

文章编号:1671-9352(2009)02-0073-06

基于 T-S 模型的捕食与被捕食系统的 脉冲同步研究

李医民,张翠强

(江苏大学理学院,江苏 镇江 212013)

摘要:复杂生态系统存在随机性、模糊性和种群突变等脉冲现象的特点,利用 T-S 模糊模型的脉冲同步控制方法,以三种群选择性捕食系统和一类具有 Holling 功能反应的捕食-被捕食系统为例,研究了这类捕食与被捕食系统的脉冲同步问题。采用 T-S 模糊动态模型描述这两类系统,用 Lyapunov 稳定性理论设计出这两类捕食系统的全局渐近稳定的模糊脉冲同步控制器,研究这两类系统的脉冲同步问题和稳定性,反映为系统中的物种达到持续稳定的发展趋势。最后的数值模拟验证了此方案的有效性。

关键词:脉冲控制; T-S 模糊模型; 同步; 捕食与被捕食系统

中图分类号: O141 **文献标志码:** A

Study on impulsive synchronization based on the T-S fuzzy model of prey-predator systems

LI Yi-min, ZHANG Cui-qiang

(Faculty of Science, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, Jiangsu, China)

Abstract: There are the characteristics of randomness, fuzziness and impulsive phenomenon in the ecological system. Taking a three species selected prey-predator system and prey-predator with Holling functional response as an example, the T-S fuzzy dynamical model and impulsive synchronization of the systems were proposed. The fuzzy impulsive synchronization controllers were designed based on Lyapunov theory. The problems of the impulsive synchronization and the stability were obtained. The scheme makes the species arrive at a new state, in which they can coexist and develop. The effectiveness of this scheme was tested by simulation.

Key words: impulsive control; T-S fuzzy model; synchronization; prey-predator systems

0 引言

应用控制论是研究生物系统的调节、控制和信息处理规律的学科,生态系统的控制也是控制论的一个分支学科。在生物控制研究领域,生物种群的控制已成为富有意义的课题。生态学和种群动力学本质上是非线性的和整体的,在同一系统中,不同生物,不同种群之间无法彼此分开,它们之间存在复杂的非线性关系,并且与环境构成一个整体。在生态系统以往的研究中,仅考虑捕食系统的内部的随机性和模糊性,而没有同时考虑到捕食系统中种群数量随时间和空间的变化而变化的很多自然现象、人为因素等可以用脉冲来描述。因此,需要研究一种控制方法,对系统施加外界的干涉,以获得更满意的控制生态系统的结果。

收稿日期:2008-05-15

基金项目:国家自然科学基金重点资助项目(60234010);江苏大学高级人才项目(07JG022)

作者简介:李医民(1963-),男,教授,主要从事生物数学和模糊控制研究. Email: llym@ujs.edu.cn

张翠强(1982-),女,硕士研究生,主要从事生物数学研究. Email: zhangcuiqiang@yahoo.com.cn

T-S模型是由一组“如果-则”模糊规则来描述非线性系统,每一个规则代表一个子系统^[1]。文[2]给出基于 Lyapunov 稳定性理论对 T-S 模糊系统进行稳定性分析,得出了一个判定系统全局渐近稳定的充分条件。随着控制与同步在物理、数学、生物工程、复杂网络等众多领域的深入研究和应用,同步控制已经成为非线性科学中相当活跃的研究课题。文[3]研究了脉冲控制器的设计方法。文[4]运用脉冲微分方程对具有功能反应函数的简单两种群的脉冲控制作了探讨。文[5,6]讨论了两个混沌系统的同步问题和驱动系统的极限环问题。文[7]提出了基于 T-S 模糊模型的脉冲同步的控制方法。焦建军^[8]讨论了与害虫有关的一类捕食者具脉冲扰动与食饵具有化学控制阶段结构时滞捕食-食饵模型,得到了害虫灭绝周期解的全局吸引和系统持久的充分条件。MENG 等人讨论了具有扰动脉冲和时滞的年龄阶段捕食-食饵模型^[9,10],得到了永久生存依赖时滞的条件。在复杂生态系统中,李医民等人利用模糊理论给出了具体明确生物意义的生态位,并利用 Type-2 型模糊集合的“宽带效应”给出了具有动态特性的生态位模型^[11,12],并相应的给出宽度和重叠的计算公式,为模糊生态系统的深入研究打下基础,而捕食-食饵系统基于 T-S 模糊模型的脉冲同步控制方面的研究还没有。本文结合具有模糊性和结构复杂的生态系统中存在的脉冲现象,如脉冲投放,收获,生物防治等瞬时突变现象,利用基于 T-S 模糊模型的脉冲同步方法,探讨了具有 Holling 功能反应的捕食-被捕食系统和三种群选择性捕食系统两类系统的同步问题。此方法使这两类捕食系统在尽量短的时间内实现各物种间的稳定,构造的控制器不仅能考虑到生态系统的复杂性、不确定性与模糊性,也能体现其在维护生态平衡中所起的作用,如当食饵种群的再生能力相对软弱或捕食者种群栖息地没有足够的食饵或食物,为了保护捕食者,可以采取脉冲投放,收获,生物防治等瞬时突变现象,来防止捕食种群因饥饿而死亡。结果表明 T-S 模糊的脉冲同步方法能够更有效控制这两类捕食系统。

