

# 自由特征模型参数化研究

孙立镬, 刘宪国, 高雪瑶

SUN Li-juan, LIU Xian-guo, GAO Xue-yao

哈尔滨理工大学 计算机科学与技术学院, 哈尔滨 150080

Department of Computer Science and Technology, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China

E-mail: qdlxg5639@163.com

SUN Li-juan, LIU Xian-guo, GAO Xue-yao. Research on parameterization of freeform feature model. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(35): 18-20.

**Abstract:** To find effective and intuitive ways of modeling with freeform feature, freeform feature and freeform feature definition points are parameterized in this paper, a new method of creating freeform feature with wrapping parameters and constraints is presented. Mapping from numerical parameters to geometry is defined in the definition of freeform feature. Feature definition points are picked up on a trajectory, and a cross-section is built on each point, then skinning and sweeping operation are applied on these cross-section, as a result freeform feature fitting seamlessly to the target surface is built.

**Key words:** freeform feature; parameterization; constraint solving

**摘要:** 为了更高效直观地对自由特征形状进行建模, 对自由特征形体及自由特征定义点进行参数化, 提出了一种通过封装参数和约束创建自由特征体特征的方法。在自由特征形状的定义中, 建立数值参数和最终特征形状几何属性的映射关系。在轨迹线上提取特征定义点, 在各点处建立横截面, 对横截面进行蒙皮和扫掠运算, 生成和基曲面无缝连接的自由形状体特征。

**关键词:** 自由特征; 参数化; 约束求解

**DOI:** 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.35.006 **文章编号:** 1002-8331(2009)35-0018-03 **文献标识码:** A **中图分类号:** TP301.6

## 1 概述

在现代工业特征设计建模中, 大部分模型中有自由形状特征, 而设计者只能以试错设计的方法来达到产品设计的要求。研究的目的是找到更高效更直观的自由形状建模的方法。

在传统的几何造型系统中, 对形状的操作是通过形状几何表示进行操作实现的。对于这种类型的操作, 对模型的交互操作是直接的和没有约束的。另一方面, 在对自由体特征的建模中, 形状域限制于由直观的尺寸参数标明的形状中, 这就使得必须维护此特征的几何模型的有效性。一般来说, 表示自由形状的实用方法是设计者提供足够的自由度, 确定详细的形状细节, 这样使得交互更加直观。

改善直观性的重要方式是参数化<sup>[1]</sup>, 在设计模型中, 通过向模型的定义中输入数值参数可以比直接操作模型的控制点更容易和更准确地创建理想的模型。对于自由特征形状来说, 给出一对参数值对其进行控制比给出一些控制点的坐标对其进行控制更加合理和方便。

提出了一种自由特征建模的新方法, 即通过封装参数和约束, 为自由特征形状建模。在自由特征形状的定义中, 建立参数和最终形状的几何属性的映射。在自由曲面上定义一个轨迹线, 在轨迹线上定位几个点, 在这些点上建立和自由曲面正交

的横截面, 对这些横截面建立参数和约束, 然后对这些横截面进行插值运算, 利用蒙皮和扫掠操作建立与自由曲面无缝连接的自由体特征。这种自由形体的应用非常广泛, 例如在弯曲的平面上粘合脊特征。

## 2 自由特征形体的参数化

为方便设计者通过多个参数定义特征形状, 一般的特征形状的定义必须包含详细的如何构造特征形状的相关信息。可以通过特征的参数来定义特征, 定义了数值参数到几何属性的映射。通过标识参数值, 可以通过一般形状创建和实例化特定的形状。Poldermann 和 Horvath 提出了一种自由曲面的一般分类, 包含几种自由曲面的参数化<sup>[2]</sup>。该参数化通过参数值和参数间的特征角度反映出相应的自由特征的形状, 但没有给出这种参数化曲面的实例化方法。

为了将一个数值参数集合映射到一个自由形状中, 必须给出形状内部元素间的代数关系和几何关系。通过特征属性比如面、边和顶点间的距离和角度定义几何关系, 几何关系直接影响最终特征形状的几何性质。利用代数关系定义不同几何属性间的数学关系。在这种方法中, 几何关系内部的几何变量的复杂组合可以将形状参数减少到有限的个数。

