第12卷 第5期
1990年9月

电子科学学刊
JOURNAL OF ELECTRONICS

Vol. 12, No. 5
Sept., 1990

转移函数对于寄生效应的灵敏度的分析*

仝茂达
(中国科学技术大学,合肥)

摘要 本文利用转移函数、回归差、零回归差与灵敏度之间的关系,推导出一种简便的分析转移函数和转移函数与直接转移函数之差对于寄生效应的灵敏度的方法,并举例说明如何分析运放电路的灵敏度.

关键词 转移函数;回归差;灵敏度;寄生效应

1. 引言

有关灵敏度分析的文章已发表了很多.本文利用转移函数、回归差、零回归差与灵敏度之间的关系,推导出一种简便的分析转移函数W和转移函数与直接转移函数之差 ΔW对于寄生效应的灵敏度的方法.通常反映寄生效应的元件参数(如寄生电容)都很小,记为 x.然而,运算放大器的开环增益或增益带宽乘积一般都相当大(理想情况下为无穷大),故应取它们的倒数,亦记为 x.于是,元件 x 可象文献[1]、[2]那样视为回归元件.将 x 视为回归元件后,总可画出图1那样的一般反馈网络信号流图.继而分析整个闭环的

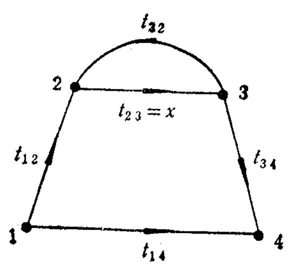


图 1 一般反馈网络信号流图

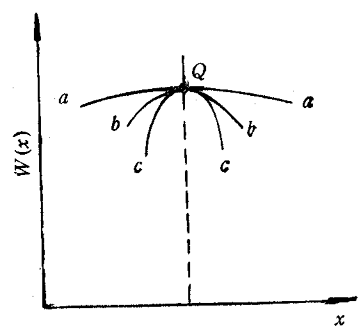


图 2 工作点处 $S_x^{W(x)}$ 均为零的三条不同曲线

转移函数 $W(x)$、直接转移函数 $W(x=0)$、回归差 $F(x)$、零回归差 $\hat{F}(x)$、对于回归元件 x 的灵敏度 $S_x^{W(x)}$,以及转移函数 $W(x)$ 与直接转移函数 $W(0)$ 之差 $\Delta W(x)$对于回归元件 x 的灵敏度 $S_x^{\Delta W(x)}$之间的相互关系,从而得到一种分析 $S_x^{W(x)}$ 和 $S_x^{\Delta W(x)}$ 的简便方法。

2. 分析 $S_x^{W(x)}$ 和 $S_x^{\Delta W(x)}$ 的关系式

* 1988年9月21日收到,1989年3月20修收定稿.

首先假定回归元件 x 已由原网络中抽出。因而，图 1 中四条支路的传输系数 t_{12}、t_{32}、t_{34} 和 t_{14} 一般是复频率 s 的有理函数，但与 x 无关。由图 1 很容易分析出转移函数 $W(x)$（或考虑到 s 记为 $W(x,s)$）是 x 的双线性函数，即

$$W(x,s) = t_{14}(s) + x\frac{t_{12}(s)t_{34}(s)}{1 - xt_{32}(s)}$$

$$= \frac{t_{14}(s) - x[t_{14}(s)t_{32}(s) - t_{12}(s)t_{34}(s)]}{1 - xt_{32}(s)} \tag{1}$$

将每一个支路传输系数都以 s 的有理函数，即以 $t_{ij}(s) = n_{ij}(s)/d_{ij}(s)$ 代入(1)式，得到

$$W(x,s) = \frac{N(x,s)}{D(x,s)} = \frac{\alpha(s) + x\beta(s)}{\gamma(s) + x\delta(s)} \tag{2}$$

注意，$\alpha(s)$、$\beta(s)$、$\gamma(s)$ 和 $\delta(s)$ 均是 s 的多项式而不是 s 的有理函数。由(2)式可知，不经过 x 传输的直接转移函数 $W(0,s)$ 如下：

$$W(0,s) = \frac{\alpha(s)}{\gamma(s)} = t_{14}(s) \tag{3}$$

因为 $W(0,s)$ 是不受寄生效应影响，即处于理想状况下的(直接)转移函数，这是设计者希望网络具备的转移函数。它除了有限个零极点外，既不会恒为零也不会恒为无穷大，而是有特定形式的 $\alpha(s)$ 和 $\gamma(s)$。然而，$\beta(s)$ 和 $\delta(s)$ 则不然，在某些情况下有可能不存在，即会恒等于零。

