# 改进差分进化策略在多峰值函数优化中的应用

夏慧明[1]，周永权[2]
XIA Hui-ming[1]，ZHOU Yong-quan[2]

1.南京师范大学 泰州学院 数学系，江苏 泰州 225300
2.广西民族大学 数学与计算机科学学院，南宁 530006
1.Department of Mathematics，Taizhou College，Nanjing Normal University，Taizhou，Jiangsu 225300，China
2.College of Mathematics and Computer Science，Guangxi University for Nationalities，Nanning 530006，China
E-mail：huimingxia1981@126.com

**XIA Hui-ming，ZHOU Yong-quan.Improved differential evolution strategy optimization algorithm for multiple hump functions.Computer Engineering and Applications，2009，45（32）：41-44.**

**Abstract**：Against to the finite about differential evolution algorithm and evolution strategy，this paper brings the simulated evolutionary operator into the differential evolution algorithm，it can help enhance global search in prophase and partial search at later period when evolving.Based on the normal evolution strategy adding the differential mutation operator in it，a new Bi-mutation differential evolution strategy algorithm is proposed.From the following examples，it can be seen that the result of the multiple hump function is very accurate and the convergence speed is fast.
**Key words**：anneal operator；differential evolution algorithm；evolution strategy；Bi-mutation

**摘　要**：针对差分演化算法与进化策略算法中所存在的不足，将模拟退火算子引入到差分演化算法的变异操作中，这样有助于在进化前期进行全局搜索，后期进行局部搜索；在标准进化策略的基础上，加入差分变异操作，提出了一种新的差分进化策略双重变异算法。通过测试算例可看出，该方法在多峰值函数优化问题中，具有求解精度较高，收敛速度较快等特点。
**关键词**：退火因子；差分演化算法；进化策略；双重变异
**DOI**：10.3778/j.issn.1002-8331.2009.32.013　　**文章编号**：1002-8331（2009）32-0041-04　　**文献标识码**：A　　**中图分类号**：TP183

## 1　引言

多峰值函数的优化问题在实践中大量存在，是函数优化问题的一个重要方面。如神经元的结构及权重优化，模糊系统结构和参数优化，最优控制律设计，复杂系统及结构辨识等，归根到底都是一些多峰值函数的优化问题。因此，研究有效快速的函数优化算法，具有重要的理论意义和应用价值。

在对多峰目标函数进行全局寻优时，多数优化算法容易陷入局部最优；一些算法若初始值选择不当，则也很容易陷入局部最优，从而影响优化效果。多峰优化即是寻找优化目标函数定义域空间的前 $N$ 个或所有的局部最优值。对多峰函数，常用的寻优方法，如梯度法、模拟退火法（SA）、禁忌搜索（TS）等，往往会陷入局部最优，难以找到全局最优值。比较成功的多峰函数优化算法有遗传算法（GA）[1-2]、人工免疫算法（AIA）[3-6]、蚁群算法（ACA）[7-10]和微粒群算法（PSO）[11-14]等。

进化策略（Evolution Strategies，ES）[15-18]是世纪年代由德国柏林技术大学的I.Rechenbery和H.P.Schweful为研究风洞中的流体力子问题而提出的，它利用生物变异的思想来随机改变参数值，并获得了较好的结果。它是专门为求解参数优化问题而设计的，而且在进化策略算法中引进了自适应机制，隐含并行性和群体全局搜索性是它的两个显著特征，而且具有较强的鲁棒性。

差分演化算法（Differential Evolution Algorithm，DEA）[19]是由Rainer Storn和Kenneth Price[20-21]于1996年共同提出的，它是一种采用浮点矢量编码在连续空间中进行随机搜索的优化算法[22-23]。其基本思想在于运用当前种群个体的差来重组得到中间种群，然后运用直接的父子混合个体适应值竞争得到新一代群体。由于其原理简单，受控参数少，易于理解和实现，实施随机、并行、直接的全局搜索，现今已成为进化算法的一个重要分支。

为了提高算法的全局搜索能力和收敛速度，文中基于ES算法，结合DEA算法两种变异方式的特点，引入模拟退火策略，将两种变异方式进行自适应的线性组合，提出了一种基于进化策略的改进差分退火因子双重变异寻优新算法（Improved Bi-mutation Differential Evolution Strategy Algorithm，IBDESA）。

