

# 有色量测噪声下机器人同步定位与地图构建

弋英民, 刘 丁

(西安理工大学自动化与信息工程学院, 西安 710048)

**摘要:** 针对有色量测噪声模型, 提出一种有色量测噪声下的轮式机器人同步定位与地图构建算法。通过重新组合轮式机器人的过程模型和量测模型, 将有色量测噪声模型转化为虚拟的白噪声量测模型。为使过程噪声和量测噪声不相关, 对过程模型进行不相关条件处理。算法按照构造的虚拟过程模型和量测模型进行滤波估计和地图构建。仿真结果验证了算法的一致性和鲁棒性。

**关键词:** 有色量测噪声; 轮式机器人; 同步定位与地图构建; 算法一致性

## Simultaneous Localization and Mapping for Robot under Colored Measurement Noise

YI Ying-min, LIU Ding

(Faculty of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048)

**【Abstract】** Aiming at colored measurement noise model, this paper presents a Simultaneous Localization and Mapping(SLAM) algorithm for wheeled robot under colored measurement noise. Colored measurement noise model is converted into white measurement noise model by recombining the process model and the measurement model for wheeled robot. In order to make the process noise and the measurement noise irrelevant each other, the process model is re-defined. Estimating state and mapping are conducted in accordance with the virtual process model and the virtual measurement model. In data association step, part observed landmarks are processed as redundant landmarks. Some indicators of the filter are used to evaluate the performance the algorithm. Simulation results show that the algorithm is consistent and robust.

**【Key words】** colored measurement noise; wheeled robot; Simultaneous Localization and Mapping(SLAM); consistency of algorithm

### 1 概述

移动机器人的自主定位与导航必须以可靠的环境信息感知为基础。但是, 由于传感器自身的限制, 各种传感器量测信息容易受到各种噪声的干扰, 存在不同程度的不确定性。量测信息的不确定性必然导致系统模型的不确定, 传统的处理方法是利用高斯白噪声模型表征量测信息。但在实际问题中, 这种噪声模型往往是通过模型近似得到的。

机器人同步定位与地图构建(Simultaneous Localization and Mapping, SLAM)问题中常用的量测传感器有视觉传感器、激光传感器和声纳传感器。视觉传感器通过摄像头获取环境的图像信息, 通过图像信息与机器人本体的空间关系计算相对距离和角度。基于视觉的 SLAM 算法分为 3 类: (1)stereo vision SLAM 算法<sup>[1]</sup>, 这类方法的量测信息与摄像头标定的结果有关, 摄像头的物理参数、图像处理算法精度都可能引起立体视觉量测为有色噪声; (2)全景视觉算法<sup>[2]</sup>, 这类算法获得的图像产生很大的畸变, 图像的矫正精度和摄像头的物理参数也会使量测为有色噪声; (3)单目视觉算法<sup>[3]</sup>, 这类方法的量测与摄像头的物理光心和焦距的标定结果有关。因制造工艺和有限的图像处理算法的限制, 视觉量测模型已无法近似为高斯白噪声模型。在激光传感器和方向测量传感器的量测系统中<sup>[4]</sup>, 算法模型中假设激光传感器中心和方向测量传感器中心重合, 但在实际问题中, 由于无法保证中心重合, 因此量测为有色噪声。在基于超声波传感器的机器人 SLAM 系统中, 传感器往往安装在机器人本体的四周<sup>[5]</sup>, 算法模型中总是假设所有超声波传感器位于同一个辐射中心

点, 因在实际机械安装装配中无法满足而使量测为有色噪声。在这些问题中, 用高斯白噪声模型近似实际的有色噪声模型进行机器人的同步定位与地图构建, 误差会随时间累计, 最终导致系统发散。针对实际量测为有色噪声的情况, 本文提出一种有色量测噪声下的轮式机器人 SLAM 算法。算法适用于量测量为有色噪声的情况, 是对有色噪声下机器人的同步定位与地图构建的有益探索。

