

# 介质片非对称加载矩形波导中的 TEM 场区\*

唐敬贤

(四川大学, 成都)

**摘要** 本文证明了具有不同介电常数和厚度的双片介质加载矩形波导中可以存在 TEM 场区, 并导出了介质片厚度与介电常数和工作频率之间应满足的关系, 讨论了这种波导的传输特性。

**关键词** 介质片加载波导; LSE 模; TEM 场

## 1. 引言

在微波应用技术中, 常常希望在一有限空间内模拟均匀的 TEM 场。众所周知, 在介质均匀填充的波导内不可能获得这样的区域。然而已经证明<sup>[1]</sup>, 在由两片具有相同相对介电常数  $\epsilon_r$  和厚度  $z$  的介质片对称加载矩形波导中, 当工作波长  $\lambda_0$  满足关系

$$z = \lambda_0 / (4\sqrt{\epsilon_r - 1})$$

时, 则在介质片之间的空气填充区域中可以存在 TEM 场。根据这个原理所研制出的具有均匀热图的医用微波辐射器已用于实际<sup>[2]</sup>。对于用两片具有不同介电常数和不同厚度的介质片非对称加载矩形波导中能否获得均匀 TEM 场区, 至今未见报导。本文证明了这种非对称加载波导中亦可能存在有限的 TEM 场区, 并导出了介质片厚度  $t_1$ 、 $t_2$  与相对介电常数  $\epsilon_{r1}$ 、 $\epsilon_{r2}$  和工作波长  $\lambda_0$  (或频率  $f_0$ ) 之间应满足的关系, 同时还讨论了 TEM 场区的最大宽度和传输功率等基本特性。

## 2. 介质片非对称加载波导中的 LSE 模

在图 1 所示的介质加载波导中, 在一般情况下, 简正波是既有纵向电场又有纵向磁场的混合模式, 且可以分为 LSE 模和 LSM 模。

对于 LSE 模 ( $E_x=0$ ), 用熟知的方法<sup>[3]</sup>, 不难导出此波导中 LSE<sub>n0</sub> 模的场分量表达式为

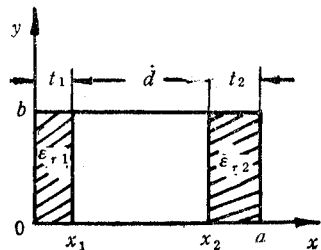


图1 介质片非对称加载的矩形波导

\* 1988年6月19日收到, 同年10月定稿。

$$\left. \begin{aligned} E_{x1} &= 0, E_{z1} = 0 \\ E_{y1} &= j\omega\mu_0\gamma A \sin l_1 x e^{-\gamma z} \\ H_{x1} &= -\frac{\gamma}{j\omega\mu_0} E_{y1} \\ H_{y1} &= 0 \\ H_{z1} &= -\gamma l_1 A \cos l_1 x e^{-\gamma z} \end{aligned} \right\} 0 \leq x \leq x_1 \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{x2} &= 0, E_{z2} = 0 \\ E_{y2} &= j\omega\mu_0\gamma (B \sin l_2 x + C \cos l_2 x) e^{-\gamma z} \\ H_{x2} &= -\frac{\gamma}{j\omega\mu_0} E_{y2} \\ H_{y2} &= 0 \\ H_{z2} &= -\gamma l_2 (B \cos l_2 x - C \sin l_2 x) e^{-\gamma z} \end{aligned} \right\} x_1 \leq x \leq x_2 \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{x3} &= 0, E_{z3} = 0 \\ E_{y3} &= j\omega\mu_0\gamma D \sin l_3 (a - x) e^{-\gamma z} \\ H_{x3} &= -\frac{\gamma}{j\omega\mu_0} E_{y3} \\ H_{y3} &= 0 \\ H_{z3} &= \gamma l_3 D \cos l_3 (a - x) e^{-\gamma z} \end{aligned} \right\} x_2 \leq x \leq a \quad (3)$$

式中  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  为常数,  $\gamma = j\beta$  为传播常数, 且

$$\left. \begin{aligned} l_1^2 &= \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r1} - \beta^2 \\ l_2^2 &= \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - \beta^2 \\ l_3^2 &= \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r2} - \beta^2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中,  $\mu_0$ 、 $\epsilon_0$  分别为真空中的磁导率和介电常数,  $\omega = 2\pi f_0$  为波导中电磁场的角频率。