**基金项目**：国家自然科学基金（the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60461001）；广西自然科学基金（the Natural Science Foundation of Guangxi of China under Grant No.0542048）；广西研究生教育创新计划资助项目（No.2007106080701M18）。
**作者简介**：夏慧明（1981-），男，硕士，主要研究方向为进化算法，泛函网络；周永权（1962-），男，博士，教授，主要研究方向为神经网络，计算智能及应用。
**收稿日期**：2008-12-12　　**修回日期**：2009-02-20

仿真结果表明,该算法计算简洁,寻优效果良好,可有效地应用于多峰函数的优化问题中。

## 2 标准进化策略

(1)确定问题的表达方式。这种表达式中个体由目标变量 $X$ 和标准差 $\sigma$ 两部分组成,每部分又可以有 $n$ 个分量,即:

$$(X,\sigma)=((x_1,x_2,\cdots,x_i,\cdots,x_n),(\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_i,\cdots,\sigma_n)) \quad (1)$$

$X$ 和 $\sigma$ 之间的关系是:

$$\begin{cases}\sigma_i'=\sigma_i\cdot\exp(r'\cdot N(0,1)+r\cdot N_i(0,1))\\ x_i'=x_i+\sigma_i'\cdot N_i(0,1)\end{cases} \quad (2)$$

式中 $(x_i,\sigma_i)$ 为父代个体的第 $i$ 个分量;$(x_i',\sigma_i')$ 为子代新个体的第 $i$ 个分量;$N(0,1)$ 为服从标准正态分布的随机数;$N_i(0,1)$ 为针对第 $i$ 个分量重新产生一次符合标准正态分布的随机数;$r'$ 为全局系数,等于 $(\sqrt{2\sqrt{n}})^{-1}$,常取 1;$r$ 为局部系数,等于 $(\sqrt{2n})^{-1}$,常取 1。上式表明,新个体是在旧个体的基础上随机变化而来。

(2)随机生成初始群体,并计算其适应度。进化策略中初始群体由 $\mu$ 个个体组成,每个个体 $(X,\sigma)$ 内又可以包含 $n$ 个 $x_i$、$\sigma_i$ 分量。产生初始个体的方法是随机生成。为了便于和传统的方法比较,可以从某个初始点 $(X(0),\sigma(0))$ 出发,通过多次突变产生 $\mu$ 个初始个体,该初始点可从可行域中用随机方法选取。初始个体的标准差 $\sigma(0)=3.0$。

(3)计算初始个体的适应度,如若满足条件,则终止;否则,往下进行。

(4)根据进化策略,用下述操作产生新群体:

(4.1)重组:以两个父代个体为基础进行信息交换,产生新个体。一般目标变量采用离散重组,标准差采用中值重组。

离散重组:

从 $\mu$ 个父代个体中用随机的方法任选两个父代个体:

$$\begin{cases}(X^1,\sigma^1)=((x_1^1,x_2^1,\cdots,x_n^1),(\sigma_1^1,\sigma_2^1,\cdots,\sigma_n^1))\\ (X^2,\sigma^2)=((x_1^2,x_2^2,\cdots,x_n^2),(\sigma_1^2,\sigma_2^2,\cdots,\sigma_n^2))\end{cases} \quad (3)$$

然后将其分量进行随机交换,构成子代新个体的各个分量,从而得出如下新个体:

$$(X,\sigma)=((x_1^{q_1},x_2^{q_2},\cdots,x_n^{q_n}),(\sigma_1^{q_1},\sigma_2^{q_2},\cdots,\sigma_n^{q_n})) \quad (4)$$

式中 $q_i=1$ 或 2,它以相同的概率针对 $i=1,2,\cdots,n$ 从两个父代个体中随机选取,而且 $x_i$ 分量的 $q_i$ 不一定要等于 $\sigma_i$ 的分量 $q_i$。

中值重组:

从 $\mu$ 个父代个体中用随机的方法任选两个个体,如式(3),然后将父代个体各分量的平均值作为子代新个体的分量,构成的新个体为:

$$(X,\sigma)=((\frac{x_1^1+x_1^2}{2},\frac{x_2^1+x_2^2}{2},\cdots,\frac{x_n^1+x_n^2}{2}),(\frac{\sigma_1^1+\sigma_1^2}{2},\frac{\sigma_2^1+\sigma_2^2}{2},\cdots,\frac{\sigma_n^1+\sigma_n^2}{2}))$$