1 相关理论及概念

T-S 模糊状态方程模型形式为:

模糊规则 i

$$\text{IF } z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } \cdots \text{ and } z_p(t) \text{ is } M_{ip}, \text{ THEN } \dot{x}(t) = A_i x(t) + \eta_i(t), \quad (1)$$

其中, $z_1(t), \dots, z_p(t)$ 是适当的状态参数, r 是规则的个数, $M_{ij} (j=1, 2, \dots, p)$ 是模糊集合, A_i 是系统相应维数的矩阵, $\eta_i(t)$ 是随时间变化的项, 模糊系统的输出为:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + \eta_i(t)\}, \quad (2)$$

其中
$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))}, w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(z_j(t)), \text{ 且 } w_i(z(t)) \geq 0, \sum_{i=1}^r w_i(z(t)) > 0.$$

因此 $h_i(z(t)) \geq 0, \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1$ 。

给定系统 $\dot{x}(t) = f(t, x)$, 其中 $x \in \mathbf{R}_n$ 是状态变量, $f: \mathbf{R}_+ \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 是连续的。设有一离散集合 $\{t_k\}$ 满足以下脉冲微分方程:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x), & t \neq t_k, \\ \Delta x = U(k, x), & t = t_k, k = 1, 2, \dots, \\ x(t_0^+) = x_0, & t_0 \geq 0, \end{cases}$$

其中 $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_k < t_{k+1} < \dots$ $U(k, x) = \Delta x|_{t=t_k} = x(t_k^+) - x(t_k^-)$ 是状态变量在 t_k 时刻的突变。

同构造脉冲控制系统相似,选择以线性反馈的形式构造脉冲控制器,所得脉冲控制后的模糊模型表示为如下形式:

规则 i IF $z_1(t)$ is M_{i1} and \cdots and $z_p(t)$ is M_{ip} , THEN

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + \eta_i(t), & t \neq t_k, \\ \Delta x(t) = K_i x(t), & t = t_k, i = 1, 2, \dots, r, k = 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (3)$$

其中 K_i 是脉冲控制的系数。

则该系统的输出形式如下:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i x(t) + \eta_i(t)), t \neq t_k \\ \Delta x(t) = \sum_{i=1}^r h_j(z(t)) K_i x(t), t = t_k, i = 1, 2, \dots, r, k = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (4)$$

2 T-S 模糊模型的脉冲同步

根据上一节提出的脉冲控制,假设系统(1)是驱动系统,脉冲控制下的 T-S 模型的响应系统表示为

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = A_i y(t) + \eta_i(t), t \neq t_k, \\ \Delta y(t) = K_i (y(t) - x(t)), t = t_k, i = 1, 2, \dots, r, k = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (5)$$

此系统的最终输出为

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(A_i y(t) + \eta_i(t)), t \neq t_k, \\ \Delta y(t) = K_i (y(t) - x(t)), t = t_k, k = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (6)$$

令 $e(t) = y(t) - x(t)$,从(2)和(6)可知,误差系统可表示为:

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) A_i e(t), t \neq t_k, \\ \Delta e(t) = \sum_{j=1}^r h_j(z(t)) K_j e(t), t = t_k, k = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (7)$$

既然 K_j 是控制矩阵,考虑到脉冲控制增益,也就是说, $K_j = K$ 。于是,以上响应系统可表示为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) A_i e(t), t \neq t_k, \\ \Delta e(t) = K e(t), t = t_j, k = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (8)$$

