

# 模糊最大熵多阈值分割的改进算法研究

杨 凯, 蒋华伟

YANG Kai, JIANG Hua-wei

河南工业大学 信息科学与工程学院, 郑州 450001

College of Information Science and Engineering, Henan University of Technology, Zhengzhou 450001, China

E-mail: yk\_201@163.com

**YANG Kai, JIANG Hua-wei. Research of improved algorithm for multilevel thresholding image segmentation based on fuzzy maximum entropy. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(32): 174-177.**

**Abstract:** Based on fuzzy maximum entropy for multilevel thresholding image segmentation, a novel improved algorithm combining genetic algorithm and ICM algorithm is proposed. First of all, the fuzzy maximum entropy function is used as the adaptation of genetic algorithm. Then improvements are appropriately made on parameter, lastly step of the new algorithm is proposed. The new algorithm overcomes some weaknesses of the traditional entropy methods, reduces times of computation and enhances efficiency of computation. Experimental results demonstrate that the new algorithm has some advantages, such as speediness, validity and practicability.

**Key words:** image segmentation; fuzzy maximum entropy; multilevel threshold; Iterated Conditional Modes(ICM); genetic algorithm

**摘 要:** 基于模糊最大熵原则的多阈值分割, 提出了遗传算法和 ICM 相结合的改进算法。该方法首先确定选取模糊熵函数作为适应度函数, 然后对遗传算法中的编码方式、交叉算子、变异算子等参数进行了一些适当改进, 进而给出了该算法的理论推导和算法的具体实现步骤。与通常的基于模糊最大熵原理进行阈值分割方法相比较, 减少了计算量并且提高了运行效率, 克服了常用方法在阈值求取时的一些不足, 能够快速获得稳定的阈值。对比实验得出的结果, 也说明了该方法的快速性、有效性、稳定性。

**关键词:** 图像分割; 模糊最大熵; 多阈值; 条件迭代法; 遗传算法

**DOI:** 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.32.055 **文章编号:** 1002-8331(2009)32-0174-04 **文献标识码:** A **中图分类号:** TP39

## 1 引言

图像分割是一个经典难题, 随着科学技术和影像医学的迅猛发展, 影像医学与图像分割的联系也越来越紧密, 如结构分析、运动分析、三维可视化等后续操作, 以及图像引导手术、肿瘤放射治疗、治疗评估等应用研究都是在假设已对图像做了准确分割, 或者说都是在图像分割的基础上进行的。因此图像分割在医学图像处理中占主要地位<sup>[1]</sup>。

为了解决医学图像的分割问题, 近年来, 很多研究人员做了大量的工作, 提出了很多实用的分割算法, 许多学者把图像处理和其他学科知识相结合, 提出了许多新的图像分割方法, 并将其应用于医学图像的研究, 例如: 与模糊聚类相结合提出了聚类图像分割方法<sup>[2]</sup>、与神经网络知识相结合的图像分割方法<sup>[3]</sup>、利用遗传算法进行图像分割<sup>[4]</sup>、与泛函数学知识相结合而提出的基于变分法的图像分割等。研究人员也逐渐认识到现有的任何一种单独的图像分割算法都难以对一般图像取得令人满意的分割结果, 因而人们在继续致力于将新的概念、新的方法引入图像分割领域的同时, 更加重视多种分割算法的有效结合, 近年来提出的方法大多数是结合了多种算法的。采取什么样的结合方式才能体现各种方法的优点, 取得好的效果成为人

们关注的问题, 这可以说是近年来人工智能领域中综合集成的方法论在图像分割领域的体现<sup>[5]</sup>。

医学图像分割技术的发展还是一个从人工分割、半自动分割到自动分割的渐进过程<sup>[6]</sup>。早期的图像分割完全靠人工完成, 这种方法费时费力, 分割结果完全依赖于分割者解剖知识和经验, 而且分割难以重现。人机交互的半自动分割方法大大减少了人为因素的影响, 而且分割速度快、分割精度高, 但是操作者的知识和经验仍然是图像分割过程的一个重要组成部分。面对三维重建中若干二维切片的处理与每日临床上产生的海量医学图像的处理, 人机交互的半自动方法费时费力、可重复性低, 这就要求有一种可重复性好、高效率、高精度的自动的图像分割方法。

