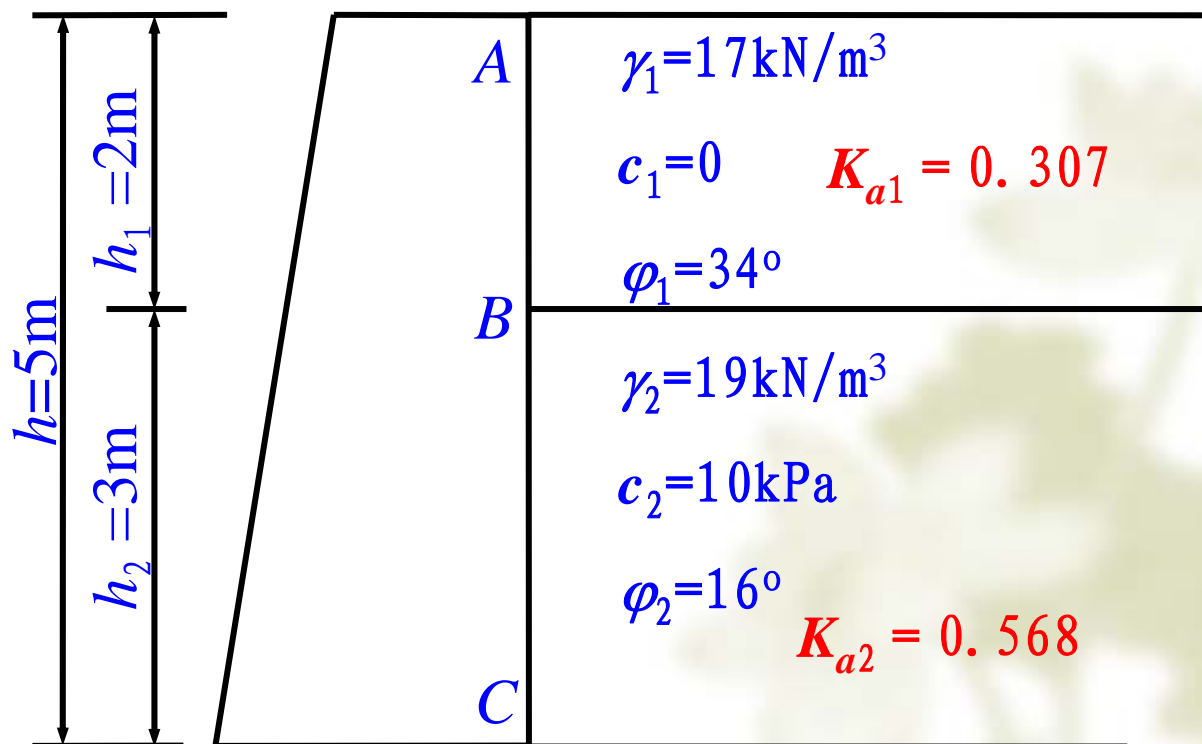
A点 $p_{aA} = 0$

B点 $p_{aB} = \gamma h_1 K_a - 2c \cdot \sqrt{K_a}$

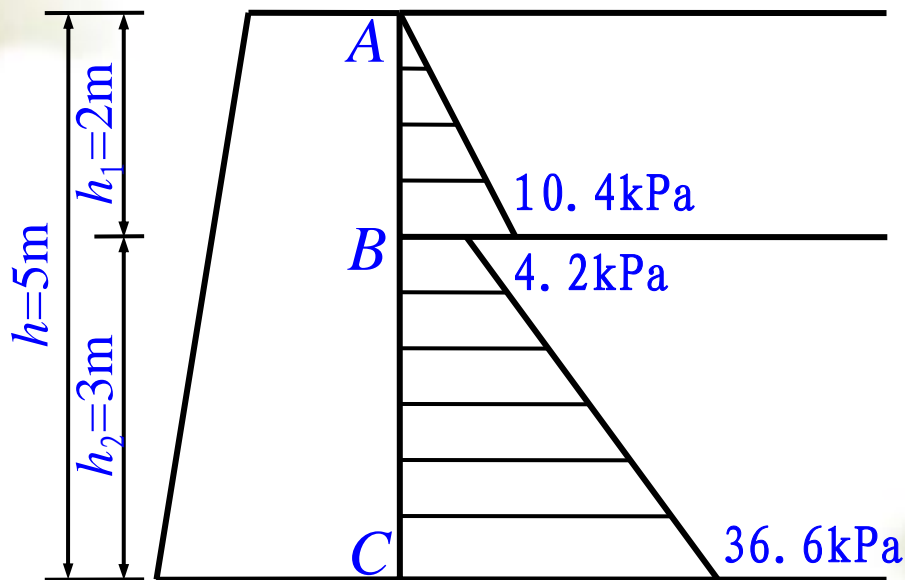
C点 $p_{aC} = \gamma h_1 K_a + \gamma_{sat} h_2 K_a - 2c \cdot \sqrt{K_a}$

