

# 多目标差分演化算法研究综述<sup>\*</sup>

敖友云<sup>1+</sup>,迟洪钦<sup>2</sup>

1. 安庆师范学院 计算机与信息学院,安徽 安庆 246001
2. 上海师范大学 数理信息学院,上海 200234

## A Survey of Multi-objective Differential Evolution Algorithms<sup>\*</sup>

AO Youyun<sup>1+</sup>, CHI Hongqin<sup>2</sup>

1. School of Computer and Information, Anqing Teachers College, Anqing, Anhui 246001, China
  2. College of Mathematics and Science, Shanghai Normal University, Shanghai 200234, China
- + Corresponding author: E-mail: youyun.ao@gmail.com

**AO Youyun, CHI Hongqin.** A survey of multi-objective differential evolution algorithms. *Journal of Frontiers of Computer Science and Technology*, 2009, 3(3):234–246.

**Abstract:** Multi-objective differential evolution algorithm is a simple and effective evolutionary algorithm for multi-objective optimization, which has been attracted much increasing interest from academia recently and applied to various fields successfully. Firstly, the basic idea of differential evolution is introduced, and some representative multi-objective differential evolution algorithms are analyzed. Then some effective measures are presented, which can improve the performance of multi-objective differential evolution algorithms. Thereafter, a variety of performance indices for multi-objective differential evolution algorithms are discussed and some typical applications of multi-objective differential evolution algorithms are also mentioned. Finally, some promising paths for future research in this area are pointed out.

**Key words:** multi-objective optimization; differential evolution; evolutionary algorithm; Pareto front

**摘要:** 多目标差分演化算法是一种简单有效的演化算法,已引起学术界的广泛关注,并在许多领域得到应用。首先描述了差分演化算法的基本思想;接着分析了有代表性的多目标差分演化算法,并给出了改进多目标差分演化算法的一些措施;然后讨论了多目标差分演化算法的性能度量指标,并介绍了多目标差分演化算法的一些应用领域;最后,指出了多目标差分演化算法今后的研究方向。

**关键词:**多目标优化;差分演化;演化算法;Pareto 前沿  
**文献标识码:**A    **中图分类号:**TP301.6

## 1 引言

演化算法是一类模拟自然选择和自然适应的计算技术和方法,常用于求解高维的、动态的、复杂的、多目标的优化问题。它已超越生物演化本身的含义,成为包括演化、神经、生态、社会及经济等领域在内的计算智能关键技术之一<sup>[1]</sup>。演化算法用于求解多目标优化问题,由于不易受多目标优化问题的 Pareto 前沿(Pareto front)<sup>[2]</sup>形状及搜索空间本质特征等方面的影响,具有良好的通用性,且有运行算法一次就能够找到多目标优化问题的多个 Pareto 最优解<sup>[2]</sup>的潜力,已经成为热点研究课题。Schaffer 在 1985 年首次将演化算法用于求解多目标优化问题,提出了向量评价遗传算法 VEGA<sup>[3]</sup>。之后研究人员提出了许多有代表性的多目标演化算法,例如小生境 Pareto 遗传算法 NPGA<sup>[4]</sup>、强度 Pareto 演化算法 SPEA<sup>[5]</sup>及其改进的算法 SPEA2<sup>[6]</sup>、Pareto 档案演化策略 PAES<sup>[7]</sup>、非劣排序遗传算法 NSGA<sup>[8]</sup>及其改进的算法 NSGA-II<sup>[9]</sup>、多目标粒子群优化算法 MOPSO<sup>[10]</sup>。这些多目标演化算法中多数采用精英保留策略以提高搜索效率,同时使用 Pareto 分级排序(Pareto ranking)<sup>[2]</sup>和拥挤密度估算策略以维持群体的多样性,防止算法早熟收敛和 Pareto 前沿在演化过程中退化<sup>[11]</sup>。

差分演化算法(differential evolution, DE)<sup>[12]</sup>是 Storn 和 Price 于 1995 年提出的一种结构简单、容易操作的演化算法,常用于求解复杂优化问题,已在人工神经网络、机器人、信号处理、机械设计、化工等许多领域得到应用<sup>[13]</sup>。目前,国内外研究人员也已经将差分演化算法用于求解多目标优化问题,提出了许多有代表性的多目标差分演化算法<sup>[2]</sup>。例如,张利彪等人<sup>[14]</sup>在多目标差分演化算法中引入一种估算拥挤密度的极大、极小距离密度方法,有效地保证了群体的多样性;孟红云等人<sup>[15]</sup>通过借鉴粒子群算法的思想提出了一种采用双群体机制求解约束多目标优化问题的差分演化算法,其中一个群体用于记录进化过程中

的可行解,另一个群体用于记录部分性能较优的不可行解,避免构造罚函数和删除某些性能较优的不可行解; Santana-Quintero 和 Coello Coello<sup>[16]</sup>指出 Pareto 分级排序和拥挤距离是多目标差分演化算法的两个通用有效机制,并提出了一种多目标差分演化算法 ε-MyDE。该算法采用一个辅助群体保留迄今为止发现的非劣解(non-dominated solution)<sup>[2]</sup>,并通过引入 ε-最优概念以便获得较好的解的分布性。本文针对多目标差分演化算法在国内外的研究现状及发展趋势进行评述,探讨了多目标差分演化算法中研究的一些热点问题。

## 2 差分演化算法

差分演化算法是一种类似于遗传算法的演化算法,也有 3 个主要的算子:变异、杂交和选择。与遗传算法不同的是,差分演化算法是先变异后杂交。假设差分演化算法中, $G=t$  代群体中的一个个体  $x_{G=t}^i$  是由  $D$  维决策变量组成的向量  $x_{j,G=t}^i, \forall j \in \{1, 2, \dots, D\}$ , 群体  $P_{G=t} = \{x_{G=t}^1, x_{G=t}^2, \dots, x_{G=t}^{NP}\}$  是由  $NP$  个个体构成的集合,其中群体规模  $NP > 4$ 。则标准差分演化算法可以描述如下<sup>[17]</sup>:

### (1) 初始化群体

初始代群体  $P_{G=0} = \{x_{G=0}^1, x_{G=0}^2, \dots, x_{G=0}^{NP}\}$  的随机产生过程如下:

$$\forall i \leq NP, \forall j \leq D: x_{j,G=0}^i = l_j + r_j \times (u_j - l_j)$$