## 2 相关工作研究

近年来, 为控制分割图像造成的信息损失而发展起来的一种基于信息论中熵准则的图像阈值自动选取方法引起了人们的极大关注, 其理论研究及实际应用均获得重大突破<sup>[7]</sup>。基于最大熵原则选择阈值是最重要的方法之一, 研究人员投入了大量的精力, 已取得了许多有价值的研究成果, 基于最大熵原则阈

**基金项目:** 河南省教育厅自然科学基金(the Natural Science Foundation of Henan Education Department of China under Grant No.2008A520005)。

**作者简介:** 杨凯(1984-), 硕士研究生, 主要研究方向: 图像处理, 进化优化; 蒋华伟(1970-), 副教授, 硕士研究生导师, 主要研究方向: 计算机数学建模及数值模拟、模式识别、图像处理等。

**收稿日期:** 2009-03-05 **修回日期:** 2009-05-07

值分割由 T.Pun 首先在文献[8-9]中提出,J.N.Kapur 等人进一步发展了这种方法<sup>[10]</sup>。之后 H.D.Cheng 等人将模糊性引入最大熵原则,提出了模糊 C-分类最大熵原则<sup>[11]</sup>。模糊性的引入使熵的计算所需的计算量增大了,为解决计算量问题,H.D.Cheng 等人提出一种模拟退火算法来处理计算量问题,模拟退火算法同样计算量大而收敛速度很慢。因此,新出现了一种采用模糊最大熵原则求多阈值问题的 ICM(条件迭代)算法<sup>[12]</sup>。进一步研究分析模糊最大熵原则,发现模糊最大熵原则求多阈值问题的 ICM 算法虽能解决计算量问题,但它不能保证一定收敛到全局最优解,仅能收敛到稳定值,而且初始值对 ICM 能收敛到的稳定解有重要影响。为了解决这一问题,研究各种优化算法得知遗传算法可以解决此类问题,因此提出了一种利用遗传算法来解决优化问题的新算法。

采用其中有代表性的 J.N.Kapur 等人提出的最大熵原则来讨论多阈值问题。先考虑单阈值选择,即把图像用一个灰度值分成背景和物体两个区域的情况。用  $p_0, p_1, \dots, p_n$  表示灰度级的概率分布,如果把阈值设置在灰度级  $s$ ,将获得两个概率分布,一个包含 1 到  $s$  间的灰度级,另一个包含  $s+1$  到  $n$  间的灰度级,这两个分布如下:

$$A: \frac{p_0}{P_s}, \frac{p_1}{P_s}, \dots, \frac{p_s}{P_s}$$

$$B: \frac{p_{s+1}}{1-P_s}, \frac{p_{s+2}}{1-P_s}, \dots, \frac{p_n}{1-P_s}$$

其中,  $P_s = \sum_{i=0}^s p_i$ , 每一个分布相关的熵为  $H(A), H(B)$ 。令

$$F(s) = H(A) + H(B) = \log P_s(1-P_s) + \frac{H_s}{P_s} + \frac{H_n - H_s}{1-P_s} \quad (1)$$

阈值  $s$  设置为  $\arg(\text{maximum}(F(s)))$ 。

上述单阈值选择原则能直接推广到多阈值选择情况,此时上式变为:

$$F(s_1, s_2, \dots, s_k) = \log\left(\sum_{i=0}^{s_1} p_i\right) + \log\left(\sum_{i=s_1+1}^{s_2} p_i\right) + \dots + \log\left(\sum_{i=s_{k-1}+1}^n p_i\right) - \frac{\sum_{i=0}^{s_1} p_i \log p_i}{\sum_{i=0}^{s_1} p_i} - \dots - \frac{\sum_{i=s_{k-1}+1}^n p_i \log p_i}{\sum_{i=s_{k-1}+1}^n p_i} \quad (2)$$

其中,  $k$  是类数, 阈值  $(s_1, s_2, \dots, s_k)$  设置为  $\arg(\text{maximum}(F(s_1, s_2, \dots, s_k)))$ 。