六、例题分析

- ❖ 【例2】挡土墙高5m，墙背直立、光滑，墙后填土面水平，共分两层。各层的物理力学性质指标如图所示，试求主动土压力 E_a ，并绘出主动土压力分布图



❖ 【解答】



A点

$$p_{aA} = \gamma_1 z K_{a1} = 0$$

B点上界面

$$p_{aB\text{上}} = \gamma_1 h_1 K_{a1} = 10.4 \text{ kPa}$$

B点下界面

$$p_{aB\text{下}} = \gamma_1 h_1 K_{a2} - 2c_2 \sqrt{K_{a2}} = 4.2 \text{ kPa}$$

C点

$$p_{aC} = (\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2) K_{a2} - 2c_2 \sqrt{K_{a2}} = 36.6 \text{ kPa}$$

主动土压力合力

$$E_a = 10.4 \times 2 / 2 + (4.2 + 36.6) \times 3 / 2 = 71.6 \text{ kN / m}$$

第四节 库仑土压力理论

❖ 一、库仑土压力基本假定

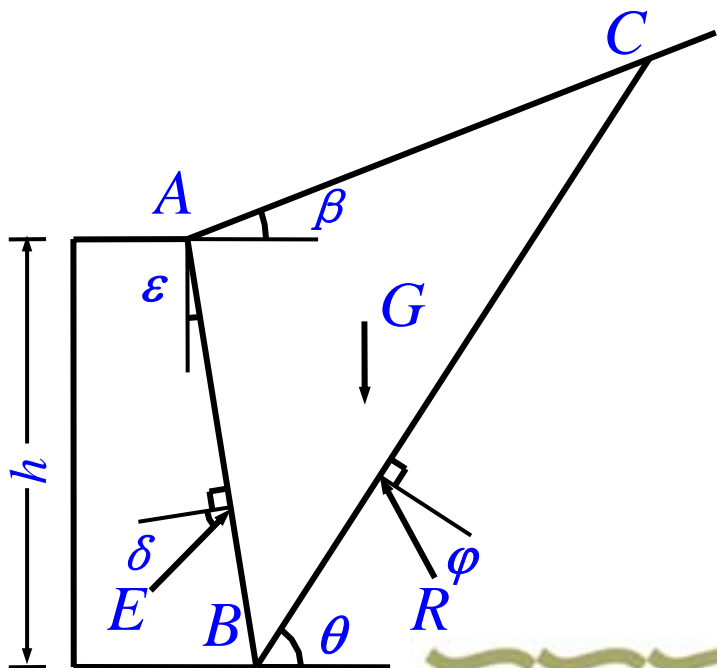
- 1. 墙后的填土是理想散粒体
- 2. 滑动破坏面为通过墙踵的平面
- 3. 滑动土楔为一刚塑性体，本身无变形