定理 1^[7] 令 $A_i^T + A_i$ 与 $(1 + K)^T(1 + K)$ 的最大特征值分别是 $\lambda_i, \lambda_K (i = 1, 2, 3, \dots)$, λ_i 的极大值为 λ_A , 则

① 若 $\lambda_A < 0$,存在常数 $\alpha (0 \leq \alpha \leq -\lambda_A)$,使得 $\ln \lambda_K - \alpha(t_k - t_{k-1}) \leq 0$ 成立,则脉冲模糊系统(8)的平凡解是全局指数稳定的,即系统(1)和(5)同步。

② 若 $\lambda_A > 0$ 且存在常数 $\alpha (\alpha \geq 1)$,使得 $\ln(\alpha \lambda_K) - \alpha(t_k - t_{k-1}) \leq 0$ 成立,则当 $\alpha = 1$ 时,系统(8)的平凡解是稳定的, $\alpha > 1$ 时表明系统(8)的平凡解是渐近稳定的,即(1)和(5)同步。

注:定理 1 在文[7]中已经给出了详细的证明。

3 在捕食系统上的主要结果

为了说明和验证所提出的方法的有效性,本节给出脉冲模糊控制用于一类捕食系统的数值模拟。

3.1 三种群选择性捕食系统

考虑系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\alpha_1 x_1(t) + \alpha_3 x_2(t) - \lambda_1 x_1(t) x_3(t), \\ \dot{x}_2(t) = n x_1(t) - (\alpha_1 + \alpha_3) x_2(t), \\ \dot{x}_3(t) = -\alpha_2 x_3(t) + \lambda_2 x_1(t) x_3(t). \end{cases}$$

(1) **步骤 1** T-S 模糊状态方程模型驱动系统如下:

R^1 : If x_1 is M_1 , Then $\dot{X}(t) = A_1 X(t)$;

R^2 : If x_1 is M_2 , Then $\dot{X}(t) = A_2 X(t)$ 。

$$X(t) = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, A_1 = \begin{pmatrix} -\alpha_1 & \alpha_3 & -\lambda_1 d \\ n & -(\alpha_1 + \alpha_3) & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 d - \alpha_2 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} -\alpha_1 & \alpha_3 & \lambda_1 d \\ n & -\alpha_1 - \alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_2 d - \alpha_2 \end{pmatrix},$$

$$M_1 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{x_1(t)}{d} \right), M_2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x_1(t)}{d} \right).$$

步骤2 设脉冲控制下的响应系统变量 $\mathbf{Y} = (y_1 \ y_2 \ y_3)^T$, 响应系统表示如下:

$$R^1: \text{ If } x_1 \text{ is } M_1, \text{ Then } \begin{cases} \dot{\mathbf{Y}}(t) = \mathbf{A}_1 \mathbf{Y}(t), \\ \Delta \dot{\mathbf{Y}}(t) = \mathbf{K}(\mathbf{Y}(t) - \mathbf{X}(t)); \end{cases}$$

$$R^2: \text{ If } x_1 \text{ is } M_2, \text{ Then } \begin{cases} \dot{\mathbf{Y}}(t) = \mathbf{A}_2 \mathbf{Y}(t), \\ \Delta \dot{\mathbf{Y}}(t) = \mathbf{K}(\mathbf{Y}(t) - \mathbf{X}(t)). \end{cases}$$

最终输出为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{Y}}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i \mathbf{A}_i \mathbf{Y}(t), \quad t \neq t_k, \\ \Delta \dot{\mathbf{Y}}(t) = \mathbf{K}(\mathbf{Y}(t) - \mathbf{X}(t)), \quad t = t_k, \quad k = 1, 2. \end{cases}$$

令 $e(t) = \mathbf{Y}(t) - \mathbf{X}(t)$, 误差系统可表示为

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \sum_{i=1}^2 \mathbf{A}_i e(t), \quad t = t_k \\ \Delta e(t) = \mathbf{K}e(t), \quad t \neq t_k, \quad k = 1, 2, 3. \end{cases}$$

令脉冲控制的间隔是一个常数, 也就是说, $t_k - t_{k-1} = \tau = \text{常数}$.

