

堆石坝参数反演的蚁群聚类 RBF 网络模型

康 飞, 李俊杰, 许 青

(大连理工大学 土木水利学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 将蚁群算法与径向基(RBF)网络相结合, 提出一种用于堆石坝力学参数反演的蚁群聚类径向基网络模型。该模型用蚁群聚类算法搜索 RBF 网络基函数中心, 模拟蚁群觅食聚类的概率转移特性, 所得到的聚类结果类间离散度和比传统 K 均值聚类结果小, 能够得到更合理的基函数中心, 从而获得较准确的坝体参数和位移之间的非线性映射关系。在进行参数灵敏度分析的基础, 对一座堆石坝的反演分析表明, 蚁群聚类 RBF 网络模型可有效地求解堆石坝多参数反演问题, 反演结果优于 BP 网络模型和 K 均值 RBF 网络模型。

关键词: 岩土工程; 土石坝; 蚁群聚类算法; RBF 网络; 灵敏度; 反演分析

中图分类号: TU 41

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2009)增 2 - 3639 - 06

ANT COLONY CLUSTERING RADIAL BASIS FUNCTION NETWORK MODEL FOR INVERSE ANALYSIS OF ROCKFILL DAM

KANG Fei, LI Junjie, XU Qing

(School of Civil and Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

Abstract: An ant colony clustering radial basis function neural network model for parameter inverse analysis is proposed by combining the ant colony clustering algorithm with radial basis function(RBF) networks. In the new model, the radial basis function centers are searched by the ant colony clustering algorithm which utilizes the probability transfer characteristic of ant foraging clustering behavior. The sum of scatter degree obtained by the ant colony clustering algorithm is smaller than that obtained by the traditional K means clustering algorithm, thus more reasonable radial basis function centers can be searched so as to obtain the nonlinear mapping relationship between the parameters to be inversed and the displacements measured at certain points in the dam. Inverse analysis is performed to a concrete faced rockfill dam; the results show that the new neural network model can solve the inverse analysis problem of rockfill dams efficiently, which outperforms BP neural network model and K means RBF neural network model.

Key words: geotechnical engineering; earth-rockfill dam; ant colony clustering; radial basis function(RBF) network; sensitivity; inverse analysis

1 引 言

合理的选用堆石体参数对于土石坝的变形与稳定计算, 进而评价坝体的安全具有重要意义。堆

石体参数一般由室内或现场试验获得, 然而由于受试验条件、施工工艺和施工质量等的影响, 使得测定的堆石体参数常与实际值存在较大的差异, 由此求得的堆石坝应力与变形不可避免的与实际值偏离很大。因此, 有必要利用坝体观测值对土石坝的参

收稿日期: 2008 - 09 - 23; **修回日期:** 2008 - 12 - 23

基金项目: 教育部创新团队资助项目(IRT0518)

作者简介: 康 飞(1982 -), 男, 2003 年毕业于大连理工大学水利水电工程专业, 现为在站博士后, 主要从事水利工程安全监测与数值分析方面的研究工作。E-mail: kangfei2009@163.com

数进行反演，并由此评价坝体的稳定与安全。

常用的堆石坝参数反演方法主要有直接法和神经网络方法。直接法将土体参数反演问题转化为优化问题，遗传算法^[1, 2]、蚁群算法^[3]、粒子群算法^[4]等全局优化特点的智能搜索算法被用于求解该问题，取得了较好的效果。由于岩土工程的复杂性，在已知量和未知量之间存在很强的非线性关系，这种复杂的非线性关系可以用神经网络得到很好的映射。作为一种多参数反演的工具，多层前馈 BP 网络被较多的应用于反演问题^[5, 6]。另外支持向量机^[7]、小波神经网络^[8]近来也被用于该领域。基于智能优化的反演方法虽然具有很多直接搜索法不具备的优点，但也存在需要循环迭代，计算时间长等问题，不适用于正分析计算量较大的多参数反演问题。BP 网络是一种全局逼近网络，存在易陷入局部最优、训练速度慢，网络结构难以确定等问题。