其中变量  $x_{j,G=0}^i$  在区间  $[l_j, u_j]$  内初始化,  $r_j$  是区间  $[0, 1]$  上的随机数。

### (2) 变异操作

$$v_{G=t}^i = x_{G=t}^{r_3} + F \times (x_{G=t}^{r_1} - x_{G=t}^{r_2})$$

其中  $r_1, r_2, r_3 \in [1, NP]$  是 3 个随机选择的整数,且  $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$ 。比例因子  $F \in [0, 2]$  是一个固定的实数,

用于控制差向量( $x_{G=t}^{r_1} - x_{G=t}^{r_2}$ )的影响。

### (3) 杂交操作

$$u_{j, G=t}^i = \begin{cases} v_{j, G=t}^i, & \text{if } (\text{random}[0, 1] \leq CR | j = j_{rand}) \\ x_{j, G=t}^i, & \text{otherwise} \end{cases}$$

其中  $j_{rand}$  是  $[1, n]$  间的随机整数, 保证  $u_{G=t}^i$  至少要从  $v_{G=t}^i$  中获得一个元素, 否则就不会有新个体生成, 群体也就不会更新。

### (4) 选择操作

$$x_{G=t+1}^i = \begin{cases} u_{G=t}^i, & f(u_{G=t}^i) > f(x_{G=t}^i) \\ x_{G=t}^i, & \text{otherwise} \end{cases}$$

其中  $f(\cdot)$  是适应度评价函数。在选择操作中, 如果新个体的适应度值好于原个体, 则在下一代群体中替代原个体; 否则, 原个体仍然保留到下一代群体中。

因此, 差分演化算法的框架可以描述如下:

**步骤 1** 参数赋初值, 并随机初始化群体  $P_{G=0}$ , 令演化代数  $t=0$ ;

**步骤 2** 评价初始代群体  $P_{G=0}$ ;

**步骤 3** 如果满足终止条件, 则停止算法运行, 并输出最优解; 否则转步骤 4;

**步骤 4** 群体  $P_{G=t}$  进行变异、杂交及选择操作, 生成下一代群体  $P_{G=t+1}$ ;

**步骤 5** 评价群体  $P_{G=t+1}$ ;

**步骤 6** 演化代数  $t=t+1$ , 转步骤 3。

## 3 多目标差分演化算法

### 3.1 多目标差分演化算法的分类

目前, 国际上关于多目标差分演化算法的文献较多, 根据其主要特征, 将一些有代表性的多目标差分演化算法归为下面两类。

(1) 非基于 Pareto 的方法 (non-Pareto-based approaches)

Babu 和 Jehan<sup>[18]</sup>于 2003 年提出了一种多目标差分演化算法 (differential evolution for multi-objective optimization)。该算法通过线性加权法将两目标问题变换成一个单目标问题, 然后使用变异策略 DE/rand/

1/bin 进行差分演化产生新个体。通过将该算法求解两个两目标问题的实验结果与一个简单遗传算法进行比较, 表明在遗传算法评价次数较少的情况下, 该算法能求得问题真实的最优解。Li 和 Zhang<sup>[19]</sup>于 2006 年提出了一种基于分解的多目标差分演化算法 (multi-objective differential evolution algorithm based on decomposition, MODE/D)。该算法使用加权切比雪夫法 (weighted Tchebycheff approach) 将一个多目标优化问题分解成几个矢量优化子问题。然后使用变异策略 DE/rand/1/bin 进行差分演化产生新个体。对几个典型的测试问题进行实验, 结果表明该算法性能良好。

Parsopoulos 等人<sup>[20]</sup>于 2004 年提出一种向量评价多目标差分演化算法 (vector evaluated differential evolution, VEDE)。VEDE 是一种采用并行多群体搜索的差分演化算法。VEDE 受向量评价遗传算法 (vector evaluated genetic algorithm, VEGA) 的启发: 考虑一个环形拓扑结构中  $M$  个子群体, 每个子群体对应于多目标优化问题的一个目标函数。在每次循环过程中, 各个子群体根据各自的目标选取若干较好的个体作为下一代子群体, 然后在各个子群体之间通过最优个体的迁移进行信息交换。该方法有助于保留单个目标上最优个体, 同时为在多个目标上优于平均适应度值的个体提供了被选择的机会。VEDE 对 4 个两目标无约束优化问题进行了实验验证, 并与 VEGA 进行了比较, 实验表明 VEDE 的算法性能全面优于 VEGA。

### (2) 基于 Pareto 的方法 (Pareto-based approaches)

目前, 多目标差分演化算法中多数是基于 Pareto 的方法, 分为 Pareto 占优 (Pareto dominance) 和 Pareto 分级排序 (Pareto ranking)<sup>[2]</sup>: 前者在差分演化选择机制中用于选择一个最优解的标准; 后者用于群体分级排序过程。这种基于 Pareto 的多目标差分演化算法在求解二维或三维目标优化问题时一般效果都比较好, 但随着目标维数的增加性能会急剧地下降<sup>[21]</sup>。

Abbass 等人<sup>[17]</sup>于 2001 年提出一种 Pareto 差分演化算法 (Pareto differential evolution, PDE) 用于求解多目标优化问题。PDE 描述如下: 随机产生服从高斯分布的初始化群体, 然后删除群体中所有劣解, 保留

下来的非劣解用于复制。如果非劣解的数目超过某个阈值,使用一个距离度量函数删除那些彼此非常接近的父体。随机选择 3 个父体产生一个后代,如果该后代优于第一个被选中的父体,则该后代被放入群体;否则,一个新的选择过程重新开始。这个过程继续直到生成整个群体。鉴于差分演化算法参数选取的敏感性,Abbass 于 2002 年在 PDE 基础上引入了自适应杂交概率和自适应变异概率,提出了一种自适应 Pareto 差分演化算法 (self-adaptive Pareto differential evolution, SPDE)<sup>[22]</sup>。实验仿真结果表明:自适应算子的引入可以使 SPDE 求得的非劣解更好地逼近真实的 Pareto 最优解,同时提高了非劣解在 Pareto 前沿上的分布均匀性和宽广性。

Madavan<sup>[23]</sup>于 2002 年提出了一种基于 Pareto 的差分演化算法 (Pareto-based differential evolution approach, PDEA)。该算法通过引入算法 NSGA-II 中非劣排序和分级选择策略关键技术,将差分演化算法扩充于求解多目标优化问题。PDEA 使用差分演化算子产生后代群体,并将后代群体与已有的父代群体进行合并,然后从合并后的群体中选择最好的若干个体组成下一代群体。其中用到了精英保留策略和多样性保留策略,在维持群体多样性的同时加快了算法向 Pareto 前沿收敛的速度。PDEA 对 10 个无约束的多目标优化问题进行了实验测试,但没有将实验结果同其他方法进行比较,并且发现有些问题难以收敛到真正的 Pareto 前沿。