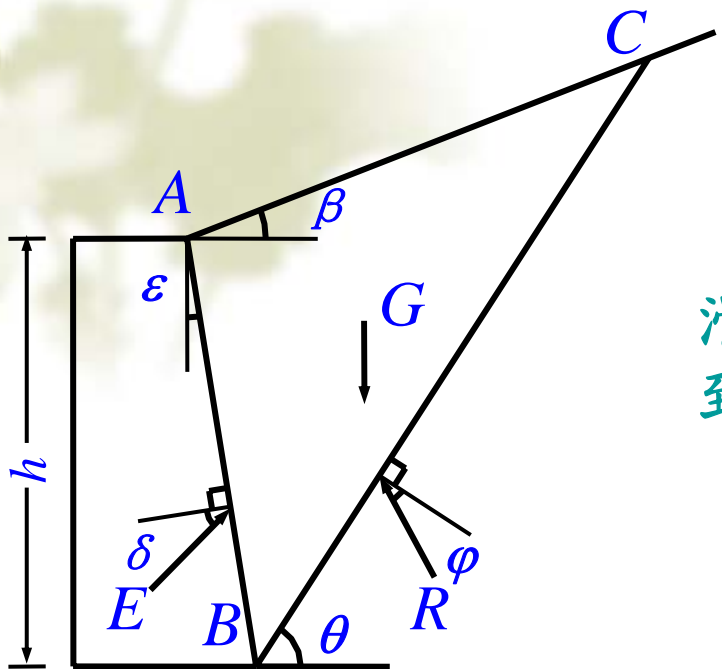
❖ 二、库仑土压力

墙向前移动或转动时，墙后土体沿某一破坏面 BC 破坏，土楔 ABC 处于主动极限平衡状态

土楔受力情况：

- 1. 土楔自重 $G = \gamma \Delta ABC$ ，方向竖直向下
- 2. 破坏面为 BC 上的反力 R ，大小未知，方向与破坏面法线夹角为 φ
- 3. 墙背对土楔的反力 E ，大小未知，方向与墙背法线夹角为 δ

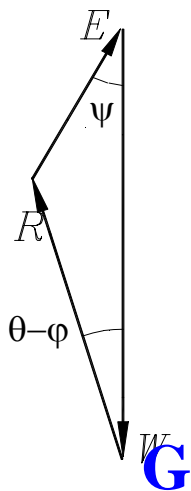




土楔在三力作用下，静力平衡

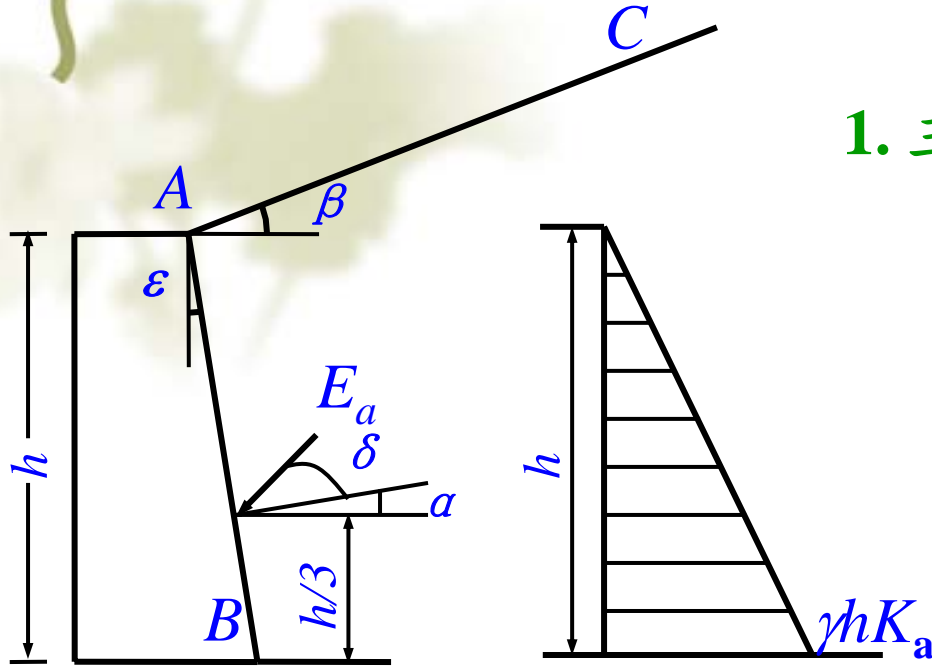
$$E = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cdot \frac{\cos(\varepsilon - \beta) \cdot \cos(\theta - \varepsilon) \cdot \sin(\theta - \varphi)}{\cos^2 \alpha \cdot \sin(\theta - \beta) \cdot \cos(\theta - \varphi - \varepsilon - \delta)}$$