(4.2)突变:对重组后的个体添加随机变量,按照式 $\sigma_i'=\sigma_i\cdot\exp(r'\cdot N(0,1)+r\cdot N_i(0,1))$ 与式 $x_i'=x_i+\sigma_i'\cdot N_i(0,1)$ 产生新个体。

(4.3)计算新个体适应度。

(4.4)选择:采用 $(\mu,\lambda)$ 选择策略,挑选出优良的个体组成下一代新群体。

(5)反复执行第(4)步,直至达到终止条件,选择最佳个体作为进化策略的结果。

## 3 改进的差分演化算法

DEA 的基本操作包括变异、交叉和选择三种操作,但与其他进化算法不同。DEA 由 $N$ 个 $D$ 维的参数矢量 $X_i^t$($i=1,2,\cdots,N$)构成种群在搜索空间进行寻优,其中 $t$ 表示第 $t$ 代。首先由父代两个不同随机个体相减得到的差分矢量加到第三个个体上,生成一变异个体,接着按照一定的概率,父代个体与变异个体之间进行交叉操作,生成一试验个体,然后在父代个体与试验个体之间根据适应值的大小进行选择操作,选择适应度更优的个体作为子代。

DEA 最基本的变异成分是父代的差分矢量,每个矢量对包括父代两个不同的个体 $(X_{r1}^t,X_{r2}^t)$。根据变异个体的生成方法不同,形成了多种不同的差分演化算法方案[22],其中 DEA/rand/1 和 DEA/best/1 方案个体变异操作的方程为:

$$X_m=X_{r3}^t+F*(X_{r1}^t-X_{r2}^t) \quad (5)$$

$$X_m=X_{gbest}^t+F*(X_{r1}^t-X_{r2}^t) \quad (6)$$

式(5)和式(6)中 $X_{r1}^t$、$X_{r2}^t$、$X_{r3}^t$ 为互不相同的随机个体,$X_{gbest}^t$ 为种群中适应值最好的个体,$F\in[0,2]$,为缩放因子。由式(5)可知,变异个体 $X_m$ 由 3 个互不相同的随机个体组成,无需任何适应值信息,有利于保持种群的多样性,因而全局搜索能力强,但收敛速度慢。由式(6)可知,变异个体 $X_m$ 由 $X_{gbest}^t$ 作引导,因而局部搜索能力强,精度高,收敛速度快,但会加大算法陷入局部最优点的可能性。结合这两种不同变异方式的特点,在变异方程中同时考虑随机个体 $X_{r3}^t$ 和最优个体 $X_{gbest}^t$ 的作用,提出一种新的变异方案,其变异操作方程为:

$$X_m=\alpha*X_{r3}^t+\beta*X_{gbest}^t+F*(X_{r1}^t-X_{r2}^t) \quad (7)$$

式中 $\alpha+\beta=1$,$\alpha\in[0,1]$。若 $\alpha=1$,则式(7)等价于式(5),变成DEA/rand/1 方案;若 $\alpha=0$,则式(7)等价于式(6),变成 DEA/best/1 方案。对于一个良好的算法来说,要求在初始阶段有较强的全局搜索能力,尽可能发现较多的可能全局最优点,而在后阶段则应该有较强的局部搜索能力,这样可以提高算法的求解精度和收敛速度。因此,引入模拟退火策略,将 $\alpha$ 设置为退火因子,如下式所示:

$$\alpha=\frac{T-t}{T} \quad (8)$$

式中 $T$ 表示最大迭代次数,$t$ 表示当前迭代次数。$\alpha$ 在搜索过程中由 1 逐渐变化为 0,使得 $X_{r3}^t$ 的权重逐渐减小而 $X_{gbest}^t$ 的权重逐渐增大。因此在进化过程中,前期进行全局搜索,后期进行局部搜索,从而保证算法既有较强的全局搜索能力又有较快的收敛速度和搜索精度。

## 4 基于改进差分进化策略的多峰值函数优化算法

(1)确定个体的表达方式:表达式中个体由目标变量 $X$ 和

标准差 $\sigma$ 两部分组成,因为所考虑的函数为 $N$ 维,所以每部分个体有 $N$ 个分量,即 $(X,\sigma)=((x_1,x_2,\cdots,x_N),(\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_N))$。