Xue 等人<sup>[24]</sup>于 2003 年提出的一种多目标差分演化算法 (multi-objective differential evolution, MODE)。MODE 是标准差分演化算法的一个变种,采用一种新的差分变异策略,使用最好的个体去产生后代个体。通过引入基于 Pareto 的方法实现最好个体的选择。如果一个解是劣解,非劣个体集合能够辨别,并且最好个体是来自这个非劣解集中的任何个体。为了产生和维持分布性好的解,MODE 采用了基于  $(\mu+\lambda)$  的选择策略、Pareto 分级方法和拥挤距离度量策略。MODE 对 5 个高维的无约束多目标优化问题进行了测试,并

将实验结果与 SPEA 进行了比较。

Kukkonen 和 Lampinen<sup>[25]</sup>于 2004 年提出一种广义差分演化算法 (generalized differential evolution, GDE)。GDE 通过引入新的选择算子,将标准的差分演化算法用于求解约束多目标优化问题。新的选择算子的基本思想是:实验个体在约束违反空间或目标空间要优于原来群体中的父体。如果两个个体都是可行的并且彼此不分优劣,则位于稀疏区域中的个体被选择作为下一代群体中的后代。GDE 对 5 个两目标无约束优化问题进行了实验,并将实验结果与 NSGA-II 和 SPEA 进行了比较。实验结果表明:GDE 的性能与 NSGA-II 的性能相当,但 GDE 节省计算时间;GDE 的性能优于 SPEA。在 2004 年和 2005 年他们提出了 GDE 的两个改进版本 GDE2<sup>[26]</sup> 和 GDE3<sup>[27]</sup>。

Iorio 和 Li<sup>[28]</sup>于 2004 年提出了一种非劣排序多目标差分演化算法 (nondominated sorting differential evolution, NSDE)。NSDE 是 NSGA-II 的改进算法,不同之处在于产生新个体的方法:NSGA-II 采用基于实数编码的杂交和变异算子产生新个体,NSDE 将这些算子由相应的差分演化算子所取代,使用策略 DE/current-to-rand/1 产生新个体。NSDE 用于求解每个平面具有一定旋转程度的旋转问题。实验结果表明 NSDE 的性能要好于 NSGA-II 产生的性能。他们在 2006 年还对 NSDE 进行了扩充,提出了指导收敛性的 NSDE-DC、指导分布性的 NSDE-DS、指导收敛性和分布性的 NSDE-DCS 等 3 个算法<sup>[29]</sup>。

Robič 和 Filipič<sup>[30]</sup>于 2005 年提出一种多目标差分演化算法 (differential evolution for multi-objective optimization, DEMO)。DEMO 将差分演化的优点与基于 Pareto 的分级策略和拥挤距离排序的机制组合在一起。DEMO 仅使用一个群体,该群体当新产生的候选解立即参与随后候选解的创建时得到扩充。这样能够使得快速收敛到真实的 Pareto 前沿,同时对扩充后的群体使用非劣排序和拥挤距离策略有助于解的均匀分布。DEMO 对 5 个高维无约束优化问题进行了实验,并将实验结果与 NSGA-II、PAES、PDEA、SPEA 和

MODE 等算法进行了比较,得出了一些有价值的结论。

### 3.2 多目标差分演化算法的一些改进措施

多目标差分演化算法的目标有两个<sup>[9]</sup>:快速找到一个逼近问题真实 Pareto 前沿的解集,即解的收敛性要好;该解集内的解尽可能分布均匀且覆盖问题真实的 Pareto 前沿,即解集内解的多样性要好。选择操作要求较小的计算复杂性,通过较少的比较次数就可以达到解的更新。下面给出了多目标差分演化算法的一些改进策略。

#### (1) 初始化群体的方法

在多目标差分演化算法中,一般采用随机初始化方法产生初始代群体。但为了提高算法的收敛速度和收敛到全局最优解的鲁棒性,可以通过改进初始化群体的方法,改善初始群体的多样性,使初始化个体更能均匀地分布在群体的搜索空间中,产生更具潜力的解。Hernández-Díaz 等人<sup>[31]</sup>使用最速下降法(steepest descent method)产生一些非劣解初始化多目标演化算法的初始代群体,加快了演化算法沿着 Pareto 前沿搜索的速度。实验结果表明,在维持解的性能的情况下,减少了计算时间。吴亮红等人<sup>[32]</sup>提出了一种基于平均熵的初始化群体策略,用于改善初始代群体的多样性。曾三友等人<sup>[33]</sup>采用正交设计法产生初始化群体,增加初始代群体的均匀分布性。

#### (2) 差分演化算子

一般地,遗传算法的操作过程是先杂交后变异,杂交是遗传算法的主要算子,而差分演化算法的操作过程是先变异后杂交,变异是差分演化算法的主要算子。目前,针对差分演化算法中杂交和选择的研究相对较少,主要集中在变异的改进和参数的选取方面。Yang 等人<sup>[34]</sup>提出一种自适应差分演化算法,该算法根据自适应概率(初值设为 0.5)自适应选择变异策略 DE/rand/1/bin 或 DE/current to best/2/bin 进行差分演化产生新个体,比例因子不设为一个固定的实数,而是一个高斯随机数,杂交概率也是自适应的。实验结果表明,该方法有效地提高了算法控制参数的鲁棒性,解决了控制参数选取的难题。

#### (3) 混合算法

一般地,将多目标差分演化算法与其他算法混合使用,能充分发挥各种算法的性能,取得比较好的效果。Zhang 等人<sup>[35]</sup>提出了一种基于多目标遗传算法 NSGA-II 和多目标差分演化算法的混合算法 DE-MOEA。DE-MOEA 的下一代群体个个体通过下述方法生成:个个体由多目标差分演化算法生成,剩余的个体通过 NSGA-II 的杂交和变异遗传算子生成。实验表明 DE-MOEA 性能优于 NSGA-II,尤其在解集的分布性方面表现突出。

另外,在多目标差分演化算法中通过引入模拟退火、粒子群优化、单纯形搜索、禁忌搜索、混沌搜索等局部启发式搜索技术也有助于提高算法的搜索性能。Hernández-Díaz 等人<sup>[36]</sup>提出一种基于粗集理论(rough sets theory)的多目标差分演化算法(differential evolution for multiobjective optimization with rough sets, DEMORS)。为了提高非劣解集的多样性分布,该算法在后期搜索阶段通过引入粗集理论进行局部搜索。