滑裂面是任意给定的，不同滑裂面得到一系列土压力E，E是 θ 的函数。



$$\psi = \frac{\pi}{2} - \varepsilon - \delta$$

1. 主动土压力



E 的最大值 E_{\max} ，即为墙背的主动土压力 E_a ，所对应的滑动面即是最危险滑动面

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cdot \frac{\cos^2(\varphi - \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon \cdot \cos(\varepsilon + \delta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \beta) \sin(\varphi - \beta)}{\cos(\varepsilon + \delta) \cos(\varepsilon - \beta)}} \right]^2}$$

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_a$$

土对挡土墙背的摩擦角，按墙背光滑度，排水情况查表确定

库仑主动土压力系数，查表确定

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_a$$

主动土压力与墙高的平方成正比

主动土压力强度:

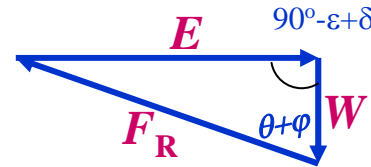
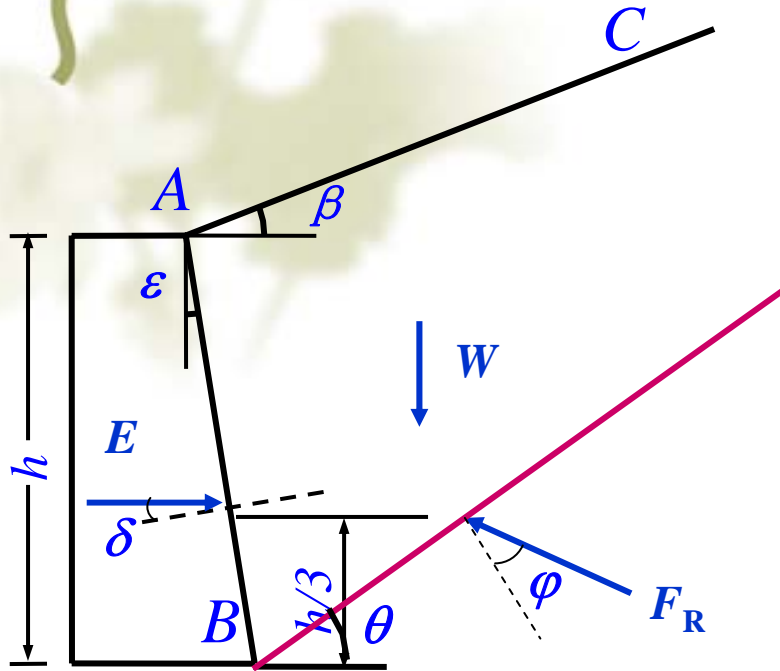
$$p_a = \frac{dE_a}{dz} = \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{2} \gamma z^2 K_a \right) = \gamma z K_a$$

主动土压力强度沿墙高呈三角形分布，合力作用点在离墙底 $h/3$ 处，方向与墙背法线成 δ ，与水平面成 $(\varepsilon + \delta)$

说明：土压力强度分布图只代表强度大小，不代表作用方向

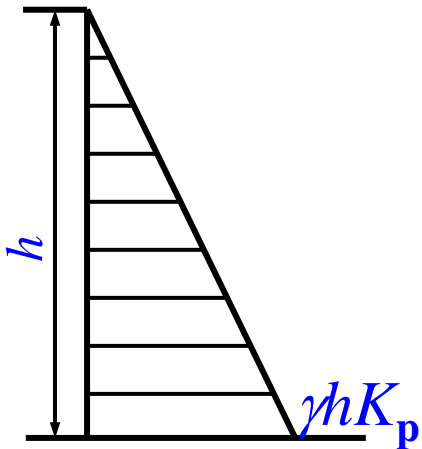
2. 被动土压力

E 的最小值 E_{\min} ，即为墙背的被动土压力 E_p ，所对应的滑动面即是最危险滑动面



$$E_p = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_p$$

$$K_p = \frac{\cos^2(\varphi + \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon \cos(\varepsilon - \delta) \left[1 - \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi + \beta)}{\cos(\varepsilon - \delta) \cos(\varepsilon - \beta)}} \right]^2}$$

