

# 结合小波变换的 SFS 最小化算法研究

许燕, 张小锋, 江泽涛

XU Yan, ZHANG Xiao-feng, JIANG Ze-tao

南昌航空大学 计算机学院, 南昌 330063

School of Computing, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China

E-mail: xuyan018@hotmail.com.cn

**XU Yan, ZHANG Xiao-feng, JIANG Ze-tao. Research on minimization method of shape from shading combined with wavelet transformation. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(32): 178-179.**

**Abstract:** To study the 3D reconstruction method of shape from shading, a new method is proposed combining the wavelet transformation with the traditional minimization algorithm. While an image is wavelet transformed, the frequency and the directional characteristics are different in different sub-frequency bands, so different reconstruction algorithms are chosen in different sub-frequency bands. The natural stripe phase is extracted directly in low frequency bands, and the traditional minimization algorithm is used in the high frequency bands. The ideal conditions supposed in the traditional shape from shading methods are no more necessary in the low frequency region, and the detail part restructuring quality of the minimization algorithm in the high frequency region is maintained in the proposed method. This method is applied to reconstruct several emulation images. The experimental results show that the error of this novel method is less than that of traditional minimization algorithm.

**Key words:** shape from shading; wavelet transformation; frequency characteristic; stripe phase

**摘要:**提出了一种结合小波变换的从明暗恢复三维形状的最小化方法,该算法利用图像小波变换各个子频段的不同频率特性和方向特性,分别采用不同的算法重构。在图像被分解后的低频区域采用小波直接提取自然条纹相位,高频区域使用最小化方法重构。这种方法在低频区域避免了 SFS 最小化方法的假设条件,而高频区域又发挥了它对细节部分重构的优势。实验结果表明该算法比单独使用最小化方法的误差要小。

**关键词:**从明暗恢复形状;小波变换;频率特性;条纹相位

**DOI:**10.3778/j.issn.1002-8331.2009.32.056 **文章编号:**1002-8331(2009)32-0178-02 **文献标识码:**A **中图分类号:**TP391

从明暗恢复形状(Shape from Shading, SFS)是计算机视觉领域中三维形貌恢复(3D Shape Recovery)的经典问题,是进行图像理解和三维目标识别的关键技术之一。它架起了机器自动完成从客观实体到抽象感知的桥梁,使得利用机器来自动理解、识别三维场景成为可能,从而在生产、生活、医学、气象、遥感等领域产生了巨大而深远的影响,具有良好的应用前景。自1975年由 Horn 提出 SFS 的思想以来,先后出现文献[1-2]介绍的最小值算法、演化方法、局部分析法、线性化方法,这些 SFS 算法都受到理想条件加上附加条件使得对于实际含噪图像的恢复结果不够理想。目前,关于理想化成像条件的改进已经做了大量研究工作,该文针对反射模型,利用小波变换的多分辨率特性把物体图像划分为不同的区域,然后对每个区域单独使用不同的算法重构,使恢复的结果更加接近于实际。

## 1 小波变换的多分辨率特性

小波分析是一种信号的时间—尺度分析方法。具有多分辨率的特点,而且在时频两域都具有表征信号局部特征的能力。

在低频部分具有较高的频率分辨率和较低的时间分辨率,在高频部分具有较高的时间分辨率和较低的频率分辨率,被誉为信号分析的数学显微镜。

设输入信号为  $f(x)$ ,  $f(x) \in L^2(R)$ ,  $A_2^j$  为  $f(x)$  在分辨率  $2^j$  下的逼近算子。尺度函数为  $\varphi(x)$ ,  $\varphi(x) \in L^2(R)$ ,  $\left\{ \sqrt{2^{-j}} \varphi_2(x-2^{-j}n) \right\}_{n \in Z}$  为  $v_2$  的规范正交基。此外,