### 3.3 多目标差分演化算法的性能度量策略

目前,多目标差分演化算法还没有成熟的理论基础。为了检验一个新提出的多目标差分演化算法的可行性和有效性,往往不是通过逻辑形式来证明,而是通过实验的手段,将算法的求解结果以图形直观的方式或借助几个性能指标与原文献的求解结果进行比较,以此来验证所提出的算法。而有些性能指标尚未从理论上论证其定义的合理性和计算可行性。

关于度量多目标差分演化算法的性能指标(performance indices, PIs)有许多种,分别用于度量算法的解的收敛性、解集内解的多样性。Okabe 等人<sup>[37]</sup>对各类性能指标进行了归类:基于基数的性能指标(cardinality-based PIs)、准确性性能指标(accuracy PIs)、分布性和宽广性性能指标(distribution and spread PIs)。其中,基于基数的性能指标只能度量解的相对好坏,不能正确地反映解的收敛性和多样性。准确性性能指标用来度量解的收敛性,分为基于距离的准确性性能指标(distance-based accuracy PIs)和

基于体积的准确性性能指标(volume-based accuracy PIs):前者需要知道测试多目标优化问题的 Pareto 前沿;后者对测试多目标优化问题的 Pareto 前沿的形状非常敏感。分布性和宽广性指标(distribution and spread PIs)用来度量解集内解的多样性分布。

一般地,一个单一的性能指标不能全面地度量一个算法的性能,在为算法选取性能指标时要尽量兼顾多目标差分演化算法的两个目标,即选择包含度量解的收敛性和多样性的多个性能指标。鉴于有些性能指标对测试多目标优化问题比较敏感,在选取测试问题时应综合考虑多目标优化问题的决策空间和目标空间的特征、Pareto 前沿的形状。另外,有些性能指标只是适合度量两目标优化问题,对度量高维目标优化问题显得比较困难。

Deb 等人<sup>[9]</sup>根据多目标优化的两个目标提出了评价一个多目标演化算法的两个性能度量准则:假设  $Z$  是目标空间内通过某个算法获得的一个的非劣解集,  $Z'$  是一个均匀分布在真实 Pareto 前沿上的集合。这两个准则定义如下:

(1) 收敛性准则  $\gamma(Z, Z')$

$$\gamma(Z, Z') = \frac{1}{|Z|} \sum_{z \in Z} \min\{\|z - z'\|, z' \in Z'\}$$

用来度量逼近 Pareto 前沿的程度。 $\gamma(Z, Z')$  的值越小,  $Z$  越逼近  $Z'$ 。并且希望一旦  $Z \subseteq Z'$ , 则  $\gamma(Z, Z')=0$ 。

(2) 多样性准则  $\Delta(Z, Z')$

$$\Delta(Z, Z') = \frac{d_f + d_l + \sum_{i=1}^{|Z|-1} |d_i - \bar{d}|}{d_f + d_l + (|Z|-1)\bar{d}}$$

用来度量求得的解集内的解在目标空间中分布的多样性程度。这里  $d_i$  是非劣解集内两个连续解向量间的欧氏距离,  $\bar{d}$  是所有距离  $d_i$  ( $i=1, 2, \dots, |Z|-1$ ) 的算术平均, 参数  $d_f$  和  $d_l$  分别为 Pareto 前沿  $Z$  中极端目标向量和非劣前沿  $Z$  边界向量的欧氏距离。 $\Delta$  值越小, 非劣解的多样性就越好。如果求得的解完全均匀地分布并且包含极端目标向量, 则  $\Delta(Z, Z')=0$ 。

Zhou 等人<sup>[38]</sup>认为上述  $\Delta$  通过计算两个连续点间

的距离,评估两目标优化问题比较有效,对于两个目标以上的多目标优化问题,难以评估其获得的 Pareto 前沿。通过计算从一个点到其最近邻的距离,对  $\Delta$  修正如下:

$$\Delta(S, S^*) = \frac{\sum_{i=1}^m d(e_i, S) + \sum_{X \in S^*} |d(X, S) - \bar{d}|}{\sum_{i=1}^m d(e_i, S) + |S^*| \bar{d}}$$

这里  $\{e_1, \dots, e_m\}$  是  $S^*$  中  $m$  个极端解, 并且  $d(X, S)=$

$$\min_{Y \in S, Y \neq X} \|F(X) - F(Y)\|^2, \bar{d} = \frac{1}{|S^*|} \sum_{X \in S^*} d(X, S)$$

得的解分布性好, 并且包括极端解, 则  $\Delta(S, S^*)=0$ 。

图 1 表示一个通过某算法获得的较好的 Pareto 前沿:获得的 Pareto 前沿内的解落在或逼近问题真实的 Pareto 前沿, 获得的 Pareto 前沿内的解均匀地分布, 在宽广性方面获得的 Pareto 前沿能较好地覆盖问题真实 Pareto 前沿, 并延伸到问题真实 Pareto 前沿的极端。

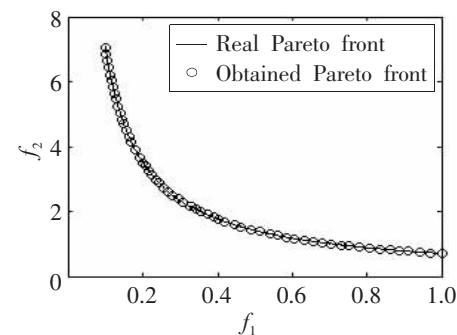


Fig.1 Real Pareto front and obtained Pareto front of a bi-objective problem

图 1 两目标优化问题真实 Pareto 前沿和通过算法获得的 Pareto 前沿

另外,值得一提的是各项性能指标的评价应建立在目标空间中采样,而不是决策空间。

### 3.4 多目标差分演化算法的应用领域

目前,多目标差分演化算法已在多个领域得到应用,下面列出了几个有代表性的应用领域。

(1) 人工神经网络

Abbass<sup>[39]</sup>于 2001 年在 PDE 的基础上,通过引入反向传播(back-propagation, BP)局部搜索技术,提出一种基于 Pareto 的多目标差分演化算法,有效地克服了传统的人工神经网络演化算法计算耗时、训练速度慢等缺点。

### (2) 地铁调度问题

Chang 和 Kwan<sup>[40]</sup>于 2004 年分别将遗传算法(genetic algorithm, GA)、粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)和差分演化(differential evolution, DE)这 3 种基于群体搜索的演化算法作为多目标演化算法的核心算法,用于解决一个现实世界中复杂的 MRT(mass rapid transit)系统地铁调度多目标问题。模拟结果表明,多目标差分演化算法在解决这个调度问题时性能占优。