(2)随机生成初始群体:进化策略中初始群体由 $\mu$ 个个体组成,每一个个体 $(X,\sigma)$ 包含 $N$ 个分量,其中 $(x_1,x_2,\cdots,x_N)$ 为与多维函数相对应的自变量的取值,$X$ 内的每一个分量 $x_i(i=1,2,\cdots,N)$ 为给定定义域 $[A,B]$ 内的数。初始个体是随机生成的,初始个体的标准差 $\sigma(0)=3.0$。

(3)计算适应度:取适应度函数为 $f=1/(1+d)$,其中 $d=\mathrm{abs}(V-g(X))$,$V$ 为精确值,$g(X)$ 为多维函数的近似值,若适应度值越接近 1,则表示与函数值相对应的自变量 $X$ 越优,即函数值越优。其中:$0<f<1$,终止条件选择一个很接近 1 的值 $\varepsilon$,当适应度值大于 $\varepsilon$ 时终止。

(4)如果满足条件,则终止,此时选出最优的自变量取值,从而得出最优的函数值。否则,继续向下进行学习。

(5)根据进化策略,采用下述操作产生新群体:

(5.1)重组:从父代个体中随机取出两个个体,交换目标变量和随机因子,产生新个体。目标变量采用离散重组,随机因子采用黄金分割重组。

(5.2)突变:对重组后的个体添加随机变量,按照如下方式进行变异产生新个体:

$$\sigma_i'=\sigma_i\cdot\exp(\tau_2\cdot N(0,1)+\tau_1\cdot N_i(0,1))$$

$$x_i'=x_i+\sigma_i\cdot N_i(0,1)$$

其中 $\tau_1$ 及 $\tau_2$ 取为 1,$N(0,1)$ 与 $N_i(0,1)$ 是服从标准正态分布的随机数,$N_i(0,1)$ 是针对第 $i$ 个分量重新产生一次符合标准正态分布的随机数,$i=1,2,\cdots,N$;

(5.2.1)将所有个体里的分量 $x_i'(i=1,2,\cdots,N)$ 与定义域 $[A,B]$ 的两个区间端点 $A$、$B$ 进行比较;

(5.2.2)如果 $x_i'>B$,则 $x_i''=2*B-x_i'$;

(5.2.3)如果 $x_i'<A$,则 $x_i''=2*A-x_i'$;

(5.2.4)重复(5.2.2)~(5.2.3),直到 $x_i''\in[A,B]$。

(5.3)计算新个体的适应度。

(5.4)选择:采用 $(\mu,\lambda)$ 选择策略,挑选出 $\lambda$ 个优良的个体作为此代进化得到的最优自变量取值。

(6)利用差分演化算法,采用突变操作产生 $\lambda$ 个新个体:

(6.1)突变:对上面由进化策略算法所得到的 $\lambda$ 个最优自变量按照如下方式再次进行变异产生新个体:

$$X_m=\alpha*X_{r3}^t+\beta*X_{gbest}^t+F*(X_{r1}^t-X_{r2}^t)$$

其中 $\alpha=\dfrac{T-t}{T}$($T$ 为最大迭代次数),$\alpha+\beta=1$,$\alpha\in[0,1]$,$F\in[0,2]$,$m=1,2,\cdots,\lambda$,$r=1,2,\cdots,\lambda$。

(6.1.1)将 $\lambda$ 个个体里的各个分量 $x_i'(i=1,2,\cdots,N)$ 与定义域 $[A,B]$ 的两个区间端点 $A$、$B$ 进行比较;

(6.1.2)如果 $x_i'>B$,则 $x_i''=2*B-x_i'$;

(6.1.3)如果 $x_i'<A$,则 $x_i''=2*A-x_i'$;

(6.1.4)重复(6.1.2)~(6.1.3),直到 $x_i''\in[A,B]$。

(6.2)计算新个体的适应度。

(7)反复执行第(5)、(6)步,直到满足终止条件,选择最佳的个体作为进化的结果,即为最优的自变量取值。

(8)将最优自变量代入函数表达式得出最优的函数值。

## 5 仿真实例及结果分析

为了验证该文改进的差分进化策略双重变异新算法在多峰值函数优化问题中的正确性,适应度函数表达式取为:$f=1/(1+d)$,其中 $d=\mathrm{abs}(V-g(X))$,$V$ 为精确值,$g(X)$ 为多维函数的近似值;以下算例,均采用 $(\mu,\lambda)$ 选择策略。根据上述算法的思想,当 $f$ 的值越接近 1 时,则表示最终所求的最优解与精确解间的误差越小,误差=|精确解-结果|。