**基金项目:** 国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60173055)。

**作者简介:** 孙立镬(1944-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为计算机图形学与 CAD、协同设计; 刘宪国(1981-), 男, 博士研究生, 主要研究领域为计算机图形学与 CAD; 高雪瑶(1979-), 女, 博士研究生, 主要研究领域为计算机图形学与 CAD。

**收稿日期:** 2009-09-14 **修回日期:** 2009-10-13

### 3 自由特征形体定义点的参数化

对于参数化自由几何体来说,自由形体元素间的几何关系是固有的问题。这就需要为这种关系引入一种可用的中介表示方法。使用相关的自由形体定义点(FDP)的方式来表示<sup>[4]</sup>。在二维或三维空间中,通过FDP定义像轨迹线和横截面这样的自由形体元素。例如一个横截面可通过二维FDP集合的线性插值来定义。使用FDP定义的自由形体元素是这些构造操作的输入部分,FDP间的关系直接反应到最终的特征形状中。

FDP间的关系通过几何约束定义,为了定位FDP,用到了三类几何约束,即两个FDP间的距离约束、三个FDP间的角度约束和确定一个FDP的位置约束。

定义1 FDP的距离约束( $P_a, P_b \in R^3$ ):

$$\|P_a - P_b\| = d_{ab}, d_{ab} \in R^+ \quad (1)$$

其中, $d_{ab}$ 是一个变量,有确定的值。

定义2 FDP的角度约束( $P_a, P_b, P_c \in R^3$ ):

$$\frac{P_a - P_b}{\|P_a - P_b\|} \cdot \frac{P_c - P_b}{\|P_c - P_b\|} = \cos(\alpha_{abc}) \quad \alpha_{abc} \in [0, \pi] \quad (2)$$

其中, $\alpha_{abc}$ 是一个变量,有确定的值。

相对于任意三个已经确定的FDP来说,在三维空间中任何地方使用上面两个几何约束确定一个FDP已经足够了。

定义3 FDP的具体位置约束( $P_a \in R^3$ ):

$$P_a \in P_{fixed} \quad (3)$$

其中, $P_{fixed} \in R^3$ ,是一个确定的位置。

位置约束设定FDP的位置,即定位FDP。例如,可以利用这些位置约束将一个FDP定位在模型中已经存在的几何体上。通过在FDP的详细设定中标识几个位置约束,准确定义一些距离约束和角度约束,这样可以减少所需定义约束的个数。

除了几何约束外,也用到了代数约束。代数表达式为距离约束和角度约束的变量赋值。例如,三个FDP间的角度可以由设计者输入参数,也可以自动计算已存在的模型属性作为输入参数。

### 4 创建自由特征形状

为了更好地控制结果特征形状,在特征形状的定义中,不仅包含形状参数,比如高和宽,也包含约束。在横截面上,创建一个自由特征形状的步骤如下:

**步骤1** 确定基曲面,在此曲面上附加新的封闭形状,该基曲面可以是自由特征形体。

**步骤2** 在基曲面上确定多个FDP,对FDP进行线性插值得到轨迹线,这样得到的轨迹线一定在该基曲面上,图1所示。轨迹上每个FDP的位置通过两个数值位置参数确定,这两个位置参数表示相对于指定的开始的点,两个在基曲面上沿着参数化同等曲线的FDP的距离。两个数值位置参数确定了曲线上的唯一的位置。

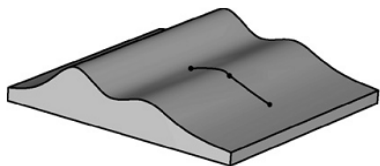


图1 在基曲面上形成轨迹线

**步骤3** 确定横截面。在每个FDP的位置,沿着轨迹线分布,如图2所示。横截面的外边缘是穿过多个二维FDP的开放的曲线,每个横截面都穿过轨迹上经过相应的FDP的平面,在这些FDP的位置上与基曲面正交。在横截面的定义中,一个FDP是其起点,与轨迹上的其他FDP成线性关系。使用FDP上的代数约束和几何约束,通过数值参数值确定横截面的形状。在图3中说明了穿过4个FDP的横截面。因为每个横截面是一个平面,所以确定一个横截面属于二维问题。横截面的两个终点 $P_0$ 和 $P_3$ 位于基曲面上, $P_0$ 位于轨迹线的右侧, $P_3$ 位于轨迹线的左侧。在两个方向上,沿着正交面和基曲面交线的距离计算两个终点距原点( $P_{origin}$ )的距离。这两个尺寸都作为横截面的参数。其他的FDP和起始点、结束点建立几何约束关系,以定位这些FDP。