径向基(RBF)网络^[9]是一种新型的神经网络(ANN)模型，与 BP 网络相比，不仅具有生物学基础和数学基础，而且结构简单，学习速度快，隐节点具有局部特性，逼近能力更强。蚁群算法是 M. Dorigo 和 T. Stützle^[10]提出的一种新的模拟进化算法，具有分布式、自组织、信息素通信等性能，已经在组合优化领域取得大量的成果。建立 RBF 网络的关键在于选择合适的基函数中心，将蚁群算法用于选择 RBF 网络基函数中心，提出一种用于堆石坝参数反演问题的蚁群聚类 RBF(ACCRBF)网络模型。蚁群聚类(ACC)模拟了蚁群觅食的概率转移特性，克服了传统 K 均值聚类对初始聚类中心的依赖性强和收敛到局部最优的缺点，得到的基函数中心更有代表性。本文在详细介绍 ACCRBF 的原理、特点、算法后，将其用于一座堆石坝的力学参数反演，验证了其具有反演精度高的特点。

2 蚁群聚类算法

蚂蚁在觅食等活动中，能够在它所经过的路径上留下称之为信息素的物质，而且能够感知信息素的存在及其强度，并以此引导自己的运动方向。借鉴该原理将数据视为具有不同属性的蚂蚁，聚类中心看作是蚂蚁所要寻找的食物源，聚类过程就可以看作蚂蚁寻找食物源的过程^[11]。

设 X 是 n 个 m 维的数据集合 $X = \{x_i | x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}), i = 1, 2, \dots, n\}$ ，聚类中心集合是 k

个 m 维的数据集合 $C = \{c_i | c_i = \{c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{im}\}, i = 1, 2, \dots, k\}$ ，令 x_i 到 c_j 的欧式距离为

$$d_{ij} = \|x_i - c_j\| = \sqrt{\sum_{q=1}^m (x_{iq} - c_{jq})^2} \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

式中： c_j 为第 j 个聚类中心。

设 r 为聚类半径， $\tau_{ij}(t)$ 表示 t 时刻蚂蚁 x_i 到聚类中心 c_j 路径上的信息素，令 $\tau_{ij}(0) = 0$ ，即在初始时刻各路径上的信息素量为 0。 t 时刻路径 l_{ij} 上的信息素更新如下：

$$\tau_{ij}(t) = \begin{cases} 1 & d_{ij} \leq r \\ 0 & d_{ij} > r \end{cases} \quad (2)$$

数据 x_i 归并到 c_j 的概率按下式给出

$$p_{ij}(t) = \frac{\tau_{ij}^\alpha(t) \eta_{ij}^\beta(t)}{\sum_{s \in S} \tau_{sj}^\alpha(t) \eta_{sj}^\beta(t)} \quad (3)$$

式中： $S = \{x_s | d_{sj} \leq r, s = 1, 2, \dots, n\}$ ； η_{ij} 为能见度， $\eta_{ij} = 1.0/d_{ij}$ ； α, β 均为可调参数。

令 $G = \{x_h | d_{hj} \leq r, h = 1, 2, \dots, J\}$ 表示所有归并到 c_j 邻域的数据集合， J 为 c_j 邻域的数据个数，可根据下式计算聚类中心：

$$\bar{c}_j = \frac{1}{J} \sum_{h=1}^J x_h \quad (4)$$

常用的聚类性能评价函数为类间离散度和，其计算方法为首先计算每个样本到相应聚类中心的距离，然后对所求得距离求和：

$$J_c = \sum_{j=1}^k \sum_{x_i \in c_j} d(x_i, c_j) \quad (5)$$

蚁群聚类算法的具体步骤如下：

- (1) 初始化，设定 α, β, k, r 和初始聚类中心；
- (2) 根据式(1)计算数据到聚类中心的距离 $d_{ij}(t)$ ；
- (3) 按式(2)计算各路径上的信息量 $\tau_{ij}(t)$ ；
- (4) 按式(3)计算数据 x_i 归并到 c_j 的概率 $p_{ij}(t)$ ；
- (5) 采用轮盘赌选择法确定 x_i 所属的聚类中心；
- (6) 按式(4)计算新的聚类中心；
- (7) 满足停止准则，输出使类间离散度和最小的聚类中心，否则转(2)继续。