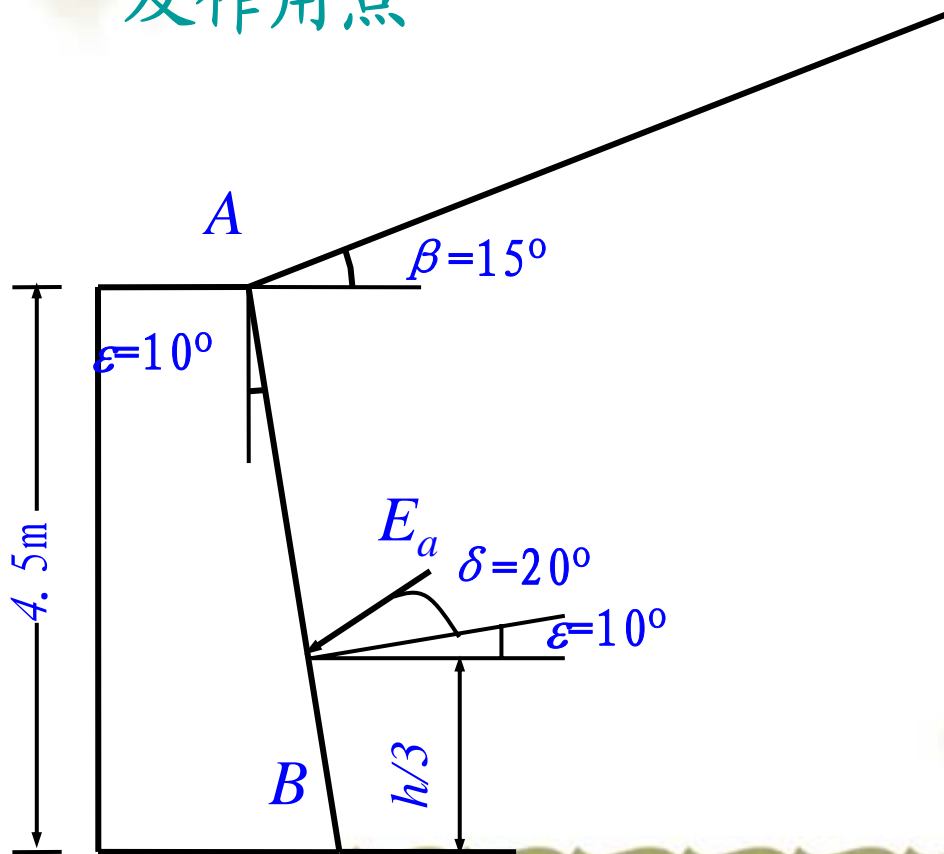


土对挡土墙背的摩擦角，按墙背光滑度，排水情况查表确定

库仑被动土压力系数，可查表确定

三、例题分析

- ❖ 【例3】挡土墙高4.5m，墙背俯斜，填土为砂土， $\gamma=17.5\text{kN/m}^3$ ， $\varphi=30^\circ$ ，填土坡角、填土与墙背摩擦角等指标如图所示，试按库仑理论求主动土压力 E_a 及作用点



【解答】

由 $\epsilon=10^\circ$ ， $\beta=15^\circ$ ，
 $\varphi=30^\circ$ ， $\delta=20^\circ$ 查表得到