### (3) 设计—供应—制造计划问题

Xue<sup>[41]</sup>于 2004 年提出了一种新的多目标差分演化算法(MODE),该算法同时使用连续(C-MODE)和离散(D-MODE)域。通过引入一个称为 Pareto 前沿近似错误(Pareto front approximation error, PFAE)的性能度量集合来评价通过优化方法获得的非劣解,并通过建立 D-MODE 的马尔科夫模型(Markov model of D-MODE)和 C-MODE 的随机模型(stochastic model of C-MODE)从理论上分析并证明了 MODE 算法的收敛性。然后将 C-MODE 和 D-MODE 应用于解决通用设计—供应—制造计划问题(general design-supplier-manufacturing planning problem)和无线网络路由问题。

### (4) 车间调度

Qian 等人<sup>[42]</sup>于 2006 年提出了一种多目标混合差分演化算法(multi-objective hybrid differential evolution, MOHDE),用于求解多目标置换流水线生产调度问题(multi-objective permutation flow shop scheduling problem, MPFSSP)。多目标置换流水线生产调度问题是一个典型的 NP 难(NP-hard)组合优化问题。为了平衡算法的开发(exploitation)与探索(exploration)能力,这个多目标差分演化算法同时采用差分演化搜

索算子和一些特殊的局部搜索算子。首先,为了使得差分演化适合求解问题 MPFSSP,他们开发了一个基于随机键表示的最大序值规则,用于将差分演化算法中个体连续值转换成工件的排列。然后,为了丰富搜索行为和避免早熟收敛,设计了一种多个不同的相邻个体参与的基于可变领域搜索(variable neighborhood search, VNS)的局部搜索技术,并将该搜索技术引入 MOHDE 中。模拟结果和其他著名的随机加权遗传算法(random-weight genetic algorithm, RWGA)表明了 MOHDE 的有效性和鲁棒性。Qian 等人<sup>[43]</sup>于 2008 年提出另一个用于多目标生产调度的多目标差分演化算法 MODEMA。为了平衡算法的开发(exploitation)与探索(exploration)能力,他们同时设计了基于差分演化的全局搜索和一个适应性局部搜索技术,并将其应用于提出的 MODEMA 算法中。在该算法中,首先提出一个最小序值(smallest-order-value, SOV)规则用于将个体连续值转换成工件的排列,然后在基于差分演化的探索后的局部搜索中使用了几个相邻个体,并采用一种适应 Meta-Lamarckian 策略动态地确定每一代中选择哪个相邻个体加强开发能力。而且 MODEMA 采用一个辅助解集保留和更新获得的非劣解。模拟结果与其他算法 IMMOGLS 相比,表明了该算法的有效性和鲁棒性。

### (5) 数据挖掘

Alatas 等人<sup>[44]</sup>于 2008 年提出一种基于 Pareto 的多目标差分演化算法,用作一种挖掘精确和易于理解的数字关联规则(association rules, ARs)的搜索策略,广义上,这些关联规则是最优的,因为当所有的目标同时考虑时,再没有其他的规则优于它们。该多目标差分演化算法指导关联规则向全局 Pareto 最优解集的方向搜索,同时维持群体的多样性以便尽可能获得高质量的关联规则。将关联规则挖掘问题表达为一个四目标的优化问题,支持、信任值和规则的可理解性都是最大化目标,而与项目集规则相匹配的区间宽度是最小化目标。该算法被设计为在一次运行中同时搜索数字属性的区间和发现与这些区间相匹配的关联

规则。与传统的方法相比,关联规则直接被挖掘,而没有产生频繁项目集。该算法完成了一个数据库分离的功能,不依赖于最小支持和最小信任阈值,这些对每个数据库来说都是难以确定的。该算法的效率通过综合、真实的数据库得到了验证。

#### (6)水库系统优化

Janga Reddy 和 Nagesh Kumar<sup>[45]</sup>于 2007 年提出一种高效多目标差分演化算法 (multiobjective differential evolution, MODE), 并将其应用于水库系统优化问题。他们首先在几个典型测试问题上测试 MODE, 并通过几个标准性能度量将实验结果与 NSGA-II 进行比较, 验证 MODE 的性能。然后, 将 MODE 应用于多目标水库操作问题。结果发现, MODE 能找到均匀分布且收敛到真实 Pareto 前沿的许多 Pareto 最优解。获得的结果表明, MODE 是一种解决水库资源系统多目标优化问题的有效方法。

#### (7)软件测试

Wang 等人<sup>[46]</sup>于 2008 年提出使用 NSGA-II 和 MODE 两个多目标演化算法解决软件系统测试阶段测试资源分配问题 (testing-resource allocation problem, TRAP)。他们,首先考虑软件系统的可靠性和测试代价的两目标资源分配问题,然后将总的消耗测试资源也考虑为第三个目标的三目标资源分配问题。并将 NSGA-II 和 MODE 应用于求解这两目标测试资源分配问题和三目测试资源分配问题。这是第一次对 TRAP 进行形式化描述,并通过多目标演化算法来求解。通过两个并行系列 (parallel-series) 模块软件模型的软件资源分配问题的求解,实验结果表明,多目标演化算法优于著名的单目标算法,而多目标差分演化算法 MODE 的性能要优于 NSGA-II。

#### (8)化工领域

Babu 等人<sup>[47]</sup>于 2007 年在多目标差分演化算法 MODE(MODE-1)的基础上提出两个改进的多目标差分演化算法 MODE-2 和 MODE-3。并且成功地将它们应用于求解典型的测试问题 ZDT3 和工业苯乙烯反应堆(industrial styrene reactor)多目标优化问题,

并将两个改进多目标差分演化算法 MODE-2 和 MODE-3 与 MODE-1 进行了性能比较。结果发现, MODE-1 计算时间最少, 而 MODE-2 在耗时的情况下,能够找到更宽范围内的非劣解。

#### (9)其他应用领域

Kokkonen 和 Lampinen<sup>[48]</sup>于 2004 将 GDE 应用于工业生产中的机械部件设计问题。Groot 等人<sup>[49]</sup>于 2006 年将多目标差分演化算法用于求解园林设计与农业土地规划问题。Kukkonen 等人<sup>[50]</sup>于 2007 年将 GDE3 应用于生物信息学中分子序列比对问题。Varadarajan 和 Sworup<sup>[51]</sup>于 2008 年将多目标差分演化算法用于解决多目标最优电流问题。