$$\varphi_2^j(x) = 2^j \varphi(2^j x)_{j \in Z}$$

$$A_2^j f = ((f(u) * \varphi(-u))(2^{-j}n))_{n \in Z} \quad (1)$$

$$D_2^j f = ((f(u) * \phi_2(-u))(2^{-j}n))_{n \in Z} \quad (2)$$

其中,  $A_2^j f$  和  $D_2^j f$  分别称为  $f(x)$  在  $2^j$  分辨率下的离散逼近和离散细节信号。信号经离散滤波机器 H 和 G 后,可得:

$$\langle f(u), \varphi_2(u-2^{-j}n) \rangle = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \bar{h}(2n-k) \langle f(u), \varphi_2(u-2^{-j-1}k) \rangle \quad (3)$$

$$\langle f(u), \phi_2(u-2^{-j}n) \rangle = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \bar{g}(2n-k) \langle f(u), \phi_2(u-2^{-j-1}k) \rangle \quad (4)$$

**基金项目:**国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60673055)。

**作者简介:**许燕(1983-),女,硕士研究生,主要研究方向:模式识别与图像处理;张小锋,博士;江泽涛,教授。

**收稿日期:**2008-06-25 **修回日期:**2008-10-16

由式(1)和式(2)分别计算出  $A_{2^j}^d f$  和  $D_{2^j}^d f$ 。该方法称为塔式变换<sup>[2]</sup>。其中  $\bar{h}$  和  $\bar{g}$  分别为  $h$  和  $g$  的镜像滤波器。这样, 原始离散信号  $A_{2^j}^d f$  就可以表示为  $(A_{2^j}^d f, (D_{2^j}^d f)_{-j \leq j \leq 1})$ , 即所谓正交小波描述, 它由在低分辨率的概貌信号  $A_{2^j}^d f$  及在  $2^j$  ( $-J \leq j \leq 1$ ) 分辨率下的细节信号构成。它可被理解为原始信号在一个正交规范小波基上的分解。不难发现,  $A_{2^j}^d f$  和  $D_{2^j}^d f$  均可以由与之相应的滤波器作为卷积获得。此塔式算法如图 1 所示。图 1 中  $\downarrow 2$  表示二抽样,  $\bar{g}$  和  $\bar{h}$  表示与滤波器作卷积。一维小波变换经多次应用。可得  $n$  维小波模型。

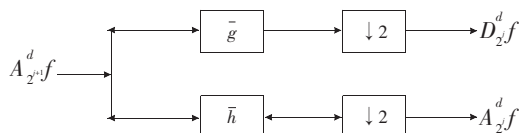


图 1 塔式 Mallat 分解

以上即为小波分析的分解公式, 原信号经  $h$  作用得到平滑概貌(低频部分), 经  $g$  作用得到细节信号(高频部分)。重复上述过程, 对其结果再进行小波变换, 可得到更进一步的平滑概貌和一系列细节信号。

## 2 基于复 Morlet 小波算法直接提取条纹相位

基于复 Morlet 小波相位算法是直接单帧条纹中获得变形条纹的位相梯度信息, 通过对梯度的积分获得相位分布, 不需要进行相位展开, 同传统相位分析方法一样, 因为只需要一帧条纹图像, 所以能够实现相位分布的动态测量<sup>[3]</sup>。

采用正弦光栅投影得到的变形结构光场表示为:

$$I(x, y) = I_0(x, y)[1 + V(x, y)\cos(mx + \phi(x, y))] \quad (5)$$

$I_0$  为背景光强,  $V$  是条纹的可见度或者对比度,  $\phi(x, y)$  是待测物体的高度调制相位,  $m = 2\pi f_0$ ,  $f_0$  是条纹  $x$  方向的载波频率, 空间载频必须遵守下面的条件:

$$m > \left| \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{\max} \quad (6)$$

将式(5)所表示的变形条纹代入连续小波变换的定义式中, 在  $x$  方向有:

$$W(y, a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} I_0(x, y)[1 + V(x, y)\cos(mx + \phi(x, y))][\varphi(\frac{x-b}{a})]^* dx \quad (7)$$