模糊 C-分类的熵: 可以将一幅图像看成某个概率空间的模糊集合, 考虑一幅具有  $L$  个灰度级的图像, 其灰度级范围从  $r_0$  到  $r_{L-1}$ 。以  $h_k$  表示灰度直方图中灰度级为  $k$  的概率, 其值为图像中灰度级为  $k$  的像素个数除以图像像素的总个数。于是图像  $I$  可表示为  $I=(R, K, P)$ , 其中  $R=\{r_0, r_1, \dots, r_{L-1}\}$ ,  $P$  表示各灰度级的概率即  $p(r_k)=h_k$ 。以  $A$  表示一个模糊集合, 例如,  $A$  可以表示图像中的背景或一个物体, 用  $u_i$  表示其隶属函数, 模糊集合可

表示为:

$$A = \frac{u_A(r_0)}{r_0} + \frac{u_A(r_1)}{r_1} + \dots + \frac{u_A(r_{L-1})}{r_{L-1}} \quad (3)$$

其中,  $\frac{u_A(r_k)}{r_k}$  表示灰度级为  $r_k$  的像素属于模糊集合  $A$  的程度, “+”不是一般意义上的加法, 而是指并。则模糊集合  $A$  发生的概率计算式是:

$$P(A) = \sum_{k=0}^{L-1} u_A(r_k) \times P(r_k) \quad (4)$$

定义 设  $U=\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  为一有限模糊分类集, 则分类集  $U$  的模糊的熵为:

$$H(U) = - \sum_{i=1}^n P(A_i) \log P(A_i) \quad (5)$$

其中,  $P(A_i) = \sum_{k=0}^{L-1} u_{A_i}(r_k) \times P(r_k)$ 。

某一个集合可能存在若干个模糊分类集, 即有很多不同的分类方法。为了确定最优分类, 需要引入自动的、有效的评价准则, 然后根据这些准则从模糊 C-分类空间中找到一个最优分类<sup>[13]</sup>。

### 3 基于模糊最大熵原则多阈值分割的改进算法

充分研究遗传算法的优缺点, 拟利用现有的遗传算法的鲁棒性、并行性和自适应性等特点对 ICM 算法的缺点进行改进, 设计一种基于遗传优化和 ICM 相结合的模糊最大熵原则新算法, 并进行优化和改进, 增加了新算法的有效性和稳定性。

该文算法的具体步骤如图 1 所示。

#### 3.1 参数编码

遗传算法求解问题不是直接作用在问题的解空间上, 而是利用解的某种编码表示, 选择何种表示将对算法的性能、效率产生很大的影响。假设把一幅图像分割成  $k$  类, 将待求的  $k$  个阈值  $t_1, t_2, \dots, t_k$  按顺序排列并构成一个基因串  $c=(t_1, t_2, \dots, t_k)$ , 每个参数  $t_i(i=1, 2, \dots, k)$  用二进制表示, 将各参数的二进制码连成一串, 得到一个二进制码串。对于一幅有 256 级灰度的图像,  $0 \leq t_i \leq 255$ , 因此 8 位的二进制代码可以表示每个阈值, 此时每个基因串的长度为 8 kb。

#### 3.2 用 ICM 初始化算法进行初始群体设定

初始群体规模影响到遗传算法的最终性能和效率, 若规模太小会过早收敛到局部最优解, 若规模太大, 每一代的计算量大, 收敛速度很慢。一般的初始群体策略是先随机生成一定数目的个体, 然后从中挑出最好的个体加到初始群体中。这种过程不断迭代, 直到初始群体中个体数达到预先设定的规模<sup>[14]</sup>, 该文算法采用 ICM 的初始化算法提出合适的个体来进行初始群体的设定。

初始化算法:

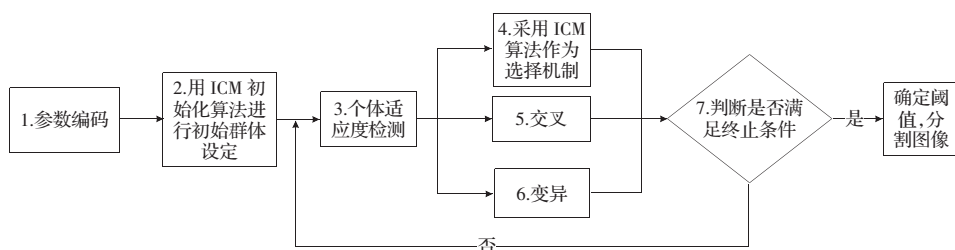


图 1 该文算法的具体步骤

初始化就是给出初始的阈值。由于 ICM 算法在一般情况下仅能收敛到局部极小值,系统的初始状态对于它将收敛到的最终状态至关重要。如果系统的初始化状态离全局极小值的状态比较近,那么使用 ICM 算法很可能收敛到全局极小值。