3 蚁群聚类 RBF 网络

RBF 网是一种前馈神经网络，一般为 3 层结构。

图 1 所示为 $m-k-p$ 结构的 RBF 网络, 即网络具有 m 个输入, k 个隐节点, p 个输出。其中 $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}^T \in R^m$ 为网络输入向量; \mathbf{W} 为输出权值矩阵, $\mathbf{W} \in R^{k \times p}$; b_1, \dots, b_p 为输出单元偏移; \mathbf{y} 为网络输出; $\mathbf{y} = \{y_1, \dots, y_p\}^T \in R^p$; $f_i(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|)$ 为第 i 个隐节点的激活函数。激活函数种类较多^[12], 常用的激活函数为高斯函数:

$$\phi(x) = \exp[-x^2 / (2\sigma^2)] \quad (6)$$

式中: σ 为该基函数的扩展常数, 其作用是调节高斯函数神经元的敏感程度。

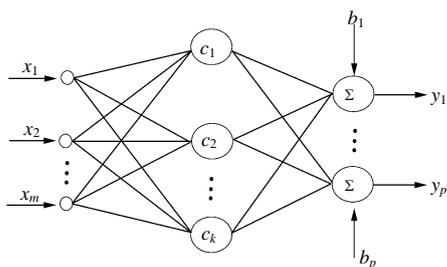


图 1 RBF 网络结构图
Fig.1 Structure of RBF neural network

RBF 网络的第 i 个输出可表达为

$$y_i = \sum_{j=1}^k w_{ij} \exp\left[\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_j\|^2}{2\sigma_j^2}\right] + b_i \quad (7)$$

式中: w_{ij} 为输出层权值, σ_j 为基函数的扩展常数。

基函数采用常用的高斯函数, 对于给定的基函数个数和扩展常数, 基函数中心采用蚁群聚类算法确定, 权值矩阵计算采用最小二乘法。ACCRBF 网络实现步骤如下:

(1) 初始化: 设定 α, β, k, r , 初始聚类中心选择为前 k 个输入样本。

(2) 采用蚁群聚类算法计算 n 个输入样本的 k 个聚类中心, 作为 RBF 网络基函数中心。

(3) 根据各聚类中心之间的距离确定各隐节点的扩展常数。隐节点的扩展常数 $\sigma_i = \gamma d_i$ (d_i 为第 i 个数据中心与离它最近的数据中心之间的距离; γ 为重叠系数, 用于调整扩展常数)。

(4) 权值矩阵使用最小二乘法直接计算。当输入 \mathbf{x}_i , 第 j 个隐节点的输出表示为 $h_{ij} = \phi_j(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{c}_j\|)$, 则隐层输出阵为 $\mathbf{H} = [h_{ij}]$, 网络输出矢量可以表示为 $\mathbf{y} = \mathbf{HW}$, 采用最小二乘法:

$$\mathbf{W} = \mathbf{H}^+ \mathbf{y} \quad (8)$$

式中: \mathbf{H}^+ 为矩阵 \mathbf{H} 的伪逆, 且有

$$\mathbf{H}^+ = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \quad (9)$$

4 基于 ACCRBF 的参数反演

4.1 双屈服面模型参数灵敏度分析

灵敏度分析的目的是由参数或设计变量的变化量计算出结构响应或性能的变化量。如果已知结构响应的表达式, 则参数的灵敏度可以通过求导运算进行计算, 但对于大多数工程问题, 由于不能得到结构响应或性能的表达式, 所以工程中, 常以差分运算代替微分运算。

Morris 法^[13] 为目前应用较多的一种灵敏度分析方法, 它通过对每一个可能的参数进行微扰动计算, 考察因变量对自变量变化的敏感度指标值。修正的 Morris 法^[14] 将自变量以固定步长变化, 敏感度判别因子取 Morris 影响值的多个平均值, 即

$$S = \sum_{i=1}^{q-1} \frac{(Y_{i+1} - Y_i) / Y_0}{(P_{i+1} - P_i) / 100} / (q-1) \quad (10)$$

式中: S 为灵敏度判别因子, Y_i 为模型第 i 次运行输出值, Y_{i+1} 为模型第 $i+1$ 次运行输出值, Y_0 为初始参数时模型输出值, P_i 为第 i 次模型运行参数值相对于初始参数值变化的百分率, P_{i+1} 为第 $i+1$ 次模型运算参数值相对于初始参数值变化的百分率, q 为模型运行次数。

堆石体双屈服面模型^[15] 中切线模量 E_t 的计算和邓肯 - 张模型相同, 按下式计算:

$$E_t = E_i (1 - R_s)^2 \quad (11)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} E_i &= K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \\ R_s &= \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)(1 - \sin \varphi)}{2(c \cos \varphi + \sigma_3 \sin \varphi)} R_f \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中: p_a 为大气压, 单位与 E_i 相同; n, K, R_f 均为模型反演参数。