### 2 状态空间和系统模型

本文 SLAM 系统的状态由机器人位姿和所量测到静止环境特征点的坐标组成。在  $k$  时刻的联合状态向量表示为

$$\mathbf{x}_k = [x_{vk}, y_{vk}, \phi_{vk}, x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_N, y_N]^T = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{vk} \\ \mathbf{n} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中,  $x_{vk}, y_{vk}, \phi_{vk}$  分别表示机器人在二维空间的坐标和方向角。地图是静止的, 参数  $\mathbf{n} = [x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_N, y_N]$  无时间下标。机器人的运动模型为圆周的转弯模型。

$$\mathbf{x}_k = f_v(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k) = \begin{bmatrix} x_{k-1} + V_k T \cos(\phi_{k-1} + \gamma_k) \\ y_{k-1} + V_k T \sin(\phi_{k-1} + \gamma_k) \\ \phi_{k-1} + \frac{V_k T}{B} \sin(\gamma_k) \end{bmatrix} \quad (2)$$

**基金项目:** 陕西省自然科学基金资助项目(SJ08-ZT13-11); 陕西省教育厅自然科学基金资助项目(08JK385); 西安市创新计划基金资助项目(YF07021)

**作者简介:** 弋英民(1976 - ), 男, 博士研究生, 主研方向: 机器人同步定位, 地图构建, 信息处理; 刘 丁, 教授、博士生导师

**收稿日期:** 2009-05-20 **E-mail:** yiymin@xaut.edu.cn

其中,  $k-1$  到  $k$  时刻的时间间隔为  $T$ ; 速度  $V_k$  和驱动角  $\gamma_k$  为常量, 两者组成控制量  $u_k = [V_k, \gamma_k]^T$ ; 机器人前后轴距为  $B$ 。

量测模型为

$$z_{ik} = h_i(x_k) = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_i - x_{vk})^2 + (y_i - y_{vk})^2} \\ \arctan \frac{y_i - y_{vk}}{x_i - x_{vk}} - \varphi_{vk} \end{bmatrix} \quad (3)$$

量测噪声为

$$v_k = \Phi_{k-1} v_{k-1} + \zeta_{k-1}$$

其中,  $\Phi_{k-1}$  是矩阵;  $\zeta_k$  是白噪声过程; 方差为  $R$ 。

### 3 有色量测噪声下的机器人 SLAM 算法

SLAM 算法的主要思想: 由量测模型构造虚拟的高斯白噪声量测模型, 为满足过程噪声和量测噪声不相关, 对过程模型重新组合构造虚拟的过程模型。机器人的 SLAM 按照虚拟的过程模型和量测模型进行状态估计, 完成地图构建。

#### 3.1 有色量测模型的白化处理

经典的 EKF-SLAM 算法是假设量测模型为白噪声情况的滤波估计。为了将式(3)的有色噪声模型转化白噪声量测模型, 对式(3)重新组合, 构造虚拟的白噪声量测模型

$$z_{k-1}^* = z_k - \Phi_{k-1} z_{k-1} = (H_k F_{k-1} - \Phi_{k-1} H_{k-1}) x_{k-1} + H_k \Gamma_{k-1} \omega_{k-1} + \zeta_{k-1} = H_{k-1}^* x_{k-1} + v_{k-1}^* \quad (4)$$

其中,  $H_k = \frac{\partial h_i}{\partial x_k} |_{\hat{x}_{k|k-1}}$ ;  $F_k = \frac{\partial f}{\partial x_k} |_{\hat{x}_{k-1|k-1}}$ ;  $\Gamma_k = \frac{\partial f}{\partial w_k} |_{\hat{x}_{k-1|k-1}}$ ;  $v_{k-1}^*$  为白噪声。由于虚拟的量测噪声  $v_{k-1}^*$  与过程噪声  $\omega_{k-1}$  相关, 因此要采用扩展卡尔曼滤波必须对过程模型进行去相关处理。将式(4)带入过程模型, 构造虚拟的过程模型

$$x_{k+1} = F_k x_k + \Gamma_k \omega_k + J_k (z_k^* - H_k^* x_k - v_k^*) = (F_k - J_k H_k^*) x_k + J_k z_k^* + (\Gamma_k \omega_k - J_k v_k^*) = F_k^* x_k + u_k^* + \omega_k^* \quad (5)$$

其中,  $J_k$  是待定系数矩阵;  $\omega_k$  是方差为  $Q$  的零均值白噪声;  $u_k^*$  看作虚拟的控制向量;  $J_k$  应满足虚拟的过程噪声和量测噪声不相关, 即期望

$$E[\omega_k^* (v_k^*)^T] = 0 \quad (6)$$

由式(6)求解  $J_k$

$$J_k = \Gamma_k Q_k \Gamma_k^T H_{k+1}^T (H_{k+1} \Gamma_k Q_k \Gamma_k^T H_{k+1}^T + R_k)^{-1} \quad (7)$$