(2) 从生物意义上解释上述系统, 其中 x_1 为成年被捕食密度, x_2 为幼小者密度, x_3 为捕食者密度。参数 α_1, α_2 表示被捕食者的自然增长率和捕食者的死亡率, α_3 表示幼小者的成长率, λ_1, λ_2 表示捕食者的捕食能力和被捕食者的供给能力。 n 表示与成年者成正比的出生率。

由于该系统比较客观的考虑到捕食者在以捕食成年为主, 而幼小者可能借助自身体积小的特点, 隐蔽性比较好, 所以可以保存下来, 反应了捕食者的捕食客观上存在选择性。

假设 $x_1 \in [-d, d]$, $d > 0$, 令 x_1 为前提变量。

取 $\alpha_1 = 0.2, \alpha_2 = 1, \alpha_3 = 0.3, \lambda_1 = 5, \lambda_2 = 4, d = 3, n = 1$, 取初值 $x_1(0) = 0.01; x_2(0) = 0.02; x_3(0) = 0.04$ 。选择性捕食系统如图1。

于是, 此系统变为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -0.2x_1(t) + 0.3x_2(t) - 5x_1(t)x_3(t), \\ \dot{x}_2(t) = x_1(t) - 0.5x_2(t), \\ \dot{x}_3(t) = -x_3(t) + 4x_1(t)x_3(t). \end{cases}$$

取 $\alpha_1 = 0.2, \alpha_2 = 1, \alpha_3 = 0.3, \lambda_1 = 5, \lambda_2 = 4, d = 3, n = 1$,

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} -0.2 & 2 & -15 \\ 1 & -2.2 & 0 \\ 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_1^T + \mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} -0.4 & 3 & -15 \\ 3 & -4.4 & 0 \\ -5 & 0 & 22 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} -0.2 & 2 & 15 \\ 1 & -2.2 & 0 \\ 0 & 0 & -13 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_2^T + \mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} -0.4 & 3 & -15 \\ 3 & -4.4 & 0 \\ -15 & 0 & -26 \end{pmatrix},$$

则 $\mathbf{A}_1^T + \mathbf{A}_1$ 特征值为 $-9.3784, -2.9952, 29.5736$; $\mathbf{A}_2^T + \mathbf{A}_2$ 特征值为 $-32.9746, -4.9884, 7.1630$ 。

利用定理1, 得 $\lambda_1 = 29.5736$, 令 $\mathbf{K} = \text{diag}(-0.99, -0.99, -0.99)$, $\alpha = 1.02$, 于是使得 $0 < \tau \leq 0.1551$ 。在此采取的控制方法是通过投入食饵的方法来防止捕食者群体因饥饿而死亡, 也就是说该投放行为是脉冲的, 投放时间间隔小于该临界值, 捕食者可以因得到充足营养而持续共存。

在数值模拟中, 选择脉冲区间 $\tau = 0.1$, 在 $t > 20$ 加脉冲控制, 得到的同步误差图见图2。

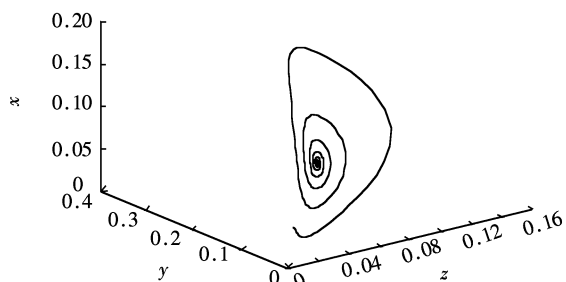


图1 三种群选择性捕食-食饵系统

Fig.1 A three-species selected prey-predator system

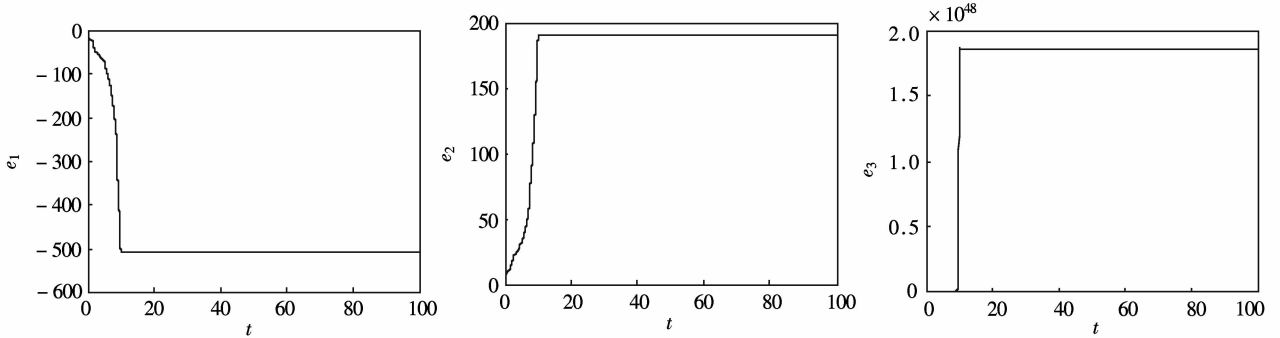


图2 选择性捕食系统的脉冲同步
Fig.2 Impulsive synchronization of the selected prey-predator system