邓肯 - 张模型中的切线泊松比改用切线体积比:

$$\mu_t = 2c_d \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^{n_d} \frac{E_i R_s}{R_d} \frac{1 - R_d}{R_d} \left(1 - \frac{R_s}{1 - R_s} \frac{1 - R_d}{R_d} \right) \quad (13)$$

式中: c_d, n_d, R_d 均为模型反演参数。

弹性剪切模量和体积模量按下式计算:

$$B_e = E_{ur} / [3(1 - 2\nu)], \quad G_e = E_{ur} / [2(1 + \nu)] \quad (14)$$

式中: ν 为弹性泊松比, 可取为 0.3; E_{ur} 按邓肯建议的下式计算:

$$E_{ur} = K_{ur} p_a (\sigma_3 / p_a)^n \quad (15)$$

对粗粒土, $c=0$, $\varphi = \varphi_0 - \Delta\varphi \lg(\sigma_3 / p_a)$; 取 $K_{ur} = 1.5K$ 。可以看出, 对于堆石料, 双屈服面模型的参数为 $K, \varphi, \Delta\varphi, n, R_f, c_d, n_d, R_d$ (参数编号分别为 1, 2, 3, ..., 8), 共 8 个参数。采用一均质堆石坝计算坝体沉降对这 8 个参数的灵敏度, 结果如图 2 所示, 可以看出坝体沉降对 $K, \varphi, R_f, c_d, n_d, R_d$, 6 个参数较为敏感。

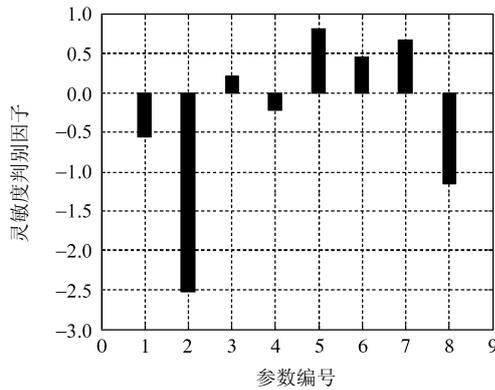


图 2 参数灵敏度分析结果

Fig.2 Result of parameter sensitivity analysis

4.2 基于 ACCRBF 的堆石坝参数反演

为减少反演参数, 在较灵敏的 6 个参数中, 去掉测试方法较成熟的 φ 和工程经验丰富的 R_f [1, 2], 剩余的 4 个参数 K, c_d, n_d, R_d 作为待反演参数。坝体堆石料力学参数反分析步骤如下:

(1) 确定待反演参数个数 p' 和观测自由度数目 m' 。

(2) 确定待反演参数取值范围, 用正交试验和均匀试验设计试验参数, 为增加样本多样性可适当增加随机试验参数。

(3) 在参数取值范围内, 随机生成测试试验参数。

(4) 正演计算, 对每一组试验参数用有限元法计算坝体沉降, 形成训练样本和测试样本, 为了保证网络的泛化能力, 测试样本应该占总样本数的 20%~30%, 训练样本占 70%~80%, 且测试样本不能与训练样本相同。

(5) 预处理, 采用下式将样本数据归一化:

$$y = 0.1 + 0.8 \times (x - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min}) \quad (16)$$

式中: x_{\max}, x_{\min} 分别为数据集中被处理参数的最大值和最小值; x 为实际值; y 为归一化后的值; 系数 0.1 为预处理后参数的最小值; 0.8 用于保证预处理后参数的最大值为 0.9。

(6) 用训练样本对 ACCRBF 网络进行训练, 得到合理的网络基函数中心, 扩展常数, 权值等。

(7) 用测试样本对网络进行测试, 反归一化后

计算测试误差, 并用反演参数计算坝体位移, 然后将其与理论值比较, 若二者误差较小, 则该网络可以用于实际工程的参数反演。

采用几种常用的误差标准来评价网络的性能, 它们是均方根误差(RMSE)、平均绝对误差(MAE)、平均相对误差(MRE)、最大相对误差(MAXRE)。

5 算例分析

某面板堆石坝, 坝高 80 m, 坝顶宽 10 m, 坝体上下游坡比 1:1.4, 左岸河谷岸坡坡比 1:1.2, 右岸坡比 1:1.8, 河谷底宽 30 m。对该面板堆石坝进行三维有限元网格剖分, 最大断面如图 3 所示。采用多断面法 [1] 对坝体的主堆石和次堆石进行参数反演, 反演参数的取值范围见表 1。