利用(3)式可将(2)式改写成下面形式：

$$W(x,s) = \frac{\alpha(s)}{\gamma(s)} + \frac{x[\beta(s)\gamma(s) - \alpha(s)\delta(s)]/\gamma^2(s)}{1 - x[-\delta(s)/\gamma(s)]} \tag{4}$$

比较(4)式和(1)式可知：

$$t_{14}(s) = \frac{\alpha(s)}{\gamma(s)} \tag{5a}$$

$$t_{12}(s)t_{34}(s) = \frac{\beta(s)\gamma(s) - \alpha(s)\delta(s)}{\gamma^2(s)} \tag{5b}$$

$$t_{32}(s) = -\frac{\delta(s)}{\gamma(s)} \tag{5c}$$

由文献[3]或[5]指出的回归差 $F(x)$ 和零回归差 $\hat{F}(x)$ 的表达式可知：

$$F(x) = 1 - xt_{32}(s) = 1 + x\frac{\delta(s)}{\gamma(s)} = \frac{D(x,s)}{D(0,s)} \tag{6}$$

$$\hat{F}(x) = 1 - xt_{32}(s) + x\frac{t_{12}(s)t_{34}(s)}{t_{14}(s)}$$

$$= 1 + x\frac{\beta(s)}{\alpha(s)} = \frac{N(x,s)}{N(0,s)} \tag{7}$$

文献[3]和[4]还指出

$$S_x^{W(x,s)} = \frac{1}{F(x)} - \frac{1}{\hat{F}(x)} \tag{8}$$

故

$$S_x^{W(x,s)} = \frac{D(0,s)}{D(x,s)} - \frac{N(0,s)}{N(x,s)} \tag{9}$$

一般在网络分析时总要求出整个闭环的转移函数 $W(x,s)$，即要计算出 $N(x,s)$ 和 $D(x,s)$。因此按(9)式计算灵敏度 $S_x^{W(x,s)}$ 是十分简便的，没有增加多少工作量。

在实际工作中，我们不仅要研究转移函数 $W(x,s)$ 对于寄生效应的灵敏度，还应研究转移函数与直接转移函数 $W(0,s)$ 之差 $\Delta W(x,s)$ 对于寄生效应的灵敏度[5]。图 2 充分说明了这一研究的必要性。虽然在工作点 Q 上，a、b、c 三条曲线的灵敏度 $S_x^{W(x)}$ 均为零，但曲线 a 性能最好，而曲线 c 性能最差。

由灵敏度定义可知：

$$S_x^{\Delta W(x,s)} = \frac{x}{\Delta W(x,s)} \frac{d[W(x,s) - W(0,s)]}{dx}$$

$$= \frac{W(x,s)}{\Delta W(x,s)} \cdot S_x^{W(x,s)} \tag{10}$$

由文献[6]知：

$$\frac{\Delta W(x,s)}{W(0,s)} = \hat{F}(x) S_x^{W(x,s)} = \frac{N(x,s)}{N(0,s)} S_x^{W(x,s)} \tag{11}$$

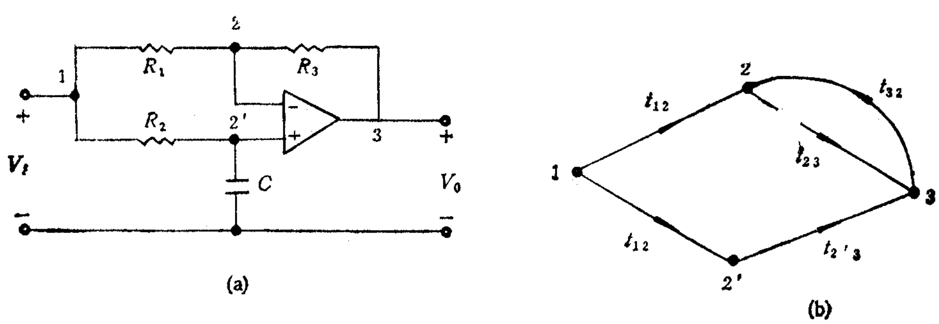
将其代入(10式)，有

$$S_x^{\Delta W(x,s)} = \frac{N(0,s)}{N(x,s)} \cdot \frac{W(x,s)}{W(0,s)} = \frac{D(0,s)}{D(x,s)} \tag{12}$$

由(9)和(12)式可知，欲求灵敏度 $S_x^{W(x,s)}$ 和 $S_x^{\Delta W(x,s)}$，其关键在于先求出包括寄生元件 x 在内并以 x 作为变量的整个闭环的转移函数 $W(x,s)$。然后用它的分子和分母的多项式可直接计算出结果，方法十分简单。