初始化算法如下:

**步骤 1** 获取图像灰度直方图中的所有局部极大和局部极小值,对灰度直方图进行一次扫描就可获得其中所有的局部极大和局部极小值。

这一步中找出的局部极大和局部极小值的个数一般比需划分的类数多得多,把两个相邻的局部极小之间的灰度值作为一个类。一般情况下,这一步中划分出来的类数比需要的类数多得多,因而需要将某些类合并,下面采用两个迭代过程来达到这一目的。

**步骤 2** 合并具有“N”或倒“N”形状的相邻类,将合并灰度直方图中相距不太远,又很可能粘成一个大块的两个小块。这一过程将迭代进行到不能再合并为止。

**步骤 3** 如果经过步骤 2 合并得到的类数仍比需要的多,就调用这一步的迭代过程将类数减到需要的类数;否则跳过这一步。

在每一次迭代之后,找出概率最小的类(一个类的概率是该类中所有灰度值的概率之和),然后把这个类与相邻的两个类中概率较小的那个合并,如果找出来的类在直方图的两头,则只有一个相邻类,将它与该类合并。

这种算法试图把阈值设在灰度直方图局部极小值处,使得灰度直方图中大块的结构能得到保持,并在此基础上把灰度直方图分成概率尽可能相近的部分。

### 3.3 适应度函数

确定利用遗传算法求图像分割的阈值,关键是适应度函数的确定。它的好坏直接影响到是否能够尽快达到最优解。选取模糊最大熵原则式(5)作为适应度函数。

### 3.4 选择

根据个体的适应度,一般采用最常用的赌轮选择机制,这里采用 ICM 算法,从某一代(设为  $t$ )群体(设为  $P(t)$ )中选出一些优良的个体保存到下一代群体  $P(t+1)$  中。选择的目的是把优化的个体直接或通过配对交叉产生新的个体再遗传到下一代的过程。

ICM 算法:以  $\min_i$  和  $\max_i$  表示第  $i$  类参数,即第  $i$  类包括从  $\min_i$  到  $\max_i$  间的所有灰度级,且满足条件:

$$\min_1=0, \max_n=\max\_gray$$

对任何 1 与  $n$  间的  $i$ ,

$$\max_{i-1}=\min_i$$

其中,  $n=classnum$ ,  $\max\_gray$  为图像的最大灰度值。

ICM 算法如下:

(1)由初始化算法给出  $\min_i$ ,  $inter1_i$ ,  $inter2_i$  和  $\max_i$  的初始值。

(2)对从 1 到  $n-1$  间的每一类  $i$ ,执行如下操作:将  $\max_i$  的值在  $\min_i$  和  $\max_{i+1}$  间变动,取  $\max_i$  的值为:

$$\max_i=\text{minimize}-f(\max_1, \max_2, \dots, \max_i, \dots, \max_{n-1}) \quad (6)$$

其中,  $f(\max_1, \max_2, \dots, \max_i, \dots, \max_{n-1})$  是由式(4)定义的熵。

(3)重复步骤(2),直到不能再做任何改变。

(4)将阈值设置为  $\max_1, \max_2, \dots, \max_i, \dots, \max_{n-1}$ 。

### 3.5 交叉率、交叉算子

交叉率控制交叉算子的应用频率。交叉率越高,群体中个体的更新就越快。但是,若交叉率太高,遗传算法就变成了随机搜索,失去遗传算法的优越性。交叉率越低,群体的进化得不到

保证,很难收敛到最优解。因此选择适当的交叉率。

交叉算子是使种群内个体中的性状进行重新组合,产生新型后代,以实现高效搜索的重要算子。可分为一点交叉算子、两点交叉算子和多点交叉算子。一点交叉操作就是随机地从交配池中选取一对交叉的个体,并随机选择一个交叉位置,将其中一个个体串从交叉位置到右端的子串与另一个进行交叉的个体串对应位置的子串交换。两点交叉算子等价于连续使用两次一点交叉算子<sup>[15]</sup>。