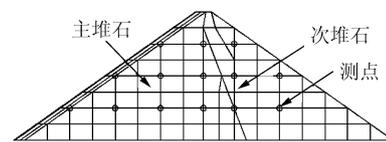


图 3 最大断面有限元网格

Fig.3 FE mesh of the maximum section

表 1 待反演参数取值范围

Table 1 Ranges of parameters to be inverted

材料	K	c_d	n_d	R_d
主堆石	800~1 200	0.002~0.006	1.0~1.4	0.6~0.8
次堆石	600~1 000	0.002~0.006	1.0~1.4	0.6~0.8

为了保证训练样本具有足够的代表性, 用均匀试验设计生成 55 组样本, 正交试验设计生成 50 组样本, 同时添加一些随机样本, 共 400 组训练样本, 测试样本为随机生成的 100 组样本, 训练样本占总样本数的 80%, 测试样本占 20%。为了验证 ACCRBF 网络算法的有效性, 同时采用 K 均值 RBF 网络算法和 BP 网络算法进行参数反演。ACCRBF 网络参数选取 $\alpha = \beta = 8.0$, 经试验表明, 当 r 和 γ 大于一定值时对网络性能影响不大, 取 $r = 20d_{\max} / K$, d_{\max} 为样本间最大距离, $\gamma = 200$ 。

为了比较两种聚类算法效果, 对训练样本进行聚类, 聚类中心数为 150 时, 两种算法的聚类过程比较如图 4 所示, 可以看出 ACC 算法能够跳出局部最优, 得到更理想的聚类中心, 其类间离散度和更小。隐节点数是影响网络预测性能的关键, 隐节点数对 BP 网络、ACCRBF 网络预测误差的影响分别如图 5, 6 所示, 可以看出隐节点数达到一定数

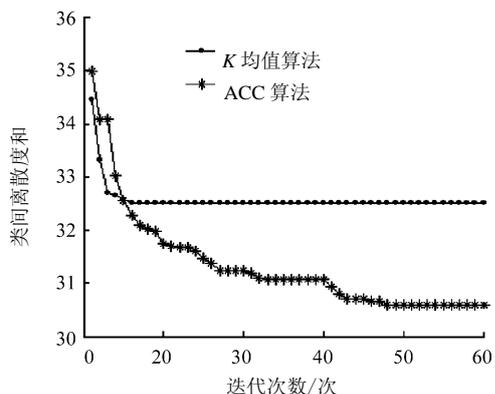


图 4 两种算法聚类过程比较

Fig.4 Comparison of clustering processes of two methods

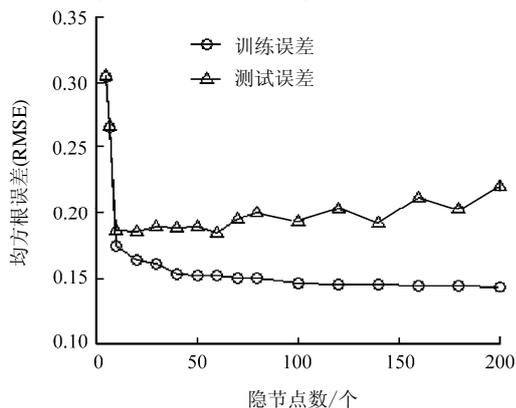


图 5 隐节点数对 BP 网络预测误差的影响

Fig.5 Effect of hidden node number to predicted error in BP network

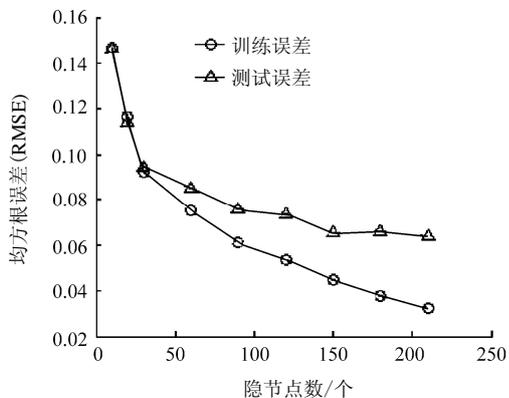


图 6 隐节点数对 ACCRBF 网络预测误差的影响

Fig.6 Effect of hidden node number to predicted error in ACCRBF network

量时, 网络的泛化能力不再提高, 由此选出两种网络的隐节点数分别为 60 和 150。

3 种网络对训练样本的预测误差见表 2, 其中, BP 网络的训练时间为 17 s, 而 ACCRBF 网络为 7.5 s。3 种网络对测试样本的预测误差见表 3, 可以看出两种 RBF 网络的预测误差要远小于 BP 网络, ACCRBF 网络的预测误差除测试样本 *MRE* 外都最小, 其最大相对误差更远小于另外两种网络。