### 4 今后的发展方向

多目标差分演化算法是一种有着发展前途的多目标优化技术。初步取得的研究成果表明多目标差分演化算法是一种鲁棒的计算机搜索算法, 给人们提供了一种求解问题的新思路。多目标差分演化算法的研究已成为一个热门课题, 国际上近些年关于这一主题涌现出许多学术论文, 举办了多次国际级的学术研讨会。

然而, 人们对多目标差分演化算法的研究和应用还处于开始阶段, 多目标差分演化算法今后的发展方向主要集中在以下几个方面:

#### (1)适应度赋值和多样性维护<sup>[52]</sup>

在多目标差分演化算法中需要解决两个关键性问题:为了保证算法向最优解集的方向搜索, 如何对个体适应度赋值和选择;为了避免陷入局部最优和获得分布均匀且范围最广的非劣解集, 如何维持群体或解集内解的多样性。

多目标差分演化算法一般不通过一个具体的适应度函数来确定个体的适应度值,而是根据个体在整个群体中的非劣级别(通过 Pareto 分级排序获得)和个体在整个群体中的空间分布密度信息,以确定个体的优劣。在比较两个个体优劣时,首先比较个体的非劣级别,非劣级别好的个体为优;如果两个个体的非劣级别相同,则根据密度信息确定个体的优劣,处于

分布密度稀疏区的个体为优。多目标差分演化算法基本上不采用基于适应度值的选择策略,而是利用基于局部竞争的选择策略(例如,锦标赛选择策略、基于 $(\mu+\lambda)$ 的选择策略或基于 $(\mu,\lambda)$ 的选择策略)选取部分较优的个体。

为了更好地均衡群体的多样性和收敛性,多目标差分演化算法中多数通过构造外部辅助群体或采用算法 NSGA-II 的 $(N+N)$ 选择框架来保留算法迄今为止获得的非劣解,当非劣解的数目超过外部辅助群体的最大容量时,根据个体的空间分布密度信息,采取适当的方法措施,删除部分较拥挤密度的个体,以维持群体中解的多样性。

多目标演化算法基本上采用基于距离的方法估算个体的拥挤密度,设计估算个体拥挤密度的技术及设计根据个体的拥挤密度如何从群体中淘汰哪些个体的方法,依然是多目标差分演化算法的研究焦点之一。

## (2) 高难度多目标优化问题

通常研究的多目标优化问题都是确定环境下的静态多目标优化问题,而许多现实世界中的多目标优化问题充满着不确定性<sup>[53]</sup>:适应度函数是不确定的或噪音的;设计变量或环境参数可以扰动或确定性改变的;适应度函数会随时间变更的。对于这类复杂多目标优化问题,需要重新考虑许多问题。例如,适应度函数会随时间变更的多目标优化问题,通常又称为动态多目标优化问题,这种问题的目标空间中的 Pareto 前沿与决策空间中的 Pareto 最优解集会随时间不断变化。这就要求重新构建测试问题,开发多目标差分演化算法及提出新的性能评价指标<sup>[54]</sup>。

离散的、高维的、多约束的多目标优化问题也对多目标差分演化算法提出了更高的要求。离散的多目标优化问题要求多目标差分演化算法改变编码方式,编码的好坏将直接影响多目标差分演化算法的求解性能。高维的和多约束的多目标优化问题始终对多目标差分演化算法提出了严峻的挑战。对于这类问题,多目标差分演化算法设计的好坏直接影响到算法的

求解速度和性能。文献[21, 55-57]在解决高维问题方面做了一定的研究工作。另外,高难度的多目标优化测试问题的构造本身也是一个难题。

## (3) 多目标差分演化算法的开发

多目标差分演化算法中参数群体规模  $NP$ 、比例因子  $F$ 、杂交概率  $CR$  的取值对算法的性能影响非常大,设置不当容易使算法收敛速度减慢或使算法陷入局部最优。在设计算法时往往需要对参数取值进行多次调试,有效的方法是使用参数的自适应策略,以增加算法的鲁棒性。而研究参数的自适应策略本身也是一个有前途的研究课题。

多目标差分演化算法的 3 个差分演化算子中变异算子对算法的性能贡献最大,而变异又有多个变种,究竟哪个变种更适合多目标差分演化算法求解多目标优化问题,目前还不是十分清晰。研究各种变异变种对多目标差分演化算法的平均性能、合理地利用各种变异变种以及开发新的变异变种都是有意义的工作。杂交只有两个变种:二项式杂交(binomial crossover)和指数杂交(exponential crossover)<sup>[58]</sup>。选择算子采用“贪心”选择生成后代个体,能够加快算法的收敛速度,但也增加了算法陷入局部最优的概率,产生早熟现象,使群体多样性丢失。增加群体规模能在一定程度上缓解早熟现象的发生,但随着群体规模的增大会急剧降低算法的运行速度。因此,开发新的杂交算子和引入新的选择策略也是有前途的工作。

另外,在开发多目标差分演化算法时,可以利用多目标优化问题本身的信息或规则(例如,有些多目标优化问题在决策空间有几个最优子区域,Pareto 前沿在目标空间就表现为几个分段组成)并结合局部搜索技术以提高算法的搜索性能<sup>[59]</sup>。开发多目标差分演化算法要注重算法的高效性,在基于指导的前提下提出合理的群体更新模型。

## (4) 理论基础

目前,关于多目标差分演化算法提出的合理性的论证或全局收敛性分析的文献较少。多目标差分演化算法的运行机理和运行轨迹不是十分清晰。理论上的

重大突破,必将加速多目标差分演化算法的应用。

## 5 结束语

差分演化算法在求解实数编码的单目标优化问题时表现出良好的性能,并在许多领域得到应用。于是人们开始尝试用差分演化算法处理多目标优化问题,从而提出了各种多目标差分演化算法。本文首先对多目标差分演化算法进行了分类;接着提出了一些改进多目标差分演化算法的措施;然后讨论了多目标差分演化算法的性能度量策略,并介绍了多目标差分演化算法的几个典型的应用领域。在此基础上,进一步指出了多目标差分演化算法的未来发展趋势。