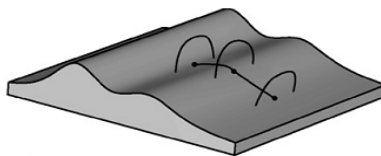


图2 确定多个横截面

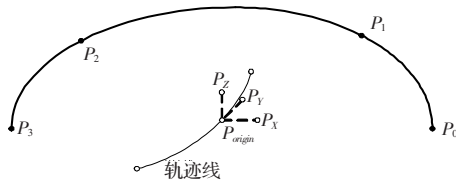


图3 横截面的位置和方向

利用一个约束求解器确定横截面的最终形状。在图3中显示了表示横截面的局部坐标系( $p_x, p_y$ 和 $p_z$ ),这里 $p_z - p_{origin}$ 是基曲面在起始点的垂直向量, $p_y - p_{origin}$ 是基曲面在起始点的方向向量,通过坐标系右手法则确定 $p_x - p_{origin}$ 的方向, $p_x$ 和 $p_z$ 确定横截面,该横截面将作为约束系统中的基准面。

**步骤4** 当确定了所有横截面的位置和方向以后,对这些横截面上执行蒙皮运算。沿着基曲面分别对在轨迹的左侧穿过所有的终点,和在轨迹的右侧穿过所有的终点的两条引导曲线进行插值计算。对这两条引导曲线进行蒙皮运算,产生与基曲面无缝连接的曲面,如图4所示。

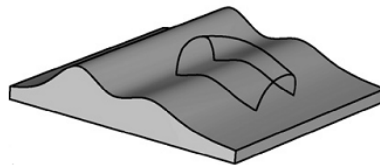


图4 对横截面的蒙皮运算结果

**步骤5** 为了创建封闭的体特征,在新创建的曲面的前面和背面建立封盖面。这样以两个封盖面和两条引导曲线为边界的基曲面的部分和利用蒙皮运算构造的曲面就形成了封闭的体特征。操作的结果如图5所示。

### 5 约束求解

通过求解平面间距离约束和角度约束求解约束关系,该求解算法不同于文献[4]求解点间的角度约束和距离约束。该求解

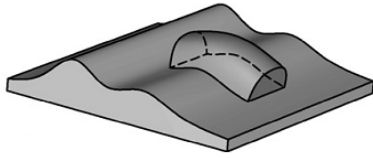


图5 结果自由特征形状

算法分为三个步骤:图分析、子问题求解和整合求解方案。

算法的第一步是分析约束图,该图由 FDP 及其上的约束组合而成。文中的图分析算法和文献[4]中的算法不同,可以找到同样的三角形子问题和四面体子问题。在此阶段也分析欠约束情况和过约束情况。第二步是求解子问题。子问题以约束的形式表示,利用局部传播求解器确定求解次序,以简化图分析过程。此外,如果一个子问题有多个求解方案,通过与配置原型相比较选择一个最优的方案。第三步是当所有的子问题都求解完毕后,将所有方案组合起来,形成整个几何问题的求解方案。

在图分析阶段,识别和分析三角形问题和四面体问题。在三维空间中,一个点至少由 3 个点来约束,否则该点将会有多余的自由度,所以考虑四面体问题。在一个独立的四面体中,有 6 条边,边的长度受距离的约束,边间的 12 个角度受角度的约束。为了筛选出具有完备约束的各部分,并确定求解方案,将一个四面体分解成三角形子问题,每个三角形对应四面体的 4 个面,如图 6 所示。