由边界条件:  $x = x_1$  时有  $E_{y1} = E_{y2}$ ,  $H_{x1} = H_{x2}$ ,  $x = x_2$  时有  $E_{y2} = E_{y3}$ ,  $H_{z2} = H_{z3}$ . 可得

$$\left. \begin{aligned} A \sin l_1 x_1 - B \sin l_2 x_1 - C \cos l_2 x_1 &= 0 \\ A l_1 \cos l_1 x_1 - B l_2 \cos l_2 x_1 + C l_2 \sin l_2 x_1 &= 0 \\ B \sin l_2 x_2 + C \cos l_2 x_2 - D \sin l_3 (a - x_2) &= 0 \\ B l_2 \cos l_2 x_2 - C l_2 \sin l_2 x_2 + D l_3 \cos l_3 (a - x_2) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

这是一个关于  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  的线性方程组, 它有非零解的条件是其系数行列式为零, 由此可导出 LSE<sub>n0</sub> 模的特征方程为

$$l_2 \operatorname{tg} l_2 d - \frac{l_1 l_3}{l_2} \operatorname{tg} l_2 d \operatorname{ctg} l_1 l_1 \operatorname{ctg} l_3 l_2 - l_1 \operatorname{ctg} l_1 l_1 - l_3 \operatorname{ctg} l_3 l_2 = 0 \quad (6)$$

对于给定的介质片, 由方程 (6) 可求得  $\beta$  与频率  $f$  的关系, 即色散特性. 在 BJ-100 矩形波导中填充  $\epsilon_{r1} = 2.61$ ,  $\epsilon_{r2} = 2.08$ ,  $t_1 = 6.37\text{mm}$ ,  $t_2 = 7.78\text{mm}$  的介质片时, 由式 (6) 算得的主模色散曲线示于图 2. 可以看出, 在  $f_0 = 9.27\text{GHz}$  时有  $\beta/k_0 = 1$ . 图中还给出了相应的实验曲线, 其  $f_0 = 9.08\text{GHz}$ , 与理论计算值的误差为 2%. 这表明, 在介质片非对称加载波导中, 在某个特定频率下可以存在以自由空间光速  $c$  传播的波.

### 3. 介质片非对称加载波导中的 TEM 场

由(4)式可知,如果令  $l_2 = 0$ , 则有  $\beta = k_0$ . 在这种情况下(5)式变为

$$A \sin l_1 t_1 - C = 0$$

$$D \sin l_3 t_2 - C = 0$$

$$A l_1 \cos l_1 t_1 = 0$$

$$D l_3 \cos l_3 t_2 = 0$$

故有

$$\cos l_1 t_1 = 0$$

$$\cos l_3 t_2 = D$$

$$A = C = D$$

对于主模由此可得

$$t_1 = \frac{\pi}{2l_1} = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{\epsilon_{r1}} - 1} = \frac{c}{4f_0\sqrt{\epsilon_{r1}} - 1} \quad (7)$$

$$t_2 = \frac{\pi}{2l_3} = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{\epsilon_{r2}} - 1} = \frac{c}{4f_0\sqrt{\epsilon_{r2}} - 1} \quad (8)$$

对于给定的  $\epsilon_{r1}$ ,  $\epsilon_{r2}$  和  $f_0$ , 只有  $t_1$  和  $t_2$  满足(7)和(8)式时, 非对称加载波导中的波才会以自由空间中的光速传播. 若在(7)和(8)式中代入  $f_0 = 9.27$  GHz,  $\epsilon_{r1} = 2.61$ ,  $\epsilon_{r2} = 2.08$ , 则可算得  $t_1 = 6.37$  mm,  $t_2 = 7.78$  mm. 显然, 这与上节中由色散曲线得到的结果是一致的. 事实上, 从另一方面也可以看到, 当  $l_2 = 0$  时, (7)和(8)式就是(6)式的解. 当

$$\lim_{l_2 \rightarrow 0} \left( \frac{\text{tg } l_2 d}{l_2} \right) = d$$

(6)式将变为

$$d l_1 l_3 \text{ctgl}_1 t_1 \text{ctgl}_3 t_2 + l_1 \text{ctgl}_1 t_1 + l_3 \text{ctgl}_3 t_2 = 0 \quad (9)$$

所以  $\cos l_1 t_1 = 0$ ,  $\cos l_3 t_2 = 0$  时, (6)式是满足的.