将式(7)代入式(5), 即为构造的虚拟过程模型。

#### 3.2 有色量测噪声的机器人 SLAM 算法

CON-SLAM 算法的递推过程为状态向量预测、量测、协方差预测、数据关联、虚拟量测、更新和地图构建。

(1) 状态向量预测

$$x_{k|k-1} = F_{k-1}^* x_{k-1} \quad (8)$$

(2) 量测

机器人的量测数据通过式(3)量测模型计算得到。

(3) 协方差预测

由式(7)计算得到  $J_k$ , 根据式(5)推导预测协方差为

$$P_{k|k-1} = F_k^* P_{k-1|k-1} (F_k^*)^T + J_k H_k^* P_{k-1|k-1} (J_k H_k^*)^T + \Gamma_k Q \Gamma_k^T \quad (9)$$

(4) 数据关联

算法获得的地图是二维的平面地图, 数据关联采用文献[6]的最近邻方法。数据关联将量测  $z$  分解为关联量测  $z_k$  和新特征点的量测  $z_{nk}$ 。对于式(4)的虚拟量测模型, 量测过程中可能发生这样的情况: 在  $k-m$  时刻机器人观测到圆圈中的特征点, 在  $k$  时刻没有观测该点, 在  $k+m$  时刻又观测到该点。为满足虚拟量测模型式(4)的关联要求。将关联量测  $z_k$  分解为  $z_{ko}$  和  $z_{k,k-1}$ , 则

$$z_k = \begin{bmatrix} z_{ko} \\ z_{k,k-1} \\ z_{nk} \end{bmatrix}$$

其中,  $z_{ko}$  是过时的量测, 在实际量测中占整体量测的比例很小, 由文献[7]可知, 这部分可看作冗余量测舍弃。

(5) 虚拟量测

由式(4)虚拟量测模型进行虚拟量测。

(6) 更新

对关联数据  $z_{k,k-1}$  进行更新。残差由虚拟量测模型得到。

$$\begin{aligned} x_{k|k} &= x_{k|k-1} + W_k (z_k^* - H_k^* \hat{x}_{k|k-1}) \\ P_{k|k} &= P_{k|k-1} - W_k H_k^* P_{k|k-1} \\ S_k &= H_k^* P_{k|k-1} (H_k^*)^T + R_k \\ W_k &= P_{k|k-1} (H_k^*)^T S_k^{-1} \end{aligned} \quad (10)$$

(7) 地图构建

将量测到的新特征点构建到地图中。

$$x_k^{new} = h^{-1}(z_{nk}, x_{vk})$$

$$x_k = \begin{bmatrix} x_k \\ x_k^{new} \end{bmatrix} \quad (11)$$

### 3.3 算法的一致性检验

机器人进行同步定位和量测, 提出的算法只对连续 2 次量测到的相同特征点进行关联和更新, 其余特征点被视为冗余量测, 不进行更新。对于线性高斯滤波, 可以通过 NEES(Normalised Estimation Error Squared)评价滤波的性能指标[8]。

$$\varepsilon_k = (x_k - \hat{x}_{k|k})^T P_{k|k}^{-1} (x_k - \hat{x}_{k|k})$$

$$\bar{\varepsilon}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_{ik}$$

由文献[8]可知, 对于线性高斯滤波,  $N\bar{\varepsilon}_k$  是具有  $N$  个自由度的  $\chi^2$  分布密度函数。机器人位姿是三维空间向量, 50 次 MonteCarlo 仿真的概率为 95%, 置信区间为 [2.36, 3.72], 如果大于区间上限为乐观估计, 小于下限为保守估计。

### 4 仿真及分析

机器人在  $60 \text{ m} \times 70 \text{ m}$  的环境中进行模拟实验, 环境中随机分布 54 个特征点。机器人的运动方向由 6 个方向标记点控制。

实验仿真采用式(2)的模型, 机器人的速度  $V = 3 \text{ m/s}$ ,  $T = 0.025 \text{ s}$ 。数据关联采用最近邻方法, 最大关联距离为 4 m, 认定新特征点的最小关联距离为 25 m。通过仿真实验对机器人的同步定位与地图构建进行算法的一致性评价, 并与相关的算法进行定位精度比较。