$$K_a = 0.480$$

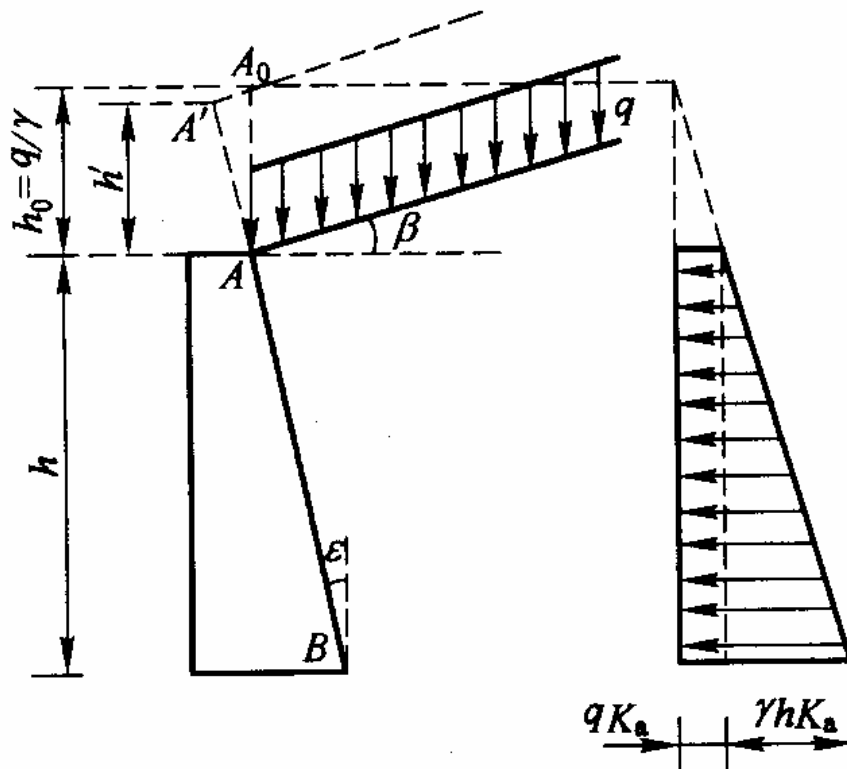
$$E_a = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_a = 85.1 \text{ kN/m}$$

土压力作用点在距墙底
 $h/3=1.5\text{m}$ 处

第五节 特殊情况下的库仑土压力计算

一. 地面荷载作用下的库仑土压力

可采用当量厚度法：土体表面若有满布的均布荷载 q 时，可将均布荷载换算为土体的当量厚度 $h_0 = q/\gamma$ (γ 为土体重度)，然后从图中定出假想的墙顶 A' ，再用无荷载作用时的情况求出土压力强度和总土压力。



❖ 由几何关系:

$$AA' = h_0 \cdot \frac{\cos \beta}{\cos(\varepsilon - \beta)}$$

❖ AA' 在竖向的投影为:

$$h' = AA' \cdot \cos \varepsilon = \frac{q}{\gamma} \cdot \frac{\cos \varepsilon \cdot \cos \beta}{\cos(\varepsilon - \beta)}$$

❖ 墙顶**A**点的主动土压力强度为:

$$p_{aA} = \gamma h' k_a$$

❖ 墙底**B**点的主动土压力强度为:

$$p_{aB} = \gamma \cdot (h + h') \cdot K_a$$

❖ 实际墙背**AB**上的总土压力为:

$$E_a = \gamma \cdot h \cdot \left(\frac{1}{2} h + h' \right) \cdot K_a$$

二. 成层土中的库仑土压力计算

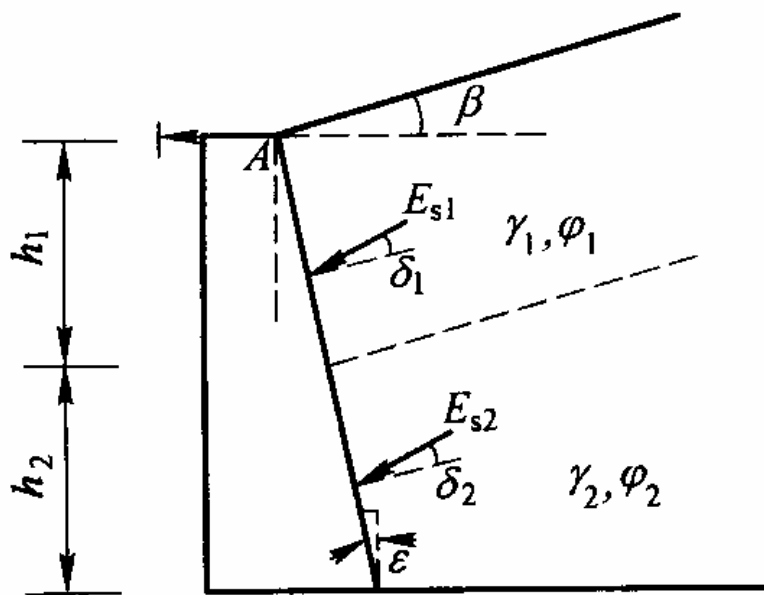
方法1: 对成层土地基, 设挡土墙后各土层的重度、内摩擦角和土层厚度分别为 γ_i 、 φ_i 和 h_i , 通常可将各土层的重度、内摩擦角按土层厚度进行加权平均, 即