表 2 训练样本预测误差比较

Table 2 Comparison of predicted error of training samples

误差类型	不同网络的训练样本预测误差		
	BP 网络	K 均值 RBF 网络	ACCRBF 网络
RMSE	0.151 3	0.046 2	0.044 8
MAE	0.113 4	0.030 9	0.029 6
MRE	0.078 4	0.022 9	0.022 3
MAXRE	0.803 5	0.361 4	0.296 6

表 3 测试样本预测误差比较

Table 3 Comparison of predicted error of testing samples

误差类型	不同网络的预测试验误差		
	BP 网络	K 均值 RBF 网络	ACCRBF 网络
RMSE	0.183 8	0.068 5	0.065 5
MAE	0.140 8	0.045 2	0.044 9
MRE	0.097 8	0.032 9	0.033 1
MAXRE	0.788 2	0.491 2	0.324 8

表 4 给出了最大相对误差测试样本的参数反演结果和理论值的比较, 看出除了次堆石的 c_d 相对误差稍大外, 其他各参数绝对误差和相对误差均较小, 次堆石 c_d 相对误差较大的原因是该参数的取值范围较大, 变化达到 200%, 而其他参数变化小于 50%。最大相对误差样本坝体中轴线 9 个节点采用反演参数计算的坝体沉降值与理论值的比较如图 7 所示, 可以看出, 二者较接近, 误差较小。由此表明采用 ACCRBF 网络进行位移反分析计算结果良好,

表 4 最大相对误差测试样本反演结果与理论值的比较

Table 4 Comparison of back analysis results and theoretical values of test samples with the maximum relative error

反分析参数		理论值	反演值	绝对误差	相对误差/%
主堆石	K	1138.280 000	1137.430 000	-0.850 000	-0.075 000
	c_d	0.004 420	0.004 140	-0.000 280	-6.335 000
	n_d	1.200 500	1.251 500	0.051 000	4.248 000
	R_d	0.619 600	0.592 200	-0.027 400	-4.422 000
次堆石	K	989.880 000	990.150 000	0.270 000	0.027 000
	c_d	0.002 690	0.003 560	0.000 870	32.342 000
	n_d	1.154 400	1.156 300	0.001 900	0.165 000
	R_d	0.688 300	0.730 200	0.041 900	6.087 000

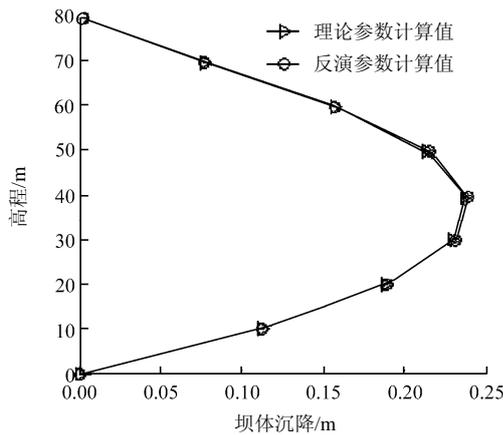


图7 坝体沉降计算值与理论值的比较

Fig.7 Comparison of calculated and theoretical dam settlement values

得到的反演参数可以进行相关工程的评价与预测。

6 结论

(1) 将蚁群聚类算法与 RBF 网络相结合, 提出一种新的岩土工程位移反分析方法——ACCRBF 网络方法。基函数中心是影响 RBF 网络性能的关键, 采用蚁群聚类算法选择基函数中心, 模拟了蚁群觅食聚类的概率转移特性, 克服了传统 K 均值聚类易陷入局部最优, 和对初始聚类中心依赖强的缺点, 能够获得更合理的聚类中心, 得到满意的 RBF 网络模型。

(2) 在参数灵敏度分析的基础上进行的堆石坝力学参数反演分析表明, ACCRBF 网络模型具有比 BP 网络和 K 均值 RBF 网络模型更高的反演精度。

参考文献(References):