## References:

- [1] Yao Xin, Xu Yong. Recent advances in evolutionary computation[J]. Journal of Computer Science and Technology, 2006, 21(1):1-18.
- [2] Mezura-Montes E, Reyes-Sierra M, Coello Coello C A. Multi-objective optimization using differential evolution: A survey of the state-of-the-art[C]//Advances in Differential Evolution. Berlin: Springer, 2008:173-196.
- [3] Schaffer J D. Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms[C]//Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms, 1985:93-100.
- [4] Horn J, Nafpliotis N, Goldberg D E. A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization[C]//Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation, IEEE World Congress on Computational Intelligence, 1994,1:82-87.
- [5] Zitzler E, Thiele L. Multi-objective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1999,3 (4):257-271.
- [6] Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm[C]//EUROGEN 2001: Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems, 2002:95-100.
- [7] Knowles J D, Corne D W. Approximating the nondominated front using the Pareto archived evolution strategy[J]. Evolutionary Computation, 2000,8(2):149-172.
- [8] Srinivas N, Deb K. Multiobjective optimization using non-dominated sorting in genetic algorithms[J]. Evolutionary Computation, 1994,2(3):211-248.
- [9] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002,6(2):182-197.
- [10] Coello Coello C A, Pulido G T, Lechuga M S. Handling multiple objectives with particle swarm optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2004,8 (3): 256-279.
- [11] Coello Coello C A. Evolutionary multiobjective optimization: A historical view of the field[J].IEEE Computational Intelligence Magazine, 2006,1(1):28-36.
- [12] Storn R, Price K. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces, Technical Report TR-95-012[R]. Berkeley : International Computer Science Institute, 1995.
- [13] Liu Bo, Wang Ling, Jin Yihui. Advances in differential evolution[J]. Control and Decision, 2007,22(7):721-729.
- [14] Zhang Libiao, Zhou Chunguang, Ma Ming, et al. A multi-objective differential evolution algorithm based on Max-Min distance density[J]. Journal of Computer Research and Development, 2007,44(1):177-184.
- [15] Meng Hongyun, Zhang Xiaohua, Liu Sanyang. A differential evolution based on double populations for constrained multi-objective optimization problem[J]. Chinese Journal of Computers, 2008,31(2):228-235.
- [16] Santana-Quintero L V, Coello Coello C A. An algorithm based on differential evolution for multi-objective problems[J]. International Journal of Computational Intelligence Research, 2005,1(2):151-169.
- [17] Abbass H A, Sarker R, Newton C. PDE: A Pareto-frontier differential evolution approach for multiobjective optimization problems[C]//Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation. [S.l.]: IEEE press, 2001,2:971-978.
- [18] Babu B V, Jehan M M L. Differential evolution for multi-objective optimization[C]//Proceedings of 2003 Congress on Evolutionary Computation (CEC2003). [S.l.]: IEEE Press, 2003,4:2696-2703.
- [19] Li H, Zhang Q. A multiobjective differential evolution based

- on decomposition for multiobjective optimization with variable linkages[C]//LNCS: Parallel Problem Solving from Nature-PPSN IX, 9th International Conference. [S.l.]: Springer, 2006, 4193:583–592.
- [20] Parsopoulos K E, Taoulis D K, Pavlidis N G, et al. Vector evaluated differential evolution for multiobjective optimization[C]//2004 Congress on Evolutionary Computation (CEC2004). IEEE Service Center, 2004, 1:204–211.
- [21] Praditwong K, Yao X. How well do multi-objective evolutionary algorithms scale to large problems[C]//Proceedings of the 2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC'07), 2007:3959–3966.
- [22] Abbass H A. The self-adaptive Pareto differential evolution algorithm[C]//Proceedings of Congress on Evolutionary Computation, 2002, 1:831–836.
- [23] Madavan N K. Multiobjective optimization using a Pareto differential evolution approach[C]//Proceedings of Congress on Evolutionary Computation (CEC'2002), 2002, 2:1145–1150.
- [24] Xue F, Sanderson A C, Graves R J. Pareto-based multi-objective differential evolution[C]//Proceedings of the 2003 Congress on Evolutionary Computation (CEC'2003). [S.l.]: IEEE Press, 2003, 2:862–869.
- [25] Kukkonen S, Lampinen J. A differential evolution algorithm for constrained multi-objective optimization: Initial assessment[C]//Proceedings of the IASTED International Conference on Artificial Intelligence and Applications, 2004: 96–102.
- [26] Kukkonen S, Lampinen J. An extension of generalized differential evolution for multi-objective optimization with constraints[C]//LNCS3242: Parallel Problem Solving from Nature-PPSN VIII, 2004:752–761.
- [27] Kukkonen S, Lampinen J. GDE3: The third evolution step of generalized differential evolution[C]//2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC'2005). IEEE Service Center, 2005, 1:443–450.
- [28] Iorio A W, Li X. Solving rotated multi-objective optimization problems using differential evolution[C]//LNNAI3339: Advances in Artificial Intelligence (AI2004). [S.l.]: Springer-Verlag, 2004:861–872.
- [29] Iorio A W, Li X. Incorporating directional information within a differential evolution algorithm for multi-objective optimization[C]//Proceedings of the 2006 Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO2006), 2006, 1:675–682.
- [30] Robič T, Filipič B. DEMO: Differential evolution for multi-objective optimization[C]//LNCS3410: The Third International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization (EMO2005), 2005:520–533.
- [31] Hernández-Díaz A G, Coello Coello C A, Pérez F, et al. Seeding the initial population of a multi-objective evolutionary algorithm using gradient-based information[C]//2008 Congress on Evolutionary Computation (CEC'2008). IEEE Service Center, 2008:1617–1624.
- [32] Wu Lianghong, Wang Yaonan, Zhou Shaowu, et al. Research and application of pseudo parallel differential evolution algorithm with dual subpopulations[J]. Control Theory & Applications, 2007, 24(3):453–458.
- [33] Zeng Sanyou, Wei Wei, Kang Lishan, et al. A multi-objective evolutionary algorithm based on orthogonal design[J]. Chinese Journal of Computers, 2005, 28(7):1153–1162.
- [34] Yang Z, Tang K, Yao X. Self-adaptive differential evolution with neighborhood search[C]//Proceedings of the 2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC2008). [S.l.]: IEEE Press, 2008:1110–1116.
- [35] Zhang M, Geng H, Luo W, et al. A hybrid of differential evolution and genetic algorithm for constrained multiobjective optimization problems[C]//LNCS4247: Simulated Evolution and Learning, 6th International Conference (SEAL 2006). [S.l.]: Springer, 2006:318–327.
- [36] Hernández-Díaz A G, Santana-Quintero L V, Coello Coello C, et al. A new proposal for multi-objective optimization using differential evolution and rough sets theory[C]//2006 Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO'2006). [S.l.]: ACM Press, 2006, 1:675–682.
- [37] Okabe T, Jin Y, Sendhoff B. A critical survey of performance indices for multi-objective optimization[C]//Proceedings of the 2003 Congress on Evolutionary Computation (CEC'2003). [S.l.]: IEEE Press, 2003, 2:878–885.
- [38] Zhou A, Jin Y, Zhang Q, et al. Combining model-based and genetic-based offspring generation for multi-objective optimization using a convergence criterion[C]//2006 IEEE Congress