$$\gamma_m = \frac{\sum \gamma_i h_i}{\sum h_i}$$

$$\varphi_m = \frac{\sum \varphi_i h_i}{\sum h_i}$$

然后按均质土情况采用 γ_m 、 φ_m 值近似计算其库仑土压力值。

方法2: 假设各层土的分层面与土体表面平行。然后自上而下按层计算土压力。求下层土的土压力时可将上面各层土的重力当作均布荷载对待。



第一层底: $p_a = \gamma_1 \cdot h_1 \cdot K_{a1}$

在第二层顶面, 将 $\gamma_1 \cdot h_1$ 的土重换算为第二层土的当量土厚度:

$$h'_1 = \frac{\gamma_1 \cdot h_1 \cdot \cos \varepsilon \cdot \cos \beta}{\gamma_2 \cdot \cos(\varepsilon - \beta)}$$

故第二层的顶面处土压力强度为:

$$p_a = \gamma_2 h'_1 \cdot K_{a2}$$

第二层层底的土压力强度为:

$$p_2 = \gamma_2 \cdot (h'_1 + h_2) \cdot K_{a2}$$

三. 粘性土中的库仑土压力计算

在通常采用等代内摩擦角 φ_d 来综合考虑 c 、 φ 值对土压力的影响，即适当增大内摩擦角来反映内聚力的影响，然后按砂性土的计算公式计算土压力。

等代内摩擦角 φ_d 一般根据经验确定，地下水位以上的粘性土可取 $\varphi_d = 30^\circ \sim 35^\circ$ ；地下水位以下的粘性土可取 $\varphi_D = 25^\circ \sim 30^\circ$ 。也可采用如下的计算公式确定 φ_D ：

方法1：

根据抗剪强度相等的原理，等效内摩擦角 φ_D 可从土的抗剪强度曲线上，通过作用在基坑底面标高上的土中垂直应力 σ_t 求出：

$$\varphi_d = \arctan \left(\tan \varphi + \frac{c}{\sigma_t} \right)$$

方法2:

根据土压力相等的概念来计算等效内摩擦角 φ_D 值。假定墙背竖直、光滑；墙后填土与墙齐高，土面水平。

有粘聚力时的土压力计算式:

$$E_{a1} = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2cH \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) + \frac{2c^2}{\gamma}$$

按等效内摩擦角土压力计算式: $E_{a2} = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_D}{2} \right)$

令 $E_{a1} = E_{a2}$ 则:

$$\tan \left(45^\circ - \frac{\varphi_D}{2} \right) = \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{2c}{\gamma H}$$

等效内摩擦角:

$$\varphi_D = 2 \left\{ 45^\circ - \arctan \left[\tan \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{2c}{\gamma H} \right] \right\}$$

第六节 关于土压力计算方法讨论

一、两种理论的比较

■朗金土压力理论和库仑土压力理论根据不同的假设，以不同的分析方法计算土压力，只有在最简单的情况 ($\alpha = 0, \beta = 0, \delta = 0$) 这两种理论计算结果才相同。

■朗肯土压力理论基于土单元体的应力极限平衡条件建立的，采用墙背竖直、光滑、填土表面水平的假定，与实际情况存在误差，计算出的主动土压力偏大，被动土压力偏小。

■库仑土压力理论基于滑动块体的静力平衡条件建立的，采用破坏面为平面的假定，与实际情况存在一定差距（尤其是当墙背与填土间摩擦角较大时）

通常情况下，库仑土压力理论计算主动土压力时偏差约为2~10%，基本满足工程精度要求；但在计算被动土压力时，由于破裂面接近于对数螺线，因此计算结果误差较大，有时可达2~3倍，甚至更大，不宜使用。

二、挡土结构物位移与土压力的关系

土压力大小与挡土结构物位移关系密切。布林奇—汉森(Brinch-Hansen)认为这种位移 δ 的数量级为:

对于主动土压力: $\delta_a = 0.001H$

对于被动土压力:

$$\delta_p = 0.01H$$

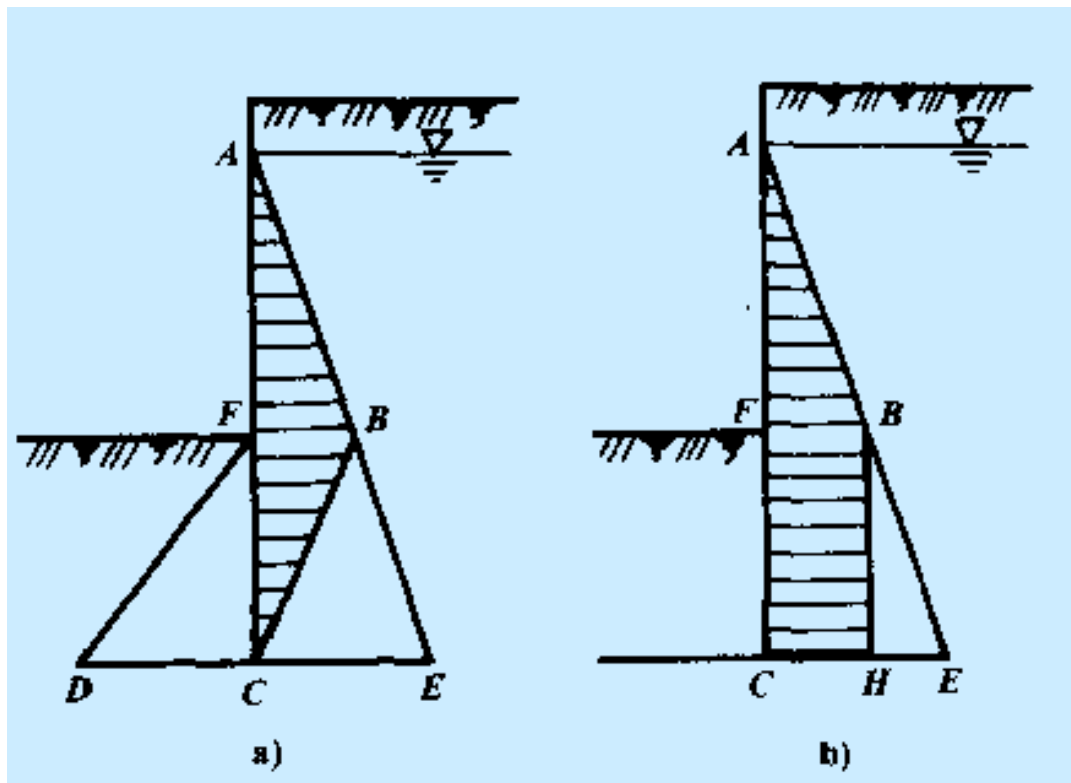
式中 H — 墙高

一般挡土结构产生主动土压力所需的墙体位移比较容易出现, 而产生被动土压力所需位移数量较大, 往往为设计所不允许。因此, 在选择计算方法前, 必须考虑变形方面的要求。

三、地下水渗流对土压力的影响

基坑施工时，围护墙内降水形成墙内外水头差，地下水会从坑外流向坑内，那么水土分算时一般可按下图的水压力分布图，确定地下水位以下作用在支护结构上的不平衡水压力。

图(a)为三角形分布，适用于地下水有渗流的情况；若无渗流时，可按梯形分布考虑，如图(b)所示。



四、土体蠕变和松弛与土压力的关系

(1) 蠕变对土压力的影响

当挡土结构物背后填土所受到剪应力大于或等于土本身的屈服强度时，则填土就开始蠕变。这时，如挡土建筑物以同样的变形速率向外移动，则挡土建筑物上的主动土压力为最小，因为这相当于填土的强度得到了充分发挥状态。同样，如挡土建筑物以同样的速度向内移动，则挡土建筑物的被动土压力为最大。

(2) 松弛对土压力的影响

挡土建筑物背后填土后，如果建筑物位移保持不变，土的蠕变变形受到限制，其强度得不到充分发挥。土体内的应力产生松弛，这时作用在挡土建筑物上的主动土压力因而随时间而增加，逐渐达到静止土压力为止。