同步误差图 2 表明当满足定理中的条件,基于 T-S 模糊模型的选择性系统实施脉冲同步后,取适当的脉冲区间,成年食饵、幼小食饵、捕食者三种群达到一种相对稳定的状态。使种群之间达到一个新的适宜,从而,生物系统中各物种达到一种持续共存、和谐发展的稳定状态。结果表明此脉冲同步方法对此系统是有效的。

3.2 一类具有 Holling 功能反应的捕食 - 被捕食系统

考虑系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 g(x_1) - x_2 \phi(x_1), \\ \dot{x}_2 = x_2(-d + e\phi(x_1)). \end{cases}$$

设被捕食者种群密度为连续变量 x_1 ,捕食者种群密度为连续变量 x_2 。考虑被捕食种群相对增长率为非线性情形: $g(x_1) = a - bx_1^m, (a > 0, b > 0)$ 和捕食率也为非线性情形:

$$\varphi(x_1) = cx_1^\theta (c > 0, 0 < \theta < 1), \text{ 当 } m = \theta = \frac{1}{2}, a = c = b = 1, d = 5, e = 3, 0 < m < 1 \text{ 的情况研究此系统}^{[4]}。$$

把该系统作变换 $\bar{x}_1 = x_1^{\frac{1}{2}}, \bar{x}_2 = x_2$,且仍用 x_1 记 \bar{x}_1, x_2 记 \bar{x}_2 ,转化为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 0.5(x_1 - x_1^2 - x_2), \\ \dot{x}_2 = 0.2x_2(-1 + 0.6x_1). \end{cases}$$

步骤 1 T-S 模糊状态方程模型驱动系统如下:

$$R^1: \text{ IF } x_1 \text{ is } M_1, \text{ Then } \dot{X}(t) = A_1 X(t);$$

$$R^2: \text{ IF } x_1 \text{ is } M_2, \text{ Then } \dot{X}(t) = A_2 X(t)。$$

$$X(t) = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} -4.5 & -0.5 \\ 0 & 0.4 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 5.5 & -0.5 \\ 0 & -0.8 \end{bmatrix}, M_1 = \frac{1}{2}(1 + \frac{x_1(t)}{d}), M_2 = \frac{1}{2}(1 - \frac{x_1(t)}{d})。$$

步骤 2 设脉冲控制下的响应系统变量 $Y = (y_1 \ y_2)^T$,响应系统表示如下:

$$R^1: \text{ If } x_1 \text{ is } M_1, \text{ Then } \begin{cases} \dot{Y}(t) = A_1 Y(t), \\ \Delta Y(t) = K(Y(t) - X(t)); \end{cases}$$

$$R^2: \text{ If } x_1 \text{ is } M_2, \text{ Then } \begin{cases} \dot{Y}(t) = A_2 Y(t), \\ \Delta Y(t) = K(Y(t) - X(t)). \end{cases}$$

最终输出为

$$\begin{cases} \dot{Y}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i A_i Y(t), \quad t \neq t_k \\ \Delta Y(t) = K(Y(t) - X(t)), \quad t = t_k, \quad k = 1, 2, \dots \end{cases}$$

设 $e(t) = Y(t) - X(t)$,误差系统可表示为

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \sum_{i=1}^2 A_i e(t), \quad t = t_k, \\ \Delta e(t) = Ke(t), \quad t \neq t_k, \quad k = 1, 2。 \end{cases}$$

令脉冲控制的间隔是一个常数,也就是说, $t_k - t_{k-1} = \tau = \text{常数}$ 。

$$A_1^T + A_1 = \begin{bmatrix} -0.9 & 0.5 \\ 0.5 & 0.8 \end{bmatrix}, \quad A_2^T + A_2 = \begin{bmatrix} 11 & -0.5 \\ -0.5 & -1.6 \end{bmatrix},$$