3. 举例

图 3(a) 所示为一全通滤波器，图 3(b) 是它的原始信号流图。由于制造上的原因，运算放大器的同相输入端与反相输入端的增益间存在共模偏差 x_c，即反相输入增益 $A_1(s) = -A_0\Omega/(s+\Omega)$，而同相输入增益 $A_2(s) = (1-x_c)A_0\Omega/(s+\Omega)$，另外以 x_g 标



（a）全通滤波器
$(R_1 = R_2 = R_3 = R)$

（b）全通滤波器的原始信号流图

图 3

记增益带宽乘积 $A_0\Omega$ 的倒数. 理想情况下 $A_1(s)=-A_2(s)$, $x_c=0$ 和 $A_0\Omega\to\infty$ 即 $x_g=0$. 这就是无寄生效应时的情况.

由图 3 可计算出原始信号流图的各支路传输系数,它们分别为

$$t_{12}=\frac{R_3}{R_1+R_3}=\frac{1}{2},\quad t_{32}=\frac{R_1}{R_1+R_3}=\frac{1}{2},$$

$$t_{23}=A_1(s),\quad t_{2'3}=A_2(s)$$

$$t_{12'}=\frac{\frac{1}{SC}}{R_2+\frac{1}{SC}}=\frac{\omega_0}{S+\omega_0},\quad \omega_0=\frac{1}{R_2C}$$

整个闭环的转移函数为

$$W(x_g,x_c,s)=\frac{t_{12'}t_{2'3}+t_{12}t_{23}}{1-t_{23}t_{32}}$$

$$=\frac{(-s+\omega_0)-x_c\cdot 2\omega_0}{(s+\omega_0)+x_g\cdot 2(s+\omega_0)(s+\Omega)}=\frac{N(x_g,x_c,s)}{D(x_g,x_c,s)} \tag{13}$$

由(13)式可见, $N(x_g,x_c,s)=N(0,x_c,s)$, 即分子多项式与 x_g 无关, $D(x_g,x_c,s)=D(x_g,0,s)$, 即分母多项式与 x_c 无关. 因此,有 $N(x_g,s)=N(0,s)$ 和 $D(x_c,s)=D(0,s)$. 将这些关系式分别代入到(9)和(12)式得

$$S_{x_g}^{W(x_g,s)}=\frac{D(x_g=0,s)}{D(x_g,s)}-1$$

$$=\frac{(s+\omega_0)}{(s+\omega_0)+x_g\cdot 2(s+\omega_0)(s+\Omega)}-1$$

$$=-\frac{2x_g(s+\Omega)}{1+2x_g(s+\Omega)} \tag{14}$$

$$S_{x_g}^{\triangle W(x_g,s)}=\frac{D(x_g=0,s)}{D(x_g,s)}$$

$$=\frac{(s+\omega_0)}{(s+\omega_0)+2x_g(s+\omega_0)(s+\Omega)}$$

$$=\frac{1}{1+2x_g(s+\Omega)} \tag{15}$$

类似地可计算出:

$$S_{x_c}^{W(x_c,s)}=\frac{2x_c\omega_0}{s-\omega_0+2x_c\omega_0} \tag{16}$$

$$S_{x_c}^{\triangle W(x_c,s)}=1 \tag{17}$$

参 考 文 献

[1] M.D. Tong (仝茂达), W.K. Chen, On Linear Multivariable and Multiloop Feedback Networks, Proc. the International Conference on CAS, Nanjing, China, (1989).

[2] W.K. Chen, M.D. Tong (仝茂达), *IEEE Trans. on CAS*, **CAS-35** (1988), 1123—1128.
[3] W.K. Chen, Active Network and Feedback Amplifier Theory, McGraw-Hill, New York and Hemisphere, Washington, D.C., (1980), Chap.5.
[4] 仝茂达，朱英辉，符号网络函数和不定导纳矩阵，高等教育出版社，北京，1983 年，第三章.
[5] J.G. Truxal, Automatic Feedback Control System Synthesis, McGraw-Hill, New York, (1955), Chap.5.
[6] G.S. Moschytz, *IEE. J. Electron Circuit Systems*, **3**(1979), 233—238.

ANALYSIS OF SENSITIVITY OF TRANSFER FUNCTIONS TO PARASITIC EFFECTS

Tong Maoda
(University of Science and Technology of China, Hefei)

Abstract A simple method of analysing sensitivities of the transfer functions and the errors between the transfer functions and the corresponding direct transfer functions to parasitic effects, by using the relations between the transfer function, return difference, null return difference and sensitivity, is presented. Also, an example to illustrate how to analyze circuits containing operational amplifiers is given.

Key words Transfer function; Return difference; Sensitivity; Parasitic effect