- on Evolutionary Computation (CEC'2006), 2006:3234–3241.
- [39] Abbass H A. A memetic Pareto evolutionary approach to artificial neural networks[C]//LNNAI2256: Proceedings of the Australian Joint Conference on Artificial Intelligence, Adelaide, Australia. [S.I.]: Springer-Verlag, 2001:1–12.
- [40] Chang C S, Kwan C M. Evaluation of evolutionary algorithms for multi-objective train schedule optimization[C]//LNNAI3339: Advances in Artificial Intelligence (AI2004). [S.I.]: Springer-Verlag, 2004:803–815.
- [41] Xue F. Multi-objective differential evolution: Theory and applications[D]. Troy, New York: Rensselaer Polytechnic Institute, 2004.
- [42] Qian B, Wang L, Huang D X, et al. Multi-objective flow shop scheduling using differential evolution[C]//LNCIS345: Intelligent Computing in Signal Processing and Pattern Recognition. [S.I.]: Springer-Verlag, 2006:1125–1136.
- [43] Qian B, Wang L, Huang D X, et al. Scheduling multi-objective job shops using a memetic algorithm based on differential evolution[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2008,35(9/10):1014–1027.
- [44] Alatas B, Akin E, Karci A. Modenar: Multi-objective differential evolution algorithm for mining numeric association rules[J]. Applied Soft Computing, 2008,8(1):646–656.
- [45] Reddy J M, Kumar N D. Multiobjective differential evolution with application to reservoir system optimization [J]. Journal of Computing in Civil Engineering, 2007,21(2):136–146.
- [46] Wang Z, Tang K, Yao X. A multi-objective approach to testing resource allocation in modular software systems[C]//Proceedings of the 2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC2008). [S.I.]: IEEE Press, 2008:1148–1153.
- [47] Babu B V, Gujarathi A M, Katla P, et al. Strategies of multi-objective differential evolution (MODE) for optimization of adiabatic styrene reactor[C]//Proceedings of International Conference on Emerging Mechanical Technology-Macro to Nano (EMTMN-2007), 2007:243–250.
- [48] Kokkonen S, Lampinen J. Mechanical component design for multiple objectives using generalized differential evolution[C]//Adaptive Computing in Design and Manufacture VI. London: Springer, 2004:261–272.
- [49] Groot J C J, Rossing W A H, Jellema A, et al. Landscape design and agricultural land-use allocation using Pareto-based multi-objective differential evolution[C]//International Environmental Modelling & Software Summit, Burlington, Vermont, USA, 2006.
- [50] Kukkonen S, Jangam S R, Chakraborti N. Solving the molecular sequence alignment problem with generalized differential evolution3 (GDE3)[C]//Proceedings of the 2007 IEEE Symposium on Computational Intelligence in Multicriteria Decision Making (MCDM'2007). [S.I.]: IEEE Press, 2007:302–309.
- [51] Varadarajan M, Sworup K S. Solving multi-objective optimal power flow using differential evolution[J]. IET Generation Transmission & Distribution, 2008,2(5):720–730.
- [52] Zhang Q, Zhou A, Jin Y. RM-MEDA: A regularity model based multi objective estimation of distribution algorithm[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2008,12(1):41–63.
- [53] Jin Y, Branke J. Evolutionary optimization in uncertain environments—A survey[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2005,9(3):303–317.
- [54] Zhou A, Jin Y, Zhang Q, et al. Prediction-based population re-initialization for evolutionary dynamic multi-objective optimization[C]//LNCS 4403: The Fourth International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization, 2007:832–846.
- [55] Yang Z, Tang K, Yao X. Differential evolution for high-dimensional function optimization[C]//Proceedings of the 2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC'07), 2007:3523–3530.
- [56] MacNish C, Yao X. Direction matters in high-dimensional optimisation[C]//Proceedings of the 2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC2008). [S.I.]: IEEE Press, 2008:2377–2384.
- [57] Yang Z, Tang K, Yao X. Multilevel cooperative coevolution for large scale optimization[C]//Proceedings of the 2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC2008). [S.I.]: IEEE Press, 2008:1663–1670.
- [58] Zaharie D. A comparative analysis of crossover variants in

- differential evolution[C]//Proceedings of the International Multiconference on Computer Science and Information Technology, 2007:171–181.
- [59] Jin Y, Sendhoff B. Connectedness, regularity and the success of local search in evolutionary multi-objective optimization[C]//Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2003,3:1910–1917.
- 附中文参考文献:**
- [13] 刘波,王凌,金以慧.差分进化算法研究进展[J].控制与决策,2007,22(7):721–729.
- [14] 张利彪,周春光,马铭,等.基于极大极小距离密度的多目标微分进化算法[J].计算机研究与发展,2007,44(1):177–184.
- [15] 孟红云,张小华,刘三阳.用于约束多目标优化问题的双群体差分进化算法[J].计算机学报,2008,31(2):228–235.
- [32] 吴亮红,王耀南,周少武,等.双群体伪并行差分进化算法研究及应用[J].控制理论与应用,2007,24(3):453–458.
- [33] 曾三友,魏巍,康立山,等.基于正交设计的多目标演化算法[J].计算机学报,2005,28(7):1153–1162.



AO Youyun was born in 1973. He received his B.S. degree in Computer Science from Jiangxi Normal University in 1999. He received his M.S. degree in Computer Software and Theory from Shanghai Normal University in 2006. He is currently a lecturer in Computer Science at Anqing Teachers College. His research interests include evolutionary computation, intelligent information processing, etc.

敖友云(1973-),男,江西新余人,1999年在江西师范大学获得计算机科学教育专业理学学士学位,2006年在上海师范大学获得计算机软件与理论专业理学硕士学位,目前是安庆师范学院计算机与信息学院讲师,主要研究方向为演化计算,智能信息处理等。



CHI Hongqin was born in 1953. He is an associate professor and M.S. supervisor at College of Mathematics and Science, Shanghai Normal University. His research interests include genetic algorithm, non-linear science, chaos theory and its application, financial mathematics, etc.

迟洪钦(1953-),男,副教授,硕士生导师,主要研究领域为遗传算法,非线性科学,混沌理论及应用,金融数学等。