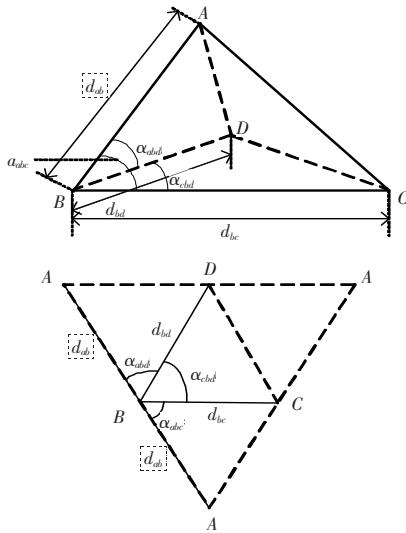


图6 展开的四面体内部的三角形问题

三角形子问题和四面体子问题分别通过三角形约束和四面体约束表示。三角形约束是同时考虑到距离约束和角度约束的最小集合,而多个三角形约束构造了一个三维的四面体约束。三角形约束和四面体约束不直接施加于 FDP 上,而是施加于表示边的长度的距离变量和各条边之间构成的角度变量上。

从根本上说,图分析算法就是将原始的加在 FDP 上的距离约束和角度约束映射到一个三角形和四面体约束图上。此映射保证了构造的新图可以在下一步利用局部传播求解器求解。

### 5.1 图分析阶段

**步骤 1** 该算法将原始图中的 FDP 间的距离约束和角度约束映射成新图的距离变量和角度变量。在原始问题中,如果在 FDP 上有确定的距离约束或者角度约束,则在新图中就有对应的确定的距离变量或者角度变量,其中的距离变量和角度变量也可以通过其他的约束来确定,比如通过代数约束来确定。

**步骤 2** 创建三角形约束和四面体约束。只创建有足够约束的变量的约束或者有足够的其他约束确定的约束。施加约束的规则如下:

**规则 1** 一个三角形约束确立的条件:至少一个距离变量和两个角度变量,或者两个距离变量和一个角度变量,或者三个距离变量,或者由其他约束确定。

**规则 2** 一个四面体约束确立的条件:四面体的所有面中至少有三个面由三角形约束确定。

对应  $\triangle ABC$  的三角形约束中,变量  $d_{ab}, d_{ac}, d_{bc}$  表示三条边的长度,变量  $\alpha_{cab}, \alpha_{abc}, \alpha_{bca}$  表示三个内角。构造三角形约束如图 7 和图 8 所示。在原始问题中,距离  $d_{ab}, d_{ac}, d_{bc}$  和角度  $\alpha_{cab}, \alpha_{abc}, \alpha_{bca}$  是约束,对应于每个距离和角度,在新图中都要创建距离变量和角度变量。利用这些变量,可以求解三个三角形子问题,并创建三角约束  $T_1, T_2, T_3$ ,如图 7 所示。这三个三角约束确定了三个距离  $d_{ad}, d_{bd}, d_{cd}$ 。再利用这些变量,求解第 4 个三角形子问题和创建三角约束  $T_4$ ,如图 8 所示。一直重复此过程,直到没有新的三角约束产生为止。

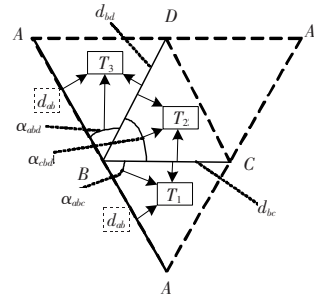


图7 创建三角约束

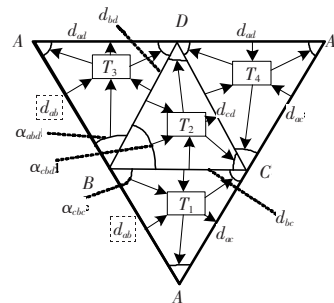


图8 利用已有三个约束创建  $T_4$  约束

**步骤 3** 创建四面体约束的网格。使用通过角度约束确定的距离变量,每个四面体确定了 4 个点的子配置。

### 5.2 子问题求解阶段

利用局部传播求解策略求解新的约束图。首先求解三角形约束,然后求解四面体约束。

在这个阶段,约束求解器可能会为一个三角形或四面体找到两种可选择的配置方案。在这种情况下,约束求解器对比原型中 FDP 的对应的求解方案,选择与原型中配置相匹配的方案,具体选择算法请参考文献[5-6]。

### 5.3 组合子方案阶段

完整方案是点的三维空间配置,四面体约束的方案是 4 个点的配置,每个点都在其各自的坐标系里面。有三个点重合的两个四面体通过转换和旋转子方案,这样这些点都包含在完整方案中。