#### 4.1 算法的一致性仿真分析

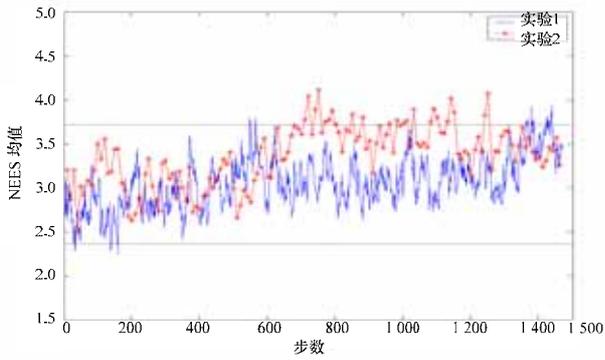
为检验算法中数据关联对滤波估计的一致性影响, 分别对机器人进行非闭合和闭合运动仿真实验。

(1) 非闭合运动仿真

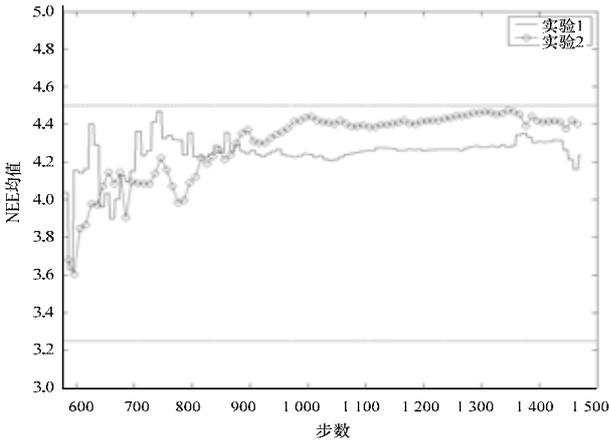
对机器人进行非闭合路径实验, 分别在 2 种实验条件下进行 50 次 MonteCarlo 仿真, 实验 1: 有色量测噪声为

$$v_k = \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.02 \end{bmatrix} + \zeta_k; \text{ 实验 2: 有色量测噪声为 } v_k = \begin{bmatrix} 0.04 \\ 0.04 \end{bmatrix} + \zeta_k。$$

50 次机器人位姿的 NEES 均值曲线见图 1(a)。为表征所有特征点的特性, 取位于中心点两侧的 2 个特征点(-37.3, 38.2)和(13.6, -23), 50 次 MonteCarlo 仿真 2 个特征点的联合状态 NEES 均值曲线如图 1(b)所示。



(a) 机器人位姿



(b) 2个特征点的联合状态

图1 非闭合路径的NEES均值

从图1(a)和图1(b)可知,机器人位姿的NEES均值服从 $\chi^2$ 分布,实验二的量测噪声均值为实验1的2倍,但是2条曲线仍在[2.36, 3.72]之间;2个特征点的联合状态NEES均值曲线在量测噪声均值增大的情况下仍趋近于4。由文献[8]估计理论可认为该算法是一致性估计。

#### (2) 闭合运动仿真

机器人的闭合路径实验见图2。分别在2种实验条件下进行MonteCarlo仿真50次,实验3:按照实验1的条件进行闭合路径实验;实验4:按照实验2的条件进行闭合路径实验。

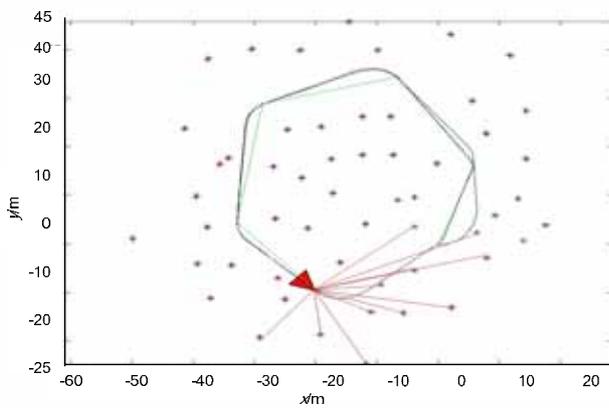


图2 机器人的闭合运动路径

机器人位姿的NEES均值如图3所示。50次MonteCarlo仿真的2个特征点的联合状态NEES均值如图4所示。从图3和图4可知,实验4的量测噪声均值为实验3的2倍,但