### 3.6 变异率、变异算子

变异能够增加群体的多样性,避免早熟现象。但是变异率不能选择太大,否则会破坏已有的优秀个体。因此选取适当的变异率。

变异算子一般是作为辅助算子使用的。它作用在个体的二进制串上,以较小的概率  $P_m$  随机地改变个体串上的每一位(即将位上的 0 变为 1,1 变为 0)。变异概率  $P_m$  一般取为 0.000 1~0.01。设个体  $S=(S_1, S_2, \dots, S_L)^T$  经变异算子作用后变为  $S'=(S'_1, S'_2, \dots, S'_L)^T$ , 当  $u_i > P_m$  时  $S'_i=S_i$ ; 当  $u_i < P_m$  时  $S'_i=1-S_i$ ; 这里  $u_i$  是 0 与 1 之间的由均匀分布产生的随机数。

### 3.7 停止准则

采用两个停止准则:一是判断当代群体的最高适应度值经过一些代进化后,没有明显的变化;另一个标准是当算法执行到最大代数时结束计算,并输出前几代的最佳值。根据具体的分类来确定适当的繁衍代数和最大迭代次数。

## 4 实验结果及分析

在实验中采用了遗传算法、ICM 算法和该文算法进行三阈值分割并进行比较。图 2 是一幅标准灰度头部 CT 图像(512×512),灰度级为 256。表 1 是遗传算法、ICM 算法和该文算法求得的阈值结果和计算所需时间。可以看出遗传算法用了 4 s 得到结果 13、60、93, ICM 算法用了 3 s 得到结果 10、62、96, 该文算法用了 5 s 得到结果 11、61、94。图 3 给出了原始图的灰度直方图。图 4(a)给出了使用遗传算法得到的阈值分割结果,把原图分成背景、表皮、软组织和骨骼四部分,图 4(b)给出了使用 ICM 算法得到的阈值分割结果,图 4(c)给出了使用该文算法得到的阈值分割结果。



图 2 标准灰度头部 CT 图像

表 1 遗传算法、ICM 算法和该文算法的比较

算法	阈值	计算时间/s
遗传算法	13, 60, 93	4
ICM 算法	10, 62, 96	3
该文算法	11, 61, 94	5

比较实验结果后,从表 1 可以看出遗传算法、ICM 算法和该文算法三种算法的差异不太大,三种算法的运行时间都比无穷搜索算法的时间快很多,大大缩短了寻找阈值的时间,而且得到的阈值分割结果也比较接近最优结果。因为该文算法是

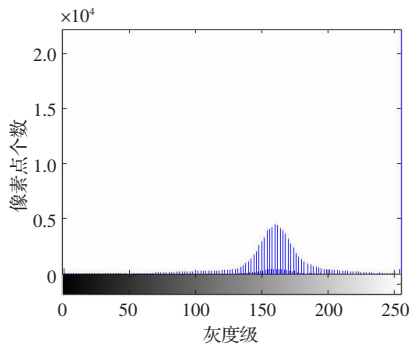


图3 CT图像的灰度直方图

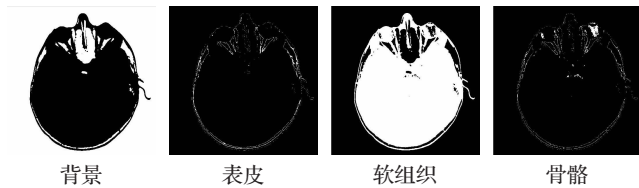


图4(a) 遗传算法得到的阈值分割图像

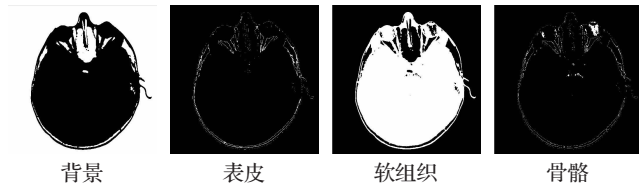


图4(b) ICM算法得到的阈值分割图像

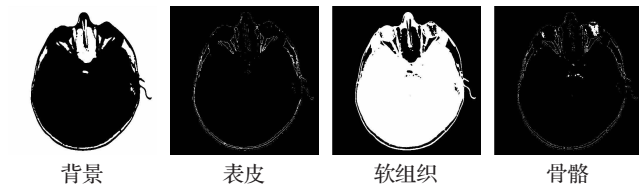


图4(c) 该文算法得到的阈值分割图像

ICM算法和遗传算法的结合,所以所耗时间比标准遗传算法、ICM算法稍多一点,但是阈值结果却比ICM算法和遗传算法更接近最优结果,而且收敛稳定性也比ICM算法和遗传算法要好。从以上数据分析可知,该文提出的算法协调了运行时间和收敛稳定性之间的矛盾,从某方面来说优于标准遗传算法、ICM算法,体现了该文算法的优越性。