(1) 场分量表达式 将  $l_2 = 0$  和  $A = C = D$  代入(1)–(3)式, 令  $j\omega\mu_0\gamma A = E_0$ , 即可得到  $\beta = k_0$  模式的场分量表达式为

$$\left. \begin{aligned} E_{y1} &= E_0 \sin l_1 x e^{-ik_0 z} \\ H_{x1} &= -\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{y1} \\ H_{z1} &= j \frac{1}{\omega\mu_0} l_1 E_0 \cos l_1 x e^{-ik_0 z} \\ E_{x1} &= 0, E_{z1} = 0, H_{y1} = 0 \end{aligned} \right\} 0 \leq x \leq x_1 \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{y2} &= E_0 e^{-ik_0 z} \\ H_{x2} &= -\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{y2} \\ E_{x2} &= 0, E_{z2} = 0, H_{y2} = 0, H_{z2} = 0 \end{aligned} \right\} x_1 \leq x \leq x_2 \quad (11)$$

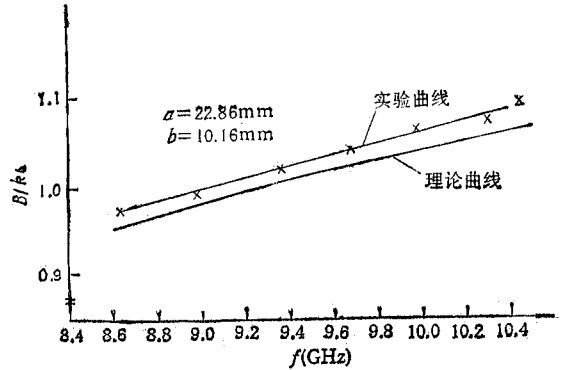


图2 介质片非对称加载矩形波导中主模的色散特性

$$\left. \begin{aligned} E_{y3} &= E_0 \sin l_3(a-x)e^{-ik_0x} \\ H_{x3} &= -\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{y3} \\ H_{z3} &= -j\frac{1}{\omega\mu_0} l_3 E_0 \cos l_3(a-x)e^{-ik_0x} \\ E_{x3} &= 0, E_{z3} = 0, H_{y3} = 0 \end{aligned} \right\} x_2 \leq x \leq a \quad (12)$$

这时,  $l_1 = k_0\sqrt{\epsilon_{r1}}$ ,  $l_3 = k_0\sqrt{\epsilon_{r2}}$ . 由此可见, 波导中的波不仅以自由空间的光速传播, 而且在空气填充区域 ( $x_1 \leq x \leq x_2$ ) 中场只有横向分量, 其振幅为常数, 即为一均匀 TEM 场, 这正是我们期望的模式.

显然, 当  $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = \epsilon_r$  时, 由 (7) 和 (8) 式有

$$t_1 = t_2 = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{\epsilon_r - 1}}$$

这就是对称加载时波导中存在 TEM 场区应满足的条件. 这个结果表明, 用同一种介质材料构成的两个介质片, 只有它们的厚度相等时, 加载波导中才可能存在 TEM 场区.

(2) TEM 场区的宽度 不难求得非对称加载下 TEM 场区的宽度为

$$d = a - \frac{\lambda_0}{4} \left( \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{r1} - 1}} + \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{r2} - 1}} \right) \quad (13)$$

可以看出, 采用高介电常数的介质片可增大 TEM 场区的宽度. 但这要受到可能出现的高次模式的限制. 因为高次模的出现将破坏空气填充区中场的均匀性, 所以对于给定的工作频率实际上存在着一个 TEM 场区的最大宽度  $d_m$ . 介质片对称加载时  $d_m$  与  $\epsilon_r$  的关系已有报道<sup>[4]</sup>. 对于非对称加载的情况, 同样只需在色散关系式 (6) 式中, 令  $\beta = 0$ , 即可求得在给定的工作频率下使高次模截止的  $d_m$ , 即有

$$\begin{aligned} & \operatorname{tg} \left( \frac{2\pi d_m}{\lambda_0} \right) \left[ \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r1} - 1}} \right) \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r2} - 1}} \right) - \sqrt{\epsilon_{r1}\epsilon_{r2}} \right] \\ & - \sqrt{\epsilon_{r1}} \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r2} - 1}} \right) - \sqrt{\epsilon_{r2}} \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r1} - 1}} \right) = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

对于给定的  $\epsilon_{r1}$  和  $\epsilon_{r2}$ , 由 (14) 式可求得  $d_m/\lambda_0$ . 图 3 给出了  $d_m/\lambda_0$  与  $\epsilon_{r1}$  和  $\epsilon_{r2}$  的关系曲线. 可以看出, 虽然存在着一个最大的 TEM 区宽度, 但  $d_m/\lambda_0$  随  $\epsilon_{r1}$  和  $\epsilon_{r2}$  的变化并不大. 这是因为  $\epsilon_{r1}$  和  $\epsilon_{r2}$  虽然增大了, 但  $t_1$  和  $t_2$  却减小了, 波导中所填充介质的有效介电常数并没有显著的变化.