是2种实验条件下机器人位姿的NEES均值曲线都处于[2.36, 3.72]之间,2个特征点的联合状态NEES均值曲线处于4附近。

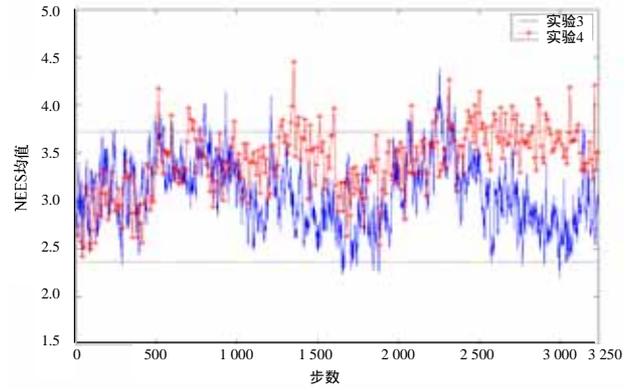


图3 机器人位姿

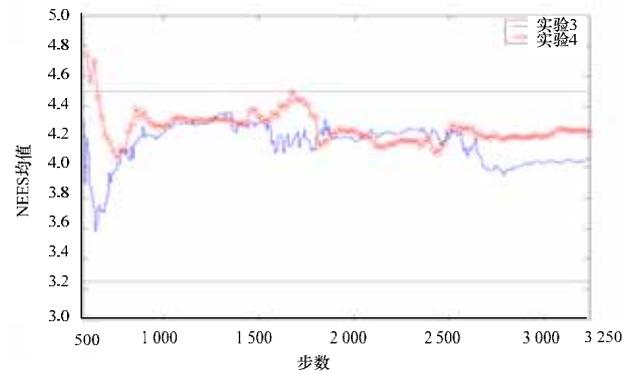


图4 2个特征点的联合状态

比较图1(a)和图3,闭合路径的 $\chi^2$ 分布曲线虽然比非闭合路径的 $\chi^2$ 分布曲线波动大,但曲线基本处于[2.36, 3.72]之间,由文献[8]估计理论可认为该算法是一致性估计。

#### 4.2 有色噪声条件下几种算法的仿真分析

为评价CON-SLAM算法优劣,以机器人位姿的均方根误差(RMS)作为评价依据。分别采用EKF-SLAM算法、Fast-SLAM算法和CON-SLAM算法进行200次MonteCarlo仿真。

##### 实验条件1 量测距离为有色,角度为白噪声的情况

图5是量测距离为有色噪声情况下机器人位姿的RMS曲线。由图5可知,在有色噪声均值相对较小的情况下,采用Fast-SLAM算法机器人位姿的RMS曲线单调增大且发散;采用EKF-SLAM算法和CON-SLAM算法机器人位姿的RMS曲线都收敛,但在第800步开始分叉,说明有色噪声的误差累积引起EKF-SLAM算法误差增大;本文算法曲线完全位于EKF-SLAM算法下方,表明该算法具有更好的定位精度。

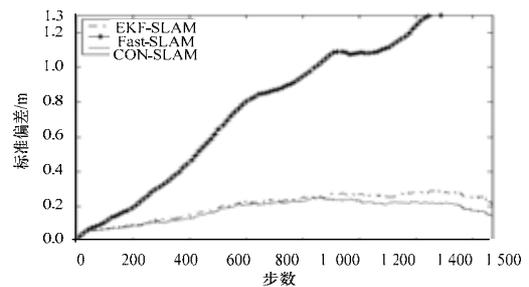


图5 量测距离为有色噪声的机器人位姿RMS

**实验条件2** 量测距离为白噪声，角度为有色噪声的情况

图 6 是量测角度为有色噪声情况下机器人位姿的 RMS 曲线。从图 6 可知，采用 EKF-SLAM 算法和 Fast-SLAM 算法机器人位姿的 RMS 曲线都单调增大且发散；采用 CON-SLAM 算法机器人位姿的 RMS 曲线收敛；本文算法具有更好的鲁棒性。

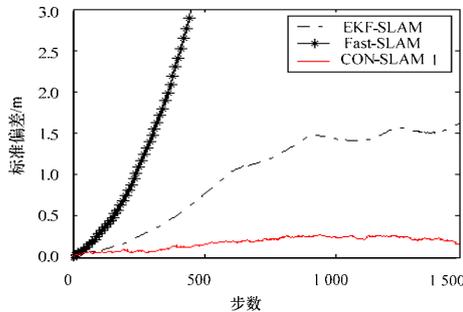


图 6 量测角度为有色噪声的机器人位姿 RMS

**实验条件3** 量测距离和角度都为有色噪声的情况

图 7 是量测距离和角度都为有色噪声情况下机器人位姿的 RMS 曲线。由图 7 可知，采用 EKF-SLAM 算法和 Fast-SLAM 算法机器人位姿的 RMS 曲线比图 6 斜率更大，且发散；采用 CON-SLAM 算法机器人位姿的 RMS 曲线收敛；本文算法具有更好的鲁棒性。