选取在空域和频域都具有很好的局部化性能的 Morlet 复小波函数作为母小波:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi f_b}} e^{i2\pi f_c x} e^{-\frac{x^2}{f_b}} \quad (8)$$

$f_b$  为小波的包络宽度,  $f_c$  为小波的中心频率, 与条纹的基频相等。利用小波的局部特性, 将  $\phi$  在中心  $b$  附近用 Taylor 级数展开:

$$\phi(x, y) = \phi(y, b) + (x-b) \frac{\partial \phi}{\partial y}(x, b) + \dots \quad (9)$$

假定  $I_0$  和  $V$  变化缓慢(通常情况都满足要求), 并且由于小波的局部特性, 可以忽略和相位调制载频相关的  $(y-b)$  高阶项, 在这些考虑下, 式(7)小波变换变成:

$$W(y, a, b) = \frac{I_0(y, b)V(y, b)}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos[mx + \phi(y, b) +$$

$$(x-b) \frac{\partial \phi}{\partial y}(y, b)][\varphi(\frac{x-b}{a})]^* dx \quad (10)$$

最佳伸缩因子  $a$  可以从模  $|W(y, a, b)|$  得到, 通过对上式求导, 令其等于零, 得到

$$a(y, b) = \frac{2\pi f_c + \sqrt{(2\pi f_c)^2 + 2}}{2(m + \frac{\partial \phi}{\partial x}(y, b))} \quad (11)$$

通过数学变换,  $x$  方向的相位梯度可以由下表示:

$$\frac{\partial \phi(y, b)}{\partial x} = \frac{2\pi f_c + \sqrt{(2\pi f_c)^2 + 2}}{2a(y, b)} - m \quad (12)$$

对上式两边积分就可以得到待测物体高度调制所对应的相位分布  $\phi(x, y)$ 。

## 3 结合小波变换的 SFS 最小化方法重构二维图像

(1) 将一幅二维灰度图像经 Mallat 塔式二次分解后得到 1 个低频子带 LL 和 3 个高频子带: 水平方向高频子带 HL、垂直方向高频子带 LH、对角方向高频子带 HH。

(2) 在图像的低频部分采用基于复 Morlet 小波相位算法是直接单帧条纹中获得变形条纹的位相梯度信息, 计算出这部分物体表面三维高度值。

(3) 在图像的 3 个高频部分采用 SFS 最小化方法<sup>[4]</sup>迭代求解, 选取合适的初始条件和边界条件值。得到物体表面某些特殊点的朝向, 进而计算出对应点的高度值。

(4) 将第 2、3 步得到的实验结果结合起来, 恢复出物体表面三维形状。

## 4 实验及结果

在实验过程中, 使用二维图像投影面来恢复其三维形状。二维图像经 Mallat 塔式分解后在其高频部分采用 SFS 最小化方法迭代求解时, 假定入射光的位置  $(p^0, q^0, -1)$  和观察者的位置均为  $(0, 0, -1)$ , 拉格朗日乘子  $\lambda = 0.01$ , 图像低频部分采用基于复 Morlet 小波相位算法, 得到实验结果如下:

实验 1 对仿真半球恢复其高度图(图 1)。

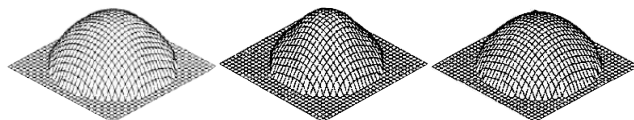


图 1 仿真半球高度恢复图

表 1 半球实验单独使用 SFS 最小化算法和该算法恢复结果比较

算法	平均高度误差/(%)	顶部(1/3 剖切)平均高度误差/(%)
SFS 最小化算法	8.30	27.60
结合小波变换的 SFS 最小化算法	2.68	7.63

实验 2 重构其他仿真图像, 分辨率为  $64 \times 64$  像素图, 初始条件同实验 1(图 2)。

## 5 总结

提出了结合小波变换的 SFS 最小化方法, 二维图像在经小

(下转 182 页)