### 5.1 测试函数和运行参数

选取典型的 Benchmark 优化问题作为测试算例。

**算例** 1 求解 $n$ 维的 Sinc 函数的最大值,其目标函数为:

$$\max f(X)=\frac{\sin\left(\sum_{i=1}^{n}|x_i-5|\right)}{\sum_{i=1}^{n}|x_i-5|},x_i\in[1,10]$$

该算例中取 $\mu=15$,$\lambda=7*\mu=105$,最大迭代次数 $T=80$,缩放因子 $F=1.5$,终止条件 $\varepsilon=0.999\ 999\ 999\ 9$。

**算例** 2 求解 $n$ 维的 Multimodal 函数的最大值,其目标函数为:

$$\max g(X)=900-\sum_{i=1}^{n}[(x_i-5)^2-10\cos(2\pi(x_i-5))],x_i\in[1,10]$$

该算例中取 $\mu=30$,$\lambda=7*\mu=210$,最大迭代次数 $T=150$,缩放因子 $F=1.5$,终止条件 $\varepsilon=0.999\ 9$。

### 5.2 测试结果与分析

用该文的改进差分进化策略双重变异新算法对 Sinc 与 Multimodal 函数进行寻优,为了便于与文献[24-25]的结果做比较,对 7 维的 Sinc 函数和 10 维 Multimodal 函数进行寻优,试验多次,每次都能够收敛到全局最优点。利用该文算法运行 30 次,并给出与文献[24-25]相同的统计指标来衡量新算法的寻优性能。所涉及的统计指标为:最优解(Best Value,BV)、最差解(Worst Value,WV)、平均解(Average Value,AV)。

算例 1 的统计结果如表 1 所示。

**表 1 7 维 Sinc 函数的优化求解统计指标结果及相互比较**

| 算法 | Sinc | | |
|---|---|---|---|
| | BV | WV | AV |
| IBDESA | 0.999 999 999 999 49 | 0.999 999 999 903 40 | 0.999 999 999 960 81 |
| SFIA | 1.000 | 0.998 | 0.999 |
| IA | 1.000 | 0.128 | 0.563 |
| GA | 0.128 | 0.071 | 0.094 |

Sinc 函数的全局最优值 $f_{best}=1$,文献[24]中对于 Sinc 函数目标函数值达到 0.999 才求解成功;而利用该文算法求最优解时,Sinc 函数的目标函数值 $f^*$ 与其全局最优解 $f^{best}$ 之间的差值达到 $1\times10^{-10}$ 算求解成功。由表 1 中的各算法所求得的结果可知该文算法在求解多峰值问题时性能较好,优于其他三种算法。文献[26]所求最优解为 0.999 999 999 935 031 3,最差解为 0.999 999 988 390 863 6。由此可知,该文算法在求解 Sinc 的最大值时优于文献[26]中所求的解。

算例 2 的统计结果如表 2 所示。

Multimodal 函数的全局最优值 $g_{best}=1\ 000$,文献[24]中对于 Multimodal 函数目标函数值达到 995 算求解成功;而利用该文

表 2 10 维 Multimodal 函数的优化求解统计指标结果及相互比较

| 算法 | Multimodal | | |
| --- | --- | --- | --- |
| | BV | WV | AV |
| IBDESA | 999.999 993 686 805 3 | 999.999 914 146 924 8 | 999.999 946 420 977 6 |
| SFIA | 999.87 | 995.19 | 998.46 |
| IA | 999.92 | 994.85 | 996.67 |
| GA | 999.95 | 985.56 | 995.31 |

算法求最优解时，Multimodal 函数的目标函数值 $g^*$ 与其全局最优解 $g^{best}$ 之间的差值达到 $1\times10^{-4}$ 算求解成功。由表 2 中的各个算法所求得的结果可知该文算法在求解多峰值问题时性能较好。文献[26]所求得的最优解为 999.999 122 800 352 2，最差解为 999.996 496 966 356 7。从计算结果可看出，该文算法在求解 Multimodal 的最大值时优于文献[26]中所求的解。

## 6 结论

将模拟退火算子引入差分演化算法中，提出了一种基于进化策略的改进差分演化双重变异算法。在进化初期该算法具有全局搜索能力，能尽最大可能地发现较多的可能全局最优点，在后期随着退火因子影响力的加强又提高了算法的局部搜索能力，这样可以加快收敛速度，提高所求解的精度。这种改善了的算法，在多峰值函数优化求解中显示出较好的特性。计算实验结果表明：在求解 Sinc 函数与 Multimodal 函数的最大值时，所求解的精度较高，收敛速度较快。因此改进差分进化策略双重变异新算法是一种较为理想的、有效的寻优方法，具有较大的实用价值，可以推广应用到工程优化等问题中去。

## 参考文献：


[1] Vose M D.The simple genetic algorithms：Foundations and theory[M]. Boston：The MIT Press，1999.