[1] 郭雪莽, 田俊明, 秦理曼. 土石坝位移反分析的遗传方法[J]. 华北水利水电学院学报, 2001, 22(3): 94 - 98.(GUO Xuemang, TIAN Junming, QIN Liman. Displacement back analysis of embankment dam using genetic algorithm[J]. Journal of North China Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power, 2001, 22(3): 94 - 98.(in Chinese))

[2] 张社荣, 何 辉. 改进的遗传算法在堆石体参数反演中的应用[J]. 岩石力学, 2005, 26(2): 182 - 186.(ZHANG Sherong, HE Hui. Application of improved genetic algorithm to back analyzing parameters of rockfill[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(2): 182 - 186.(in Chinese))

[3] 田俊明, 周 晶. 基于蚁群算法的土石坝土体参数反演[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(8): 1 411 - 1 416.(TIAN Junming, ZHOU Jing. Inversing soil mechanical parameters of embankment dam using ant colony algorithm[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(8): 1 411 - 1 416.(in Chinese))

[4] 李金凤, 杨启贵, 徐卫亚. 基于改进粒子群算法 CHPSO-DS 的面板坝堆石体力学参数反演[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(6): 1 229 - 1 235.(LI Jinfeng, YANG Qigui, XU Weiya. Back analyzing mechanical parameters of rockfill based on modified particle swarm optimization CHPSO-DS[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(6): 1 229 - 1 235.(in Chinese))

[5] WANG Z L, LI Y C, SHEN R F. Correction of soil parameters in calculation of embankment settlement using a BP network back-analysis model[J]. Engineering Geology, 2007, 91(2/4): 168 - 177.

[6] YU Y Z, ZHANG B Y, YUAN H N. An intelligent displacement back-analysis method for earth-rockfill dams[J]. Computers and Geotechnics, 2007, 34(6): 423 - 434.

[7] 赵洪波, 冯夏庭. 位移反分析的进化支持向量机研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(10): 1 618 - 1 622.(ZHAO Hongbo, FENG Xiating. Study on genetic-support vector machine in displacement back analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(10): 1 618 - 1 622.(in Chinese))

[8] 梁桂兰, 徐卫亚, 韦 杰, 等. 位移反分析的 APSO-WNN 模型研究及应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(6): 1 251 - 1 257.(LIANG Guilian, XU Weiya, WEI Jie, et al. Wavelet neural network based on adaptive particle swarm optimization and its application to displacement back analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(6): 1 251 - 1 257.(in Chinese))

[9] 魏海坤. 神经网络结构设计的理论与方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005.(WEI Haikun. Neural network design theory and methods[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2005.(in Chinese))

[10] DORIGO M, STÜTZLE T. 蚁群优化[M]. 张 军, 胡晓敏, 罗旭耀译. 北京: 清华大学出版社, 2007.(DORIGO M, STÜTZLE T. Ant colony optimization[M]. Translated by ZHANG Jun, HU Xiaomin, LUO Xuyao. Beijing: Tsinghua University Press, 2007.(in Chinese))

[11] 杨 燕, 张昭涛. 基于阈值和蚁群算法结合的聚类方法[J]. 西南交通大学学报, 2006, 41(6): 719 - 742.(YANG Yan, ZHANG Zhaotao. Clustering method combining threshold algorithm with ant colony algorithm[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2006, 41(6): 719 - 742.(in Chinese))

[12] GARG S, PATRA K, PAL S K, et al. Effect of different basis functions on a radial basis function network in prediction of drill flank wear from motor current signals[J]. Soft Computing, 2008, 12(8): 777 - 787.

[13] TOMLIN A S. The use of global uncertainty methods for the evaluation of combustion mechanisms[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2006, 91(10): 1 219 - 1 231.

[14] 黄金良, 杜鹏飞, 何万谦, 等. 城市降雨径流模型的参数局部灵敏度分析[J]. 中国环境科学, 2007, 27(4): 549 - 553.(HUANG Jinliang, DU Pengfei, HE Wanqian, et al. Local sensitivity analysis for urban rainfall runoff modelling[J]. China Environmental Science, 2007, 27(4): 549 - 553.(in Chinese))

[15] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2000.(SHEN Zhujiang. Theoretical soil mechanics[M]. Beijing: China Water Power Press, 2000.(in Chinese))