(3) 平均功率密度和传输功率 从 (10)–(12) 式和 (7)–(8) 式不难求得波导截面内三个区域中平均功率密度分布, 它们分别为

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{\eta_0} \sin^2 \left( \frac{\pi x}{2t_1} \right), \quad 0 \leq x \leq x_1 \\ S_2 &= \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{\eta_0}, \quad x_1 \leq x \leq x_2 \\ S_3 &= \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{\eta_0} \sin^2 \left[ \frac{\pi(a-x)}{2t_2} \right], \quad x_2 \leq x \leq a \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

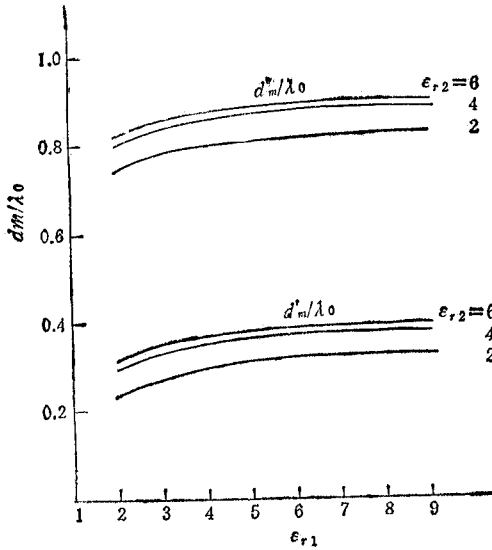


图 3 TEM 场区最大宽度  $d_m/\lambda_0$  与  $\epsilon_{r1}$  和  $\epsilon_{r2}$  的关系

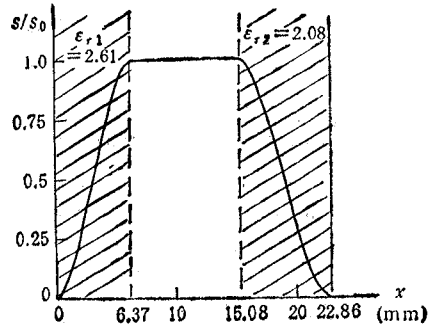


图 4 波导横截面内的功率密度分布

式中,  $\eta_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$ , 其分布曲线示于图 4。可见, 在空气填充区中不仅功率密度分布是均匀的, 而且其值大于介质加载区中各点的值。

从 (15) 式求得波导中各区域的传输功率为

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \frac{E_0^2}{4\eta_0} bt_1^2, \quad 0 \leq x \leq x_1 \\ P_2 &= \frac{E_0^2}{2\eta_0} bd, \quad x_1 \leq x \leq x_2 \\ P_3 &= \frac{E_0^2}{4\eta_0} bt_2^2, \quad x_2 \leq x \leq a \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

通过空气填充区的功率  $P_2$  与通过波导横截面的总功率  $P$  之比为

$$M = \frac{P_2}{P} = \frac{1}{1 + \frac{t_1 + t_2}{2d}} \quad (17)$$

对于图 2 中的例子, 由 (17) 式算得  $M = 55\%$ 。这表明, 大部分功率通过了 TEM 区。

#### 4. 结论

在双片介质加载的矩形波导中, 当两只介质片由同种材料构成, 但其厚度不相等时, 其中不可能存在 TEM 场区; 当介质片由不同的材料构成, 波导中可能存在 TEM 场区, 只要其参数满足 (7) 和 (8) 式。

#### 参 考 文 献

- [ 1 ] R. G. Hereen, J. R. Baird, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-19**(1971)11, 884—885.
- [ 2 ] G. Kantor, D. M. Witters, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-28**(1980)12, 1418—1422.
- [ 3 ] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, McGraw-Hill, 1960, Chap.6.
- [ 4 ] A. L. Vankoughneff, W. Wyslouzil, *Journal of Microwave Power*, **7**(1972)4, 381—383.

## TEM FIELD IN A RECTANGULAR WAVEGUIDE LOADED ASYMMETRICALLY WITH TWO DIELECTRIC SLABS

Tang Jingxian

(Sichuan University, Chengdu)

**Abstract** It has been demonstrated that a TEM field can be supported in a rectangular waveguide loaded with two dielectric slabs of different dielectric constants and thicknesses. The relations of slab thickness with respect to both the relative constant and operating frequency in the waveguide to support the TEM field are given. And the transmission characteristics of this kind of waveguide are discussed.

**Key words** Slab-loaded waveguide; LSE mode; TEM field