## 5 结论

由实验仿真可知,该文提出的算法协调了运行时间和收敛稳定性之间的矛盾,从某方面来说优于遗传算法、ICM算法。将它用于基于模糊最大熵的图像多阈值分割,解决了其搜索空间太大而导致计算量大的问题。该文的创新点是具有高效鲁棒性、并行性和自适应性的遗传算法和ICM算法相结合,采用ICM的初始化算法提出合适的个体来进行初始群体的设定以及采用ICM算法作为选择机制,对搜索具有一定的指导作用,从而保证种群能够快速收敛到全局最优解。

## 参考文献:

- [1] 田捷,包尚联,周明全.医学影像处理与分析[M].北京:电子工业出版社,2003.
- [2] 钟一民,林其忠,余建国,等.三维超声心脏图像的模糊聚类分割[J].上海生物医学工程,2007(2).
- [3] 田炜,周明全,耿国华.基于自组织特征映射神经网络医学图像分割方法[J].计算机应用与软件,2008(1).
- [4] 唐琳,蔡德荣,黄猛.一种基于遗传算法的图像分割算法[J].计算机与数字工程,2008(7).
- [5] 林瑶,田捷.医学图像分割方法综述[J].模式识别与人工智能,2002,17(3).
- [6] 朱峰,宋余庆.医学图像自动分割若干关键技术研究[D].镇江:江苏大学,2006.
- [7] 曹力,史忠科.基于最大熵原理的多阈值自动选取新方法[J].中国图象图形学报,2002,7(5).
- [8] Pun T.A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram[J].Signal Processing,1980,2:233-237.
- [9] Pun T.Entropic thresholding: A new approach[J].Computer Vision Graphics and Image Processing,1981,16:210-239.
- [10] Kapur J N,Wong A K C.A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram[J].Computer Vision,Graphics and Image Processing,1985,29:273-285.
- [11] Cheng H D,Chen J R,Li J G.Threshold selection based on fuzzy c-partition entropy approach[J].Pattern Recognition,1998,31(7):857-870.
- [12] 罗希平,田捷.ICM算法在基于模糊最大熵多阈值算法的选择应用[J].模式识别与人工智能,2001,14(1).
- [13] 孙即祥.图像分析[M].北京:科学出版社,2005.
- [14] 刘兵全,何继善.基于遗传算法的肝CT序列图像分割应用研究[D].长沙:中南大学,2004.
- [15] 汤焕文,秦学志.实用最优化方法[M].大连:大连理工大学出版社,2000.

(上接 173 页)

- [2] Georgios S,Gerald F.Crest lines for surface segmentation and flattening[J].IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics,2004,10(5):536-544.
- [3] Milroy M J,Bradley C,Vickers G W.Segmentation of a wrap-around model using an active contour[J].Computer-Aided Design,1997,29(4):299-320.
- [4] Ohtake Y,Belyaev L A,Seidel H P.Ridge-valley lines on meshes via implicit surface fitting[J].ACM Transactions on Graphics,2004,23(3):609-612.
- [5] Yoshizawa S,Belyaev A,Seidel H P.Fast and robust detection of crest lines on meshes[C]//Proc of ACM Symposium on Solid and Physical Modeling,2005:227-232.

- [6] 李泽宇,李德华,胡汉平.基于八叉树的三维数据点的法矢的估计[J].计算机与数字工程,2000(4).
- [7] 吴湘,赵万生,魏莉.三维几何表示法[J].航天制造技术,2002(4).
- [8] Elsayed E.Hemayed:Using Surface Extended Polar Map(SEPMAP) for surface matching and scale factor estimation[C]//SPPRA 2006, February 15-17,2006:127-132.
- [9] 贺美芳,周末水,神会存.散乱点云数据的曲率估算及应用[J].南京航空航天大学学报,2005,37(4).
- [10] 刘春明.散乱数据曲面重构中数据点的自动分类研究[D].青岛大学,2003.
- [11] 章志勇,潘志庚,李黎.累进三维模型相似匹配算法[J].计算机辅助设计与图形学学报,2005(8).