[2] 李敏强，寇纪淞，林丹，等.遗传算法的基本理论与应用[M].北京：科学出版社，2002.

[3] Dasgupta D.Artificial immune systems and their applications[M]. Berlin：Springer-Verlag，1999.

[4] 葛红，毛宗源.免疫算法几个参数的研究[J].华南理工大学学报：自然科学版，2002，30(12)：15-18.

[5] 葛红，毛宗源.免疫算法的实现[J].计算机工程，2003，29(5)：62-63.

[6] Tmmis J.Artificial immune systems：A novel data analysis technique inspired by the immune network theory[D].Ceredigion，Walesmeyr，Aberystwyth：Department of Computer Science，University of Walse，2000.

[7] Colorni A，Dorigo M，Maffioli F，et al.Heuristics from nature for hard combinatorial optimization problems[J].Int Trans in Operational Research，1996，3(1)：1-21.

[8] Colorni A，Dorigo M，Maniezzo V.Distributed optimization by ant colonies[C]//Proc of 1st European Conf Artificial Life.Paris，France：Elsevier，1991：134-142.

[9] 张纪会，高齐圣，徐心和.自适应蚁群算法[J].控制理论与应用，2000，17(1)：1-8.

[10] 马良.基于蚂蚁算法的函数优化[J].控制与决策，2002，17(增刊)：719-726.

[11] Kennedy J，Eberhart R.Particle swarm optimization[C]//Proc IEEE，Int Conf on Neural Networks，Perth，1995：1942-1948.

[12] Eberhart R，Kennedy J.A new optimizer using particle swarm theory[C]//Proc of 6th Int Symposium on Micro Machine and Human Science，Nagoya，1995：39-43.

[13] 谢晓锋，张文俊，杨之廉.微粒群算法综述[J].控制与决策，2003，18(2)：129-134.

[14] 彭宇，彭喜元，刘兆庆.微粒群算法参数效能的统计分析[J].电子学报，2004，32(2)：209-213.

[15] 王小平，曹立明.遗传算法—理论、应用与软件实现[M].西安：西安交通大学出版社，2002.

[16] 云庆夏，黄光球，王站权.遗传算法和遗传规划——一种搜索寻优技术[M].北京：冶金工业出版社，1997.

[17] Back T，Schwefel H P.Evolution strategies I：Variants and their computational implementation[M]//Winter G.Genetic Algorithms in Engineering and Computer Science.[S.l.]：Wiley，1995：111-126.

[18] Schwefel H P，Back T.Evolution strategies II：Theoretical aspects[M]//Winter G.Genetic Algorithms in Engineering and Computer Science.[S.l.]：Wiley，1995：127-140.

[19] 徐宗本.计算智能(第一册)——模拟进化计算[M].北京：高等教育出版社，2004.

[20] Storn R，Price K.Differential evolution—a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces，Technical Report TR-95-012[R].ICSI，1995.

[21] Storn R，Price K.Minimizing the real functions for the ICEC'96 contest by differential evolution[C]//IEEE International Conference on Evolutionary Computation，1996：842-844.

[22] Price K.Differential evolution a fast and simple numerical optimizer[C]//1996 Biennial Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society，New York，1996：524-527.

[23] Rainer S，Price K.Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J].J of Global Optimization，1997，11(4)：341-359.

[24] Li Yan-jun，Wu Tie-jun.A novel immune algorithm for complex optimization problems[C]//Proceedings of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation.Hang Zhou：IEEE，2004：2279-2283.

[25] Chun Jang-Sung，Jung Hyun-Kyo，Hahn Song-Yop.A study on comparison of optimization performances between immune algorithm and other heuristic algorithms[J].IEEE Transactions on Magnetic，1998，34(5)：2972-2975.

[26] 靳宗信，刘光远，温万惠，等.一种改进的用于多峰值函数优化的自适应克隆选择算法[J].西南大学学报：自然科学版，2007，29(3)：164-168.