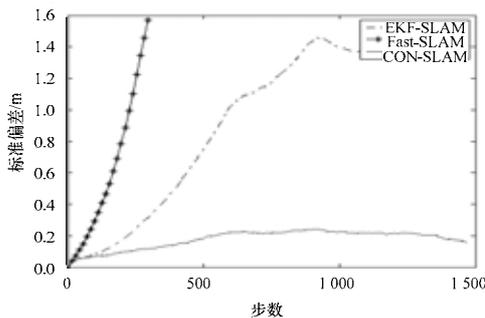


图 7 距离和角度都为有色噪声的机器人位姿 RMS

在仿真实验中，当量测噪声为有色噪声时，EKF-SLAM 算法和 Fast-SLAM 算法仍按照高斯白噪声模型进行机器人的同步定位与地图构建，这种将有色量测模型近似为高斯白噪声模型会导致 SLAM 算法发散；采用 CON-SLAM 算法时，机器人位姿的 RMS 收敛，表明了本文算法对有色噪声量测的鲁棒性。

## 5 结束语

本文提出一种针对有色量测噪声下的机器人同步定位与地图构建算法。通过构造虚拟的过程模型和量测模型，将有色噪声模型转化为白噪声模型。机器人 SLAM 算法按照虚拟的过程模型和量测模型进行同步定位与地图构建。仿真实验验证了数据关联的冗余处理是滤波的一致性估计。与 EKF-SLAM 算法和 Fast-SLAM 算法相比，本文算法具有较好的鲁棒性。

## 参考文献

- [1] Gehrig S K, Stein F J. Dead Reckoning and Cartography Using Stereo Vision for an Autonomous Car[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ, USA: IEEE Press, 1999: 1507-1512.
- [2] 许俊勇, 王景川, 陈卫东. 基于全景视觉的移动机器人同步定位与地图创建研究[J]. 机器人, 2008, 30(4): 289-297.
- [3] Davison A J. Real-time Simultaneous Localization and Mapping with a Single Camera[C]//Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Computer Vision. Nice, France: [s. n.], 2003: 1403-1410.
- [4] Leung C, Huang Shoudong, Dissanayake G. Active SLAM in Structured Environments[C]//Proc. of 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Pasadena, CA, USA: [s. n.], 2008: 1989-1903.
- [5] He Feng, Fang Yongchun, Wang Yutao, et al. Practical Feature-based Simultaneous Localization and Mapping Using Sonar Data[C]// Proceedings of the 27th Chinese Control Conference. Kunming, China: [s. n.], 2008: 421-425.
- [6] Singer R A, Sea R G. A New Filter for Optimal Tracking in Dense Multi-target Environment[C]//Proceedings of the 9th Allerton Conference on Circuit and System Theory. Illinois, USA: [s. n.], 1971: 201-211.
- [7] Dissanayake G, Durrant-Whyte H, Bailey T. A Computationally Efficient Solution to the Simultaneous Localization and Map Building(SLAM) Problem[C]//Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation. [S. l.]: IEEE Press, 2000: 1009-1014.
- [8] Bar-Shalom Y, Li Rong, Kirubarajan T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation[M]. [S. l.]: John Wiley and Sons, 2001: 234-235.

编辑 张正兴

(上接第 28 页)

## 参考文献

- [1] Vapnik V N. Statistical Learning theory[M]. New York, USA: John Wiley and Sons Inc., 1998.
- [2] Scholkopf B, Smola A, Mubler K R. Nonlinear Component Analysis as a Kernel Eigenvalue Problem[J]. Neural Computer, 1998, 10(6): 1299-1319.

- [3] Baudat G, Anouar F. Feature Vector Selection and Projection Using Kernels[J]. Neurocomputing, 2003, 55(1): 21-38.
- [4] 肖建华, 吴今培. 基于核的特征提取技术及应用研究[J]. 计算机工程, 2002, 28(10): 36-38.
- [5] 许亮. 基于核函数和知识的化工过程安全运行智能系统研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2007.

编辑 索书志