则 $A_1^T + A_1$ 特征值为 $-9.0254, 0.8254$, $A_2^T + A_2$ 特征值为 $-1.6198, 11.0198$ 。

利用定理 1, 知 $\lambda_A = 11.0198$, 令 $K = \text{diag}(-0.99, -0.99)$, $\lambda_K = 0.1000$, $\alpha = 1.02$, 于是使得 $0 < \tau \leq 0.4161$, 脉冲的变化量在这个范围内变化, 也就是说, 当捕食者种群没有足够的食物或食饵, 为了保护捕食者, 采用脉冲投放食物的行为, 当投放时间间隔小于该临界值, 则捕食者因得到充足营养而持续共存。在数值模拟中, 选择脉冲区间 $\tau = 0.4$, 在 $t > 10$ 作脉冲控制, 得到的同步误差图如图 3 所示, 同步误差趋于平衡, 实现捕食者和被捕食者间的可持续共存。

图 3 说明当满足定理中的条件, 基于 T-S 模型的具有 Holling 功能反应的捕食 - 被捕食系统实施脉冲同步投食的方法, 被捕者和捕食者两物种同样达到一种持续共存、和谐发展的稳定状态。结果同样表明此脉冲同步方法对此系统是有效的。

4 结论

本文利用的 T-S 模糊同步脉冲控制器结构简单, 利用更少的规则, 更加有效地控制所研究的生态系统的稳定性。最终使生物种群达到了一个新的适宜各物种持续共存、发展的稳定状态, 最终使得整个生态系统可以保持良性循环。

参考文献:

- [1] TAKAGI A, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernet, 1985, 15(1):116-132.
- [2] HONG D K, NOM Y. Stable fuzzy control system design with pole-placement constraint: an LMI approach[J]. Computers in Industry, 2003, 51(1):1-11.
- [3] LI I G, WEN C Y, SOH Y C. Analysis and design of impulsive control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 6(6):894-897.
- [4] 许斌, 陈狄岚, 孙继涛. 一类具有功能反应的生物捕食系统的脉冲控制[J]. 生物数学学报, 2004, 19(1): 77-81.
- [5] WANG Y W, GUAN Z H, XIAO J G. Impulsive control for synchronization of a class of continuous systems[J]. Chaos, 2004, 14(1): 199-203.
- [6] GUAN Z H, LIAO R Q, ZHOU F, et al. On impulsive control and its application to Chen's chaotic system[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2002, 12(5):1191-1197.
- [7] WANG Y W, GUAN Z H, WANG H O. Impulsive synchronization for Takagi-Sugeno fuzzy model and its application to continuous chaotic system[J]. Physics Letters A, 2005, 339:325-332.
- [8] 焦建军, 陈兰荪. 捕食者具脉冲扰动与食饵具有化学控制的阶段结构时滞捕食 - 食饵模型[J]. 应用数学和力学, 2007, 28(12):1502-1512.
- [9] MENG X Z, JIAO J J, CHEN L S. The dynamics of an age structured predator-prey model with disturbing pulse and time delays[J]. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2008, 9(2):547-561.
- [10] MENG X Z, CHEN L S, LI Q X. The dynamics of an impulsive delay predator-prey model with variable coefficients [J]. Applied Mathematics and Computation, 2008, 198(1):361-374.
- [11] 李医民, 胡寿松, 郝峰. 复杂生态系统的模糊数学模型[J]. 模糊系统与数学, 2004, 18(6): 89-99.
- [12] 孙曦浩, 李医民, 贡崇颖. 基于 Type-2 型模糊集的动态生态位模型[J]. 模糊系统与数学, 2007, 21(1):137-144.

(编辑: 李晓红)

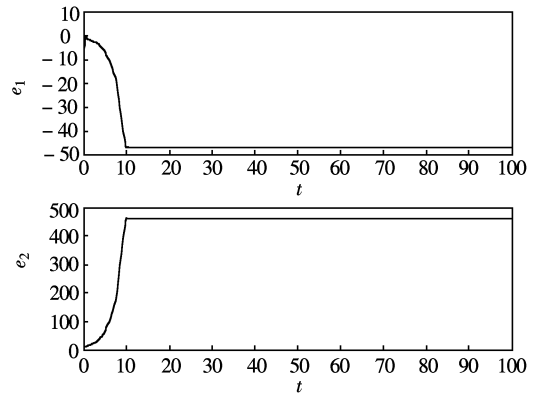


图3 具有功能反应的捕食 - 被捕食模型同步误差
Fig.3 The impulsive synchronization of